

Robert Blanché
Jacques Dubucs

HISTÓRIA DA LÓGICA



O SABER DA FILOSOFIA

— edições 70



O SABER DA FILOSOFIA

Nesta colecção publicam-se
textos considerados representativos
dos nomes importantes da Filosofia,
assim como de investigadores
de reconhecido mérito
nos mais diversos campos
do pensamento filosófico.



O SABER DA FILOSOFIA

- 1 - A EPISTEMOLOGIA
Gaston Bachelard
- 2 - IDEOLOGIA E RACIONALIDADE NAS CIÊNCIAS DA VIDA
George Canguilhem
- 3 - A FILOSOFIA CRÍTICA DE KANT
Guilherme Deleuze
- 4 - O NOVO ESPÍRITO CIENTÍFICO
Gaston Bachelard
- 5 - A FILOSOFIA CHINESA
Max Kaltenmark
- 6 - A FILOSOFIA DA MATEMÁTICA
Ambrogio Giacomo Marino
- 7 - PROLEGOMENOS A TODA A METAFÍSICA FUTURA
Immanuel Kant
- 8 - ROUSSEAU E MARX
Galvano Della Voipe
- 9 - BREVE HISTÓRIA DO ATÉISMO OCIDENTAL
James Thrower
- 10 - FILOSOFIA DA FÍSICA
Mano Bunge
- 11 - A TRADIÇÃO INTELLECTUAL DO OCIDENTE
J. Bronowski e Bruce Mazlish
- 12 - A LÓGICA COMO CIÊNCIA HISTÓRICA
Galvano Della Voipe
- 13 - HISTÓRIA DA LÓGICA
Robert Blanché e Jacques Dubucs
- 14 - A RAZÃO
Gilles-Gaston Granger
- 15 - HERMENÊUTICA
Richard E. Palmer
- 16 - A FILOSOFIA ANTIGA
Emanuele Severino
- 17 - A FILOSOFIA MODERNA
Emanuele Severino
- 18 - A FILOSOFIA CONTEMPORÂNEA
Emanuele Severino
- 19 - EXPOSIÇÃO E INTERPRETAÇÃO DA FILOSOFIA TEÓRICA DE KANT
Felix Gsyeff
- 20 - TEÓRIAS DA LINGUAGEM. TEÓRIAS DA APRENDIZAGEM
Massimo Piattelli - Palmarini (org.)
- 21 - A REVOLUÇÃO DA CIÊNCIA 1500 - 1700
A. Rupert Hall
- 22 - INTRODUÇÃO À FILOSOFIA DA HISTÓRIA DE HEGEL
Jean Hyppolite
- 23 - AS FILOSOFIAS DA CIÊNCIA
Rolf Höffe
- 24 - EINSTEIN: UMA LEITURA DE GALILEU E NEWTON
Françoise Balibar
- 25 - AS RAZÕES DA CIÊNCIA
Ludovico Ceymonat e Giulio Giorello
- 26 - A FILOSOFIA DE DESCARTES
John Cottingham
- 27 - INTRODUÇÃO A HEIDEGGER
Gianni Vattimo
- 28 - HERMENÊUTICA E SOCIOLOGIA DO CONHECIMENTO
Susan J. Hekman
- 29 - EPISTEMOLOGIA CONTEMPORÂNEA
Jonathan Dancy
- 30 - HERMENÊUTICA CONTEMPORÂNEA
Josef Bleicher
- 31 - CRÍTICA DA RAZÃO CIENTÍFICA
Kurt Hubner
- 32 - AS POLÍTICAS DA RAZÃO
Isabelle Stengers
- 33 - O NASCIMENTO DA FILOSOFIA
Giorgio Colli

HISTÓRIA DA LÓGICA

Título original:
La Logique et son Histoire

© Armand Colin/Masson, Paris, 1970, 1996

Tradução:
Caps. I a XI: António Pinto Ribeiro
Cap. XII: Pedro Elói Duarte

Capa de Edições 70

Depósito Legal n.º 163761/01

ISBN 972-44-1102-8

Direitos reservados para língua portuguesa
por Edições 70 – Lisboa – Portugal

EDIÇÕES 70, Lda.
Rua Luciano Cordeiro, 123 – 2.º Esq. - 1069-157 Lisboa / Portugal
Telefs.: 213 190 240
Fax: 213 190 249
e-mail: edi.70@mail.telepac.pt

Esta obra está protegida pela lei. Não pode ser reproduzida,
no todo ou em parte, qualquer que seja o modo utilizado,
incluindo fotocópia e xerocópia, sem prévia autorização do Editor.
Qualquer transgressão à lei dos Direitos de Autor será passível
de procedimento judicial.

Robert Blanché
Jacques Dubucs

HISTÓRIA DA LÓGICA



NOTA PRÉVIA

Tem-se dito que toda a história é contemporânea. Consciente ou inconscientemente, projectamos sobre o passado, para o interpretarmos ou, simplesmente, para o descobrirmos, não só os nossos novos conhecimentos, mas também e sobretudo os nossos interesses presentes e os nossos recursos conceptuais do momento. A história da lógica oferece-nos, como veremos, um bom exemplo disso. A renovação desta disciplina, no nosso tempo, modificou a nossa perspectiva e já não é possível ver hoje a lógica de Aristóteles, a dos estóicos, a dos medievais e mesmo a dos modernos, de Leibniz a Boole inclusivé, do mesmo modo como eram encaradas ainda no início do nosso século. A história da lógica está por reescrever e em diversos lados há quem a isso se dedique, de há uns decénios a esta parte.

Mas é igualmente verdade, também já foi dito, que não há história contemporânea e tanto menos quanto é mais rico o período contemporâneo no domínio estudado, como é o caso da lógica. Perdemos na confusão dos pormenores, temos dificuldade em estabelecer as linhas mestras e as que detectamos misturam-se e entrecruzam-se incomodamente. Por isso, à medida que nos aproximamos do presente, a história deve, pouco a pouco, dar o lugar ao quadro. E a um quadro que sabemos provisório dado que a importância histórica de um facto ou de uma ideia só se reconhece posteriormente, pelas suas sequelas. Ninguém se espantará, pois, pelo facto de o último capítulo deste livro não ter sido escrito segundo o mesmo estilo dos outros. O quadro que aí esboçamos da lógica contemporânea não poderá, de modo algum, substituir o estudo directo de um tratado. O leitor a quem, em pensamento, nos dirigimos é, pelo contrário, aquele que, tendo já aprofundado suficientemente um tal estudo, desejaria agora completar o seu conhecimento da lógica de hoje por meio de um olhar para o seu passado, considerando, como dizia A. Comte, que só se compreende bem uma ciência pela sua história.

INTRODUÇÃO

O estudo histórico da lógica é uma coisa recente, que data praticamente de há um século — pelo menos se aí não forem incluídas as simples recolhas bibliográficas como a de Keckermann (1598), ou as narrações altamente fantasistas como a de Ramus, que faz remontar a lógica a Noé e a Prometeu. A razão desta carência é bastante clara. Se não se escreve a história da lógica, é porque se supõe que a lógica não tem história, tendo sido levada, de uma assentada, à perfeição pelo seu criador. Kant limitava-se a exprimir uma opinião comum quando escrevia, numa fórmula que ficou célebre, que a lógica não tinha podido dar um único passo em frente desde Aristóteles, e que estava, segundo tudo parecia, encerrada e acabada, *geschlossen und vollendet*¹. Esta convicção reinou quase sem contestação até ao fim do século XIX, e mesmo um pouco mais além. Na própria altura em que a lógica despertava de um longo sono, Brochard, por exemplo, não hesitava em assegurar ainda: «A lógica é uma ciência já feita. A era das descobertas, pode afirmar-se sem medo, está encerrada para ela².»

Por isso, há algo de paradoxal em ter de afirmar que os trabalhos sobre a história da lógica começam com a monumental *Geschichte der Logik* de Karl Prantl (4 vol., 1855-1870). Eis um homem que, como o sublinha, não sem humor, Bochenski³, dedicou toda a sua vida de trabalho a escrever uma história da lógica formal, para provar que, ao fim e ao cabo, Kant tinha razão e que a lógica formal, em suma, não tem história. Este preconceito falseou a sua obra do princípio ao fim. Se ela continua a ser preciosa como recolha de textos, as interpretações que deles são dadas e os juízos que sobre eles são feitos são sempre suspeitos e, por vezes, francamente errados. De facto, tudo aí é interpretado e

¹ *Crítica da Razão Pura*. Prefácio da segunda edição, início.

² «La logique de J. S. Mil», *Revue philosophique*, 1880; reproduzido em *Études de philosophie ancienne et de philosophie moderne*, Paris, Alcan, 1912, p. 442.

³ *Formale Logik*, p. 8.

julgado em função da lógica aristotélica, ou antes, dessa lógica de inspiração principalmente aristotélica a que se chama lógica clássica. Donde, por exemplo, as apreciações não apenas erróneas, mas mesmo injuriosas, sobre a lógica dos estóicos: donde ainda, a ideia de que a Idade Média não fez mais do que retomar, diluindo-as por meio de falsas subtilidades, as teorias de Aristóteles, e que representa, portanto, para a lógica, «um milénio de pura perda». Perante tais aberrações, os historiadores recentes da lógica vão até ao ponto de declarar que a obra de Prantl, embora tenha iniciado a era dos trabalhos neste domínio, se tornou, no entanto, hoje, «sem valor» e «inutilizável»¹; quando não levam o seu desprezo ao ponto de a ignorarem sistematicamente².

Foi a renovação da lógica de há um século para cá que suscitou, por via indirecta, um renascimento da sua história. Após um período de desafeição em relação à lógica antiga, olhada como já caduca e totalmente ultrapassada pela lógica nova, começaram a manifestar-se sentimentos diferentes e um recrudescimento do interesse pelas velhas doutrinas, primeiro esporadicamente, mas, a breve trecho, de uma maneira generalizada. Espíritos disciplinados pela prática da nova lógica e que adquiriram, por meio dela, conhecimentos teóricos e hábitos de pensamento que faltavam aos filósofos e aos historiadores que, até então, tinham editado os textos dos antigos lógicos e exposto as suas doutrinas, apercebem-se, voltando às fontes para além das traduções, dos resumos e dos comentários, que essas velhas doutrinas, que se julgavam obscuras e antiquadas, ganham, de novo, sentido e interesse e se organizam de maneira mais inteligível não só em si próprias, mas também nas suas relações mútuas. Tinha havido, sem dúvida, alguns precursores. Já em fins do século XIX, autores empenhados na transformação da lógica, como C. S. Peirce e J. Venn, tinham lançado um olhar atento sobre o passado da sua ciência. Mas é por volta de 1930, que começa verdadeiramente uma nova era na história da lógica. Enquanto J. Jørgensen consagrava o primeiro volume do seu grande *Traité de logique formelle* (1931) ao estudo do seu desenvolvimento histórico, J. Lukasiewicz e H. Scholz davam o impulso decisivo a esta renovação dos estudos históricos. O primeiro, num artigo, de 1934-1935, sobre a história da lógica das proposições, e depois, em 1939, num outro sobre a silogística de Aristóteles que prefigurava o seu livro sobre o mesmo tema, fazia aparecer a uma nova luz toda a lógica antiga. Por seu lado, Scholz, depois de um artigo, *L'axiomatique des anciens* (1930), publicava um trabalho breve mas substancial, *Esquisse d'une histoire de la logique* (1931), que sobressaía nitidamente entre todos os anteriores. Multiplicam-se as monografias, livros ou artigos. E as obras de síntese de J. M. Bochenski (1956) e de W. & M. Kneale (1962) — aos quais nós próprios devemos muito³ — permitem hoje a todos uma boa abordagem de conjunto.

Sendo a historicidade da lógica doravante reconhecida, como con-

¹ Bochenski, *Ancient formal logic*, p. 6; Lukasiewicz, *Aristotle's syllogistic*, p. 36.

² Scholz, *Esquisse d'une histoire de la logique*.

³ Como teremos de citá-los muitas vezes ao longo deste trabalho, designá-los-emos, para abreviar, só pelas suas iniciais, respectivamente F. L., (*Formale Logik*) e D. L. (*The Development of Logic*).

virá repartir esse desenvolvimento para marcar os seus grandes períodos?

Parece impor-se uma primeira periodização e foi a que espontaneamente foi adoptada, de maneira mais ou menos explicita, nos tempos em que a lógica simbólica moderna, ainda muito jovem, sentia a necessidade de se afirmar opondo-se. O título de um opúsculo de Carnap, *L'ancienne et la nouvelle logique*, exprime-o claramente; e é cómodo, para o ensino da lógica, manter esta divisão, como fazem geralmente os tratados. O corte situava-se por volta de 1850, na altura em que a lógica escapa aos filósofos e cai nas mãos dos matemáticos, alinhando-se, assim, pelas outras ciências.

Contudo, quando se olhavam as coisas um pouco mais de perto, essa simplificação parecia um pouco grosseira. É assim que Scholz, embora continuando a considerar como essencial a heterogeneidade das duas maneiras de tratar a lógica, não se julga autorizado a fazer coincidir exactamente esse corte com um corte temporal e tem de admitir, entre ambos, uma certa coexistência: por um lado, a lógica à moda antiga prolonga-se na era logística, por outro, esta começa verdadeiramente com Leibniz, embora permaneça como que eclipsada durante dois séculos.

Mesmo assim temperada, tal divisão exige algumas reservas. Porque, nesse caso, não deveríamos, inspirando-nos no próprio Scholz, fazer remontar o espírito da lógica moderna mais atrás do que a Leibniz, e identificá-lo já em outros autores da Antiguidade? O que teria como efeito retirar à dicotomia a sua dimensão histórica, a não ser no sentido mais fraco de uma simples predominância de uma ou de outra das suas duas secções. Sabe-se que o próprio Leibniz dava a maior importância a Aristóteles de quem, de bom grado, se considerava um continuador e a quem felicitava por ter sido «o primeiro que, de facto, escreveu, matematicamente, fora das matemáticas». E, mesmo hoje, os artífices da lógica nova nem sempre rejeitariam tal filiação. Lukasiewicz, por exemplo, diz dos *Primeiros Analíticos* que a silogística que aí é apresentada «é um sistema cuja exactidão ultrapassa mesmo a de uma teoria matemática; um sistema «análogo a uma teoria matemática da relação maior que, como os estóicos já o tinham justamente sublinhado». Quanto aos próprios estóicos, a sua lógica, diz ainda Lukasiewicz, não é apenas formal como a de Aristóteles, mas, além disso, tal como a nossa, formalista¹. De resto, hoje é sabido que as tabelas de verdade, cuja descoberta se atribuiu a Peirce ou a Wittgenstein, eram já conhecidas dos megáricos.

Outra dificuldade: a bipartição tal como é feita por Scholz tem como efeito bloquear, num mesmo compartimento, tudo o que «vai de Aristóteles à época actual e que compreende tudo o que não é inspirado pela ideia leibniziana da logística», porque «a distinção habitual entre a Antiguidade, a Idade Média e os Tempos Modernos não tem, para esta lógica, quase nenhum sentido»². Ora, depois da época em que Scholz

¹ Carta a Gabriel Wagner, fins de 1696; em Gerhardt, *Phil. Schr.*, VII, p. 519.

² *Aristotle's syllogism*, pp. 6, 131, 73, 15.

³ *Esquisse*, p. 45.

escreveu estas linhas, os progressos do estudo histórico, que ele próprio suscitou, levaram a uma séria revisão do juízo que se costumava fazer sobre o período da Idade Média. Já não podem, hoje, menosprezar-se, nem a originalidade da lógica medieval em relação à Antiguidade, nem as antecipações muito nítidas que aí se encontram de várias teses da lógica moderna. E também não é justo pôr, de algum modo, em pé de igualdade os dois ou três séculos de intensa actividade lógica na Idade Média, com os séculos de marasmo que se lhes seguiram, e que explicam a crença de Kant e de muitos outros na estagnação definitiva da lógica.

É por isso que Bochenski propõe uma periodização diferente. É preciso, em primeiro lugar, distinguir, na curva do desenvolvimento, alguns pontos culminantes, aqueles em que se situam os períodos verdadeiramente criadores: na Antiguidade, os séculos IV e III antes da nossa era; durante a Idade Média, os séculos XII e XIV; finalmente, na nossa época, a partir de meados do século XIX. Pode juntar-se-lhes, de um lado e do outro, o que os prepara e o que os prolonga imediatamente. E entre estes três grandes blocos, dois vazios: a Alta Idade Média, e essa outra Idade Média lógica que a época dita «clássica» representa. Onde, a divisão da história da lógica ocidental em cinco períodos, três dos quais verdadeiramente criadores, separados entre si por dois outros relativamente estéreis: Antiguidade (até ao século VI da nossa era), Alta Idade Média (do século VII ao século XI), escolástica (do século XII ao século XV), lógica «clássica» moderna (do século XVI ao século XIX), lógica matemática (a partir de meados do século XIX).

Bochenski sublinha, por outro lado, que esta história não é a de um progresso contínuo, em que os períodos vazios marcassem apenas tempos de abrandamento ou de paragem. Em cada recomeço parte-se de novo, senão inteiramente do zero, pois que não se ignora completamente o passado, pelo menos numa direcção nova. Em vez de prosseguir simplesmente o movimento começado, a lógica é, de certa forma, reinventada; lança-se sobre ela um olhar novo, imprime-se à pesquisa um cunho original. Ela apresenta-se, portanto, ao historiador sob três aspectos nitidamente diferenciados¹, que convém delinear separadamente assinallando para cada um o que constitui o seu carácter próprio. Essa originalidade fundamental nem por isso impede que se possa falar de uma história da lógica, no singular. Porque, sob a diversidade dos ângulos de ataque, é, de facto, sempre o mesmo objecto que se tem, finalmente, em vista, como o atesta o facto de se reconhecerem variadíssimas vezes, inseridos em contextos diferentes e expressos num outro vocabulário, os mesmos problemas e as mesmas dificuldades: é assim que, por exemplo, o cálculo das proposições foi realmente inventado três vezes e que três vezes encontramos abundantes discussões sobre a natureza da implicação e seus paradoxos.

Notar-se-ão facilmente estas grandes divisões nos capítulos do nosso livro.

¹ À margem deste desenvolvimento histórico da lógica ocidental, Bochenski reserva também um lugar a um quarto aspecto, o da lógica indiana. Não nos referiremos a ele aqui.

Capítulo I

OS PRECURSORES

1. Do implícito ao explícito

Quando nos interrogamos sobre os inícios da lógica, impõe-se uma distinção logo desde o início: a que separa os conhecimentos implícitos dos conhecimentos explícitos. Distinção essa que funciona já ao nível da simples correcção gramatical do discurso. Do iletrado ou da criancinha que conseguem falar mais ou menos correctamente, dir-se-á que conhecem a gramática da sua língua? Se se quiser, no sentido de que aprenderam, pela prática quotidiana, a maneira de aplicar as suas regras; é ainda impropriamente que se falará aqui de aplicação e seria preferível dizer, mais simplesmente, que eles aprenderam a maneira de usar a língua. Eles seriam, de facto, incapazes de identificar essas regras e de as elevar ao nível da teoria. E mesmo um bom escritor pode ser um gramático medíocre. De igual modo, não basta saber raciocinar correctamente para pretender ser um lógico. É por isso que não deve propriamente atribuir-se o conhecimento de uma lei lógica a um autor se ele se contenta em utilizá-la; é preciso ainda que ele a tenha expressamente formulado. A lógica como ciência pressupõe uma lógica operatória espontânea, tal como a gramática pressupõe o uso da língua; mas, tanto num caso como no outro, a ciência só começa quando a atenção incide sobre a prática para, a partir dela, fazer a teoria.

Esta grande divisão exige, no entanto, algumas cambiantes, que atenuarão a brutalidade do corte. Ao nível do implícito, há, em todo o caso, que reconhecer uma diferença de progresso entre o que se mostra incapaz de raciocinar correctamente e de conduzir convenientemente uma refutação e o que raciocina sem cometer, ele próprio, paralogismos ao mesmo tempo que detecta os vícios de argumentação no outro. Entendendo «saber» no sentido de «estar apto a», pode realmente dizer-

-se deste último que ele *sabe* raciocinar, tal como se diz de um orador que sabe falar ou de um nadador que sabe nadar. E se acaba por empregar rodeios de raciocínio subtis, até então desconhecidos, e no entanto válidos, não poderá atribuir-se-lhe a honra de uma descoberta lógica, no plano da lógica operatória?

Ao nível do explícito, é preciso também distinguir entre aquele que formula expressamente, em abstracto, uma lei lógica e aquele que, sem a ter formulado assim, mostra pelo que diz que já dela tomou nitidamente consciência. A formulação pressupõe a tomada de consciência, mas esta não implica, necessariamente, aquela. Ora, quando o homem de que falávamos há pouco emprega uma modalidade de raciocínio nova e refinada, não é improvável que capte mais ou menos claramente a sua estrutura lógica. A distinção dos níveis não impede portanto uma certa continuidade.

Ilustremos por meio de alguns exemplos estas considerações um pouco teóricas. A lógica moderna conhece bem duas leis de cálculo das proposições, que são manifestamente aparentadas:

$$\begin{array}{l} p \supset \sim p \cdot \supset \sim p \\ \sim p \supset p \cdot \supset p \end{array}$$

O que significa, expresso na metalíngua: 1.º se uma proposição implica a sua própria negação, é falsa; 2.º se, para uma certa proposição, mesmo a suposição da sua falsidade implica a sua verdade, nesse caso ela é verdadeira. A primeira destas leis é uma forma da redução ao absurdo; serve para refutar uma tese, mostrando que ela envolve uma contradição. A segunda lei, pelo contrário, serve para estabelecer uma tese; conhecida primeiro sob o nome de *consequentia mirabilis*, ela é, hoje, correntemente chamada lei de Clavius¹, porque Clavius, um jesuíta da segunda metade do século XVI, chamou a atenção para esta lei em virtude do uso que dela fez o geômetra Euclides numa das suas demonstrações. Estas duas leis são bastante subtis e fora do uso comum: pode-se, portanto, atribuí-las já aos que as empregaram, ainda que as não tenham formulado separadamente como leis de lógica. Ora, encontra-se esse uso, antes de Euclides, no período que precede o nascimento da lógica aristotélica.

Para ilustrar a primeira destas leis, eis, em primeiro lugar, um argumento de Zenão de Eleia, tal como nos é relatado por Simplicio no seu comentário sobre a física de Aristóteles: «Se existe um lugar, ele está em alguma coisa, porque tudo o que existe está em alguma coisa; mas o que está em alguma coisa está também num lugar; portanto o lugar deveria estar, ele próprio, num lugar, e assim até ao infinito; portanto, não existe nenhum lugar.»

Um outro exemplo, para o qual Vailati chamou a atenção², é forne-

¹ Esta denominação deve-se a Lukasiewicz. Mas o mesmo Lukasiewicz mostrou, fazendo referência a Sexto, *Adversus mathematicos*, VIII, 292, que ela já se encontrava nos estóicos, num texto que não figura na recolha de Arnim. $\text{El } \delta\upsilon\tau\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\varsigma \pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu, \tau\acute{o}\varsigma \pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu \cdot \tau\acute{o}\varsigma \pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu \delta\rho\alpha.$

² «Sur une classe remarquable de raisonnements par réduction à l'absurde», *Revue de métaph, et de morale*, 1904, p. 799-809, com referência a Teeteto, 171 a.C.

cido por uma passagem do *Teeteto*. O objectivo de Platão é refutar a tese de Protágoras segundo a qual o homem, entendido aí no sentido individualista, é a medida de todas as coisas, e raciocina assim: se essa tese é verdadeira, o próprio Protágoras tem de admitir que os que a rejeitam, considerando-a falsa, têm razão no seu ponto de vista. Haverá, portanto, contestação entre Protágoras e os seus adversários; mas enquanto os seus adversários têm, do seu ponto de vista, o direito de considerar falsa a tese de Protágoras, este pelo contrário não tem, do seu ponto de vista, o direito de considerar falsa a tese dos seus adversários: em virtude da sua própria tese, deve ele próprio considerar verdadeira a tese dos seus adversários que a têm por falsa. Por outras palavras: se ela é verdadeira, é falsa, portanto, é falsa.

Quanto à segunda dessas leis, a lei de Clavius, temos dela um exemplo célebre que podemos realmente atribuir ao nosso período, embora seja de Aristóteles, pois se encontra numa das suas obras de juventude, sensivelmente anterior aos seus primeiros escritos lógicos, o *Protréptico*. Esta obra encontra-se, hoje, perdida, mas a argumentação que nos interessa é-nos relatada por três diferentes autores, entre os quais Alexandre de Afrodísias, particularmente digno de fé: *se não é preciso filosofar, então é preciso filosofar (a saber: para provar que não é preciso filosofar), portanto é preciso filosofar*¹.

A própria formulação de uma lei pode comportar diferentes graus de explicitação. Ilustremo-los, ainda neste caso, com um exemplo:

Numa passagem dos *Tópicos*², Aristóteles dá o seguinte conselho para a prática da argumentação dialéctica: *para estabelecer uma tese, procurar uma proposição cuja verdade implica a da tese: então, se se mostrar que essa proposição é verdadeira, ter-se-á, ao mesmo tempo, demonstrado a tese; para a refutar, procurar uma proposição que seja uma consequência da tese: então, se se mostrar que essa consequência é falsa, ter-se-á, do mesmo modo, refutado a tese*. Assim, estamos, manifestamente, perante um conhecimento que pertence, de facto, ao domínio da lógica e que transparece bastante claramente na formulação verbal. Em todo o caso, ele não é apresentado como tal, isto é, como uma lei lógica. A lei é suposta pelo conselho que Aristóteles dá, fica nele implícita. Um implícito que ultrapassa o nível da simples utilização prática, que emerge à consciência, mas que permanece ainda envolto no enunciado de uma regra, tendo a ver com a deontologia da argumentação: comparável, se se quiser, à receita de um médico, a qual supõe, sem lúvida, conhecimentos teóricos, mas não os enuncia.

Haverá um progresso com os *Primeiros Analíticos* onde se lê³: «*De premissas verdadeiras não se pode tirar uma conclusão falsa, mas de premissas falsas pode tirar-se uma conclusão verdadeira*.» A lei é, desta vez, directamente reconhecível e não se hesitará em dizer que Aristóteles não se contenta em aplicá-la, que ele a conhece de maneira explícita. Notar-se-á, no entanto, que ela não é propriamente enunciada, mas simplesmente descrita: Aristóteles apreende-a do exterior, exprime-se a

¹ Os três exemplos supracitados são dados por Bochenski, *F. L.*, pp. 36-37.

² II, 4, 111 b 17 e ss.

³ II, 2, 53 b 8 e ss.

seu respeito na metalíngua. Uma distância separa ainda a sua fórmula e a da lei, ou antes das duas leis conexas às quais ela se refere.

Para a primeira destas duas leis, comum aos textos dos *Tópicos* e dos *Analíticos*, assim como para a segunda do texto dos *Tópicos*, o passo será dado pelos estóicos. Os seus dois primeiros «indemonstrados», em que as variáveis numéricas designam proposições, enunciam-se, de facto, assim: «Se o primeiro o segundo, ora o primeiro, portanto o segundo», e: «Se o primeiro o segundo, ora não o segundo, portanto não o primeiro.»

Trata-se ainda, apenas, é certo, de esquemas de inferência, não de leis lógicas. Os estóicos conheciam, no entanto, as duas formas de expressão, assim como a sua relação e sabiam fazer corresponder a cada esquema de inferência uma proposição implicativa. Só que eles só o fazem, tanto quanto podemos ajuizar pelos textos que chegaram até nós, usando exemplos concretos, que só apresentam ilustrações da lei e não a própria lei. Só o fazem — e não podiam, aliás, fazê-lo na língua vulgar, a única de que dispunham — por meio de uma formulação quase bárbara. Por exemplo, para a primeira das duas leis: «Se é dia há claridade e é dia, há claridade».

Para obter a lei em toda a sua generalidade, seria necessário, nesta forma implicativa, substituir as constantes concretas por variáveis, e escrever: «Se se o primeiro o segundo e o primeiro, o segundo.» E para tornar mais inteligível esta segunda fórmula, seria necessário utilizar parênteses à maneira dos matemáticos, e escrever: «Se (se o primeiro, o segundo) e (o primeiro), o segundo»; ou, melhor ainda, substituir a língua habitual por uma linguagem inteiramente simbólica, quer, com variáveis proposicionais próximas das dos estóicos: $((1 \supset 2) \cdot 1) \supset 2$; quer, com as da lógica moderna: $((p \supset q) \cdot p) \supset q$. Para o segundo indemonstrado, o que corresponde à segunda metade do texto dos *Tópicos*, escreveríamos: $((p \supset q) \cdot \sim q) \supset \sim p$. Quanto à segunda das duas leis envolvidas no texto dos *Analíticos*, poder-se-ia, seguindo as mesmas etapas na sua transformação, escrevê-la, finalmente, assim: $((p \supset q) \cdot \sim p) \supset (q \vee \sim q)$.

2. Os dialécticos

Se hoje já não é possível defender, como fazia Kant, que a lógica fica completa com Aristóteles, deve, pelo menos, reter-se a outra metade da sua fórmula e admitir que é, de facto, com ele que ela começa. Temos, sobre este ponto, o testemunho do próprio Aristóteles, o que não permite, na verdade, invocar a eventualidade de ensinamentos puramente orais, ou de textos actualmente perdidos. É sabido que, quando aborda o estudo de uma questão, Aristóteles tem o hábito, como bom professor, de começar por recordar o que outros disseram, antes dele, sobre o assunto. Ora, não só ele não faz nada de semelhante em relação à lógica, como explica porquê. No final da obra que servirá de ponto de partida para os seus estudos de lógica, afirma, efectivamente: «Sobre esta questão, não havia uma parte já elaborada e outra não: não havia absolutamente nada (οὐδὲν παντελῶς).» E, um pouco

mais adiante: «Se havia, sobre a retórica, muitos trabalhos antigos, sobre o raciocínio, pelo contrário, não tínhamos rigorosamente nada a citar, e tivemos de dedicar-nos, não sem dificuldade, a pesquisas que nos tomaram muito tempo¹.» Estas declarações incidem, é certo, mais sobre a dialéctica do que sobre o que será a lógica propriamente dita. Mas se, mesmo a dialéctica, tal como se praticava antes de Aristóteles, nunca constituíra objecto de um estudo teórico, com maioria de razão deve admitir-se isso mesmo para a lógica, a qual é resultante de um estudo teórico da dialéctica. Foram, de facto, os problemas sugeridos pela reflexão sobre a arte do diálogo que conduziram Aristóteles à lógica.

Podem distinguir-se, pois, *grosso modo*, três fases na formulação da lógica: 1.º a prática da dialéctica, conduzida, por certo, de forma consciente, mas ainda não teorizada, ἀτεχνῶς, e que fica ao nível de receitas empíricas, que são mais utilizadas do que estabelecidas expressamente; 2.º a explicação e a organização sistemática destas regras da argumentação dialéctica, o que é a tarefa nova, e reconhecida como tal, de Aristóteles nos seus *Tópicos*; 3.º a passagem do estudo da argumentação dialéctica à teoria do raciocínio formal em geral, isto é, à lógica: é o progresso que leva dos *Tópicos* à *Interpretação* e aos *Analíticos*.

Mesmo na época que tratámos, e para não falar dos desvios posteriores, a palavra «dialéctica» está longe de ser entendida de maneira perfeitamente unívoca. Vem do verbo διαλέγεσθαι, que significa trocar impressões com alguém, conversar, debater. No princípio tem, portanto, que ver com a prática do diálogo. Mas, a breve trecho, ganhou um sentido mais preciso, à medida que tal prática se tornava mais consciente dos seus processos; designa, então, uma discussão de algum modo institucionalizada, organizando-se — habitualmente em presença de um público que acompanha o debate — como uma espécie de concurso entre dois interlocutores que defendem duas teses contraditórias². A dialéctica eleva-se, então, ao nível de uma arte διαλεκτικὴ τέχνη, a arte de triunfar sobre o adversário, de refutar as suas afirmações ou de o convencer. A palavra adquire, assim, um cambiante polémico, ou pelo menos agonístico. Encontra-se esse cambiante na argumentação do filósofo na medida em que ele visa elaborar e justificar a sua própria doutrina pondo em discussão as de outrem, mesmo se o diálogo acabou por se interiorizar para se reduzir a essa conversa silenciosa da alma consigo própria, pela qual Platão define o pensamento³. E como a prática desta arte, em que a defesa de uma tese se encontra sempre mais ou ligada ao ataque de uma ou várias teses opostas, exige, para atingir o seu fim, que se ultrapasse o rival pela subtilidade, o engenho, a argúcia da argumentação, acaba por provocar a tentação de usar de habilidades mais ou menos fraudulentas: aparecem, então, a erística que é a arte de embaraçar o adversário, e a sofística, que é a arte de enganar por meio de raciocínios capciosos. É pois num sentido um pouco incerto onde se combinam estas diversas acepções, e às quais virá juntar-se o sentido

¹ *Sofismas*, 34; 183 b 34-36 e 184 a-b.

² Cf. Jacques Brunschwig, na *Introdução* da sua edição dos *Tópicos*, Paris, Belles-Lettres (Budé), vol. I, 1968, p. XXII e seguintes.

³ *Teeteto*, 189 e; *Sofista*, 263 e.

mais pessoal, também ele variável, que lhe dará Platão, que a a palavra «dialéctica» é empregue no meio intelectual em que Aristóteles se forma.

Quando e através de quem se chegou a este requinte na prática da discussão, que a eleva à categoria de uma arte? É ainda Aristóteles quem no-lo diz. Sabemos, por meio de duas fontes independentes¹, que ele considerava Zenão de Eleia «o inventor da dialéctica». Referia-se, sem dúvida, ao uso que Zenão introduzira de aplicar, às discussões filosóficas, o processo da redução ao impossível, ἀπχγωγή εἰς τὸ ἀδύνατον, de que se serviam já os matemáticos, nomeadamente os pitagóricos, na sua célebre demonstração da incomensurabilidade da diagonal ao lado do quadrado. Platão diz-nos, com efeito,² que Zenão, na sua juventude, tinha composto um escrito, para confirmar a tese parmenidiana da unidade do ser, mostrando as consequências absurdas que a sua antítese, a dos partidários da pluralidade, arrastava consigo. E é, de facto, do mesmo processo que relevariam, no sentido em que geralmente foram entendidos, os seus famosos argumentos contra o movimento. Encontrar-se-á uma utilização análoga em Sócrates, só com a diferença de Sócrates se contentar, habitualmente, com uma redução à falsidade sem ir até ao absurdo: por exemplo, quando critica a tese segundo a qual a virtude pode ensinar-se, tirando daí a consequência de que, então, o homem que possui a virtude não deixaria de ensiná-la a seus filhos, e invocando contra-exemplos que desmentem essa consequência³. Mas, quer consiga revelar um erro de facto ou uma contradição lógica, a verdade é que se exige o domínio do raciocínio apagógico como uma qualidade essencial para a aptidão dialéctica.

Um outro recurso da dialéctica para refutar o adversário é, em vez de atacar directamente a verdade da sua tese, denunciar erros lógicos na argumentação com que ele a defende. Para tal, é preciso ser capaz de fazer uma distinção exacta entre raciocínios correctos e raciocínios incorrectos, o que supõe um saber lógico pelo menos implícito. Mas os paralogismos do adversário nem sempre são involuntários e inocentes. O segredo da questão é dar, nesse caso, a aparência exterior de uma forma lógica inatacável, a raciocínios falaciosos: quer para justificar uma opinião paradoxal, quer para obrigar o outro a acabar por defender uma asserção ridícula. Os sofistas tinham adquirido uma reputação de serem excelentes nessa arte e iam até ao ponto de se gabarem disso. É assim que Protágoras se gabava, diz-se, de poder «fazer com que o pior argumento parecesse o melhor». Donde o nome de «sofismas» dado a esses paralogismos voluntariamente especiosos. Platão achou bem consagrar um diálogo, *Eutidemo*, aos que fazem profissão e semelhantes habilidades e sobre os quais ele faz recair a ironia de Sócrates. No mesmo espírito, Aristóteles recusar-se-á a integrar a sofística na dialéctica. Mas terá, pelo menos, de instruir o dialéctico acerca dela para o acautelar contra as manhas do adversário. É por isso que os *Tópicos* atingem o seu ponto mais alto com um livro dedicado à análise dos

¹ Diógenes Laércio, *Vidas*, VIII, 57 e IX, 25; Sexto Empírico, *Adv. math.*, VII, 6-7.

² *Parménides*, 128 d.

³ *Ménon*, 93 b — 94 e.

sofismas, fornecendo assim os meios para os desmascarar e, consequentemente, os refutar. Análise essa que já nos conduz ao limiar da lógica.

Dentro desta proliferação de subtilezas, de armadilhas lógicas, a que se assiste na época dos sofistas, seria preciso, aliás, introduzir uma distinção, ainda que a separação nem sempre seja muito nítida. Ao lado dos sofismas propriamente ditos, destinados a enganar o ouvinte, encontram-se algumas espécies de jogos de palavras que se apresentam como tais, mas que excitam a curiosidade e incitam a procurar a falha do argumento. Esses contribuíram, certamente, para o exercício e a afinação da reflexão lógica. Devêmo-los sobretudo aos megáricos que constituem, assim, ao lado dos eleatas e dos sofistas, uma terceira corrente no desenvolvimento da dialéctica. É verdade que também eles se comprazem em provocar e embaraçar outrem propondo-lhe espécies de enigmas. Diógenes Laércio informa-nos de que a escola de Mégara era considerada erística e também dialéctica; e Zeller nota que, de facto, a erística não tarda a dominar os ensinamentos positivos¹. Mas alguns dos seus argumentos têm um inegável interesse lógico. O mais célebre deve-se a Eubúlides: é o do Mentiroso que, passados séculos, não deixou ainda de embaraçar os lógicos e de lhes proporcionar a ocasião para exercitarem a sua sagacidade. Que desta forma se envereda pelo caminho que conduz à lógica é o que, de resto, nos é provado pelo facto de ser aos dialécticos da escola de Mégara, principalmente a Diodoro e a Filon, que os estóicos irão buscar o essencial da sua lógica, cujas bases estão, assim, lançadas desde a época de Aristóteles.

Deste modo, a dialéctica, sob os seus diversos aspectos, prepara a lógica. Para se tornar, verdadeiramente, uma arte, ela supõe um estudo das articulações lógicas do discurso, das relações de consecução ou de incompatibilidade entre as proposições; é preciso reconhecer e analisar os diversos modos de argumentação, saber distinguir entre os encadeamentos legítimos e os encadeamentos incorrectos. Faltam-lhe, no entanto, ainda duas coisas que a distinguem da lógica. Primeiro e sobretudo, o seu saber lógico continua, em larga medida, em estado implícito. É uma arte, uma técnica². Dá regras, mas sem chegar a estabelecer e a formular sistematicamente as leis que as justificam. Além disso, o seu carácter agonístico tem como efeito, não apenas impedir-lhe o acesso à independência científica, mas concentrar o seu interesse na argumentação de carácter erístico ou refutativo³. Ora, as leis e as regras que impõem, por exemplo, a redução ao absurdo ou ainda a análise dos sofismas, irão entrar, por certo, no domínio da lógica, mas para nela ocuparem apenas, um lugar restrito, relacionando-se o essencial com o raciocínio directo e afirmativo. A lógica implicada na argumentação dia-

¹ Diógenes Laércio, *Vidas*, II, x, 106; Ed. Zeller, *Ph. der Griechen*, 3.^a ed., 1875, II, i, p. 225.

² Aristóteles, *Tópicos*, início: «O presente tratado propõe-se encontrar um método que nos torne capazes de raciocinar dedutivamente» (segundo a tradução de J. Brunschwig).

³ *Id.*, *ibidem*, II, i, 109 a 9-10: «Sendo as teses que se põem em discussão mais frequentemente afirmativas do que negativas, os dialécticos têm, geralmente, como tarefa efectuar refutações.»

lética é, sobretudo, uma lógica negativa ou crítica e não uma lógica positiva e construtiva.

3. Platão

Seria temerário pretender determinar, com alguma precisão, que papel tiveram, na preparação da lógica, autores cujas obras não temos em nosso poder e de que só nos restam curtos fragmentos que os doxógrafos nos transmitiram. No caso do próprio mestre de Aristóteles, isto é, de Platão, as condições são mais favoráveis, embora a questão continue a ser bastante complexa.

Se os diálogos platônicos dão, muitas vezes, testemunho de uma grande agilidade e finura na condução da discussão, a verdade é que os princípios segundo os quais ela é orientada permanecem, de um modo geral, implícitos. E mais, Platão chega a tirar conclusões incorrectas. É certamente um pouco exagerado dizer, como faz Bochenski, que «a leitura dos seus diálogos é quase intolerável para um lógico, de tal modo eles contêm erros elementares»¹. E podemos, por vezes, perguntar-nos, com M. Kneale, até que ponto, em presença de um desses erros, se deve imputá-lo ao próprio Platão e não à personagem que ele põe a falar². Mas, enfim, o facto é que a sua argumentação nem sempre é de uma lógica irrepreensível. Por exemplo, numa passagem do *Górgias*³ encontra-se, na boca de Sócrates, a seguinte inferência: «Se uma alma sábia é uma alma boa, a que está numa condição contrária àquela alma sábia é uma alma má.» Concluir-se-ia de igual modo, e igualmente mal: se uma alma sábia está viva, a que não é sábia está morta. Platão admite aqui, implicitamente, que se *todo o A é B*, pode concluir-se *de não-A a não-B*, ao passo que a conclusão legítima, em virtude da lei da contraposição, vai em sentido inverso, *de não-B a não-A*. Noutro lado, a propósito da falsa conversão de *todo o A é B* em *todo o B é A*, Platão não comete tal erro, e chama mesmo a atenção para ele numa das suas personagens; mas ficamos surpreendidos com a dificuldade que ele sente em demonstrar uma coisa que nos parece tão evidente⁴. Precisa de uma página inteira, com rodeios complicados, para fazer admitir que se os corajosos são ousados, daí não se segue que os ousados sejam todos corajosos. O que sugere que uma regra tão elementar como a da conversão por acidente está ainda pouco sólida, se não porventura no próprio Platão, em todo o caso entre aqueles que o rodeiam.

Feitas estas reservas, não podemos deixar de reconhecer o papel de Platão na preparação da lógica. E, desde logo, por uma descoberta capital, que ele próprio não explorou, mas que claramente enunciou. É, de

¹ *Ancient formal logic*, p. 17.

² *D. L.*, p. 11. Rosamond Kent Sprague consagrou mesmo um livro (*Plato's use of fallacy, a study of the Euthydemus and some other dialogues*, Londres, 1962) a defender que Platão tinha perfeita consciência do carácter falacioso de alguns dos seus argumentos e que fazia um uso deliberado do sofisma como um meio indirecto para expor alguns dos seus pontos de vista filosóficos.

³ 507 a; segundo a trad. de L. Robin, Paris, Gallimard (Pléiade), 1953-55.

⁴ *Protagoras*, 350 c - 351 b.

facto, nele, já no final da sua vida, que vemos pela primeira vez, estabelecer-se a ideia daquilo que constituirá o próprio objecto da lógica, ou seja, a ideia de lei lógica. Tal como há leis que regulam o curso dos astros, há leis que regulam o curso dos raciocínios; só que, enquanto os astros, que são divinos, respeitam sempre as primeiras, nós, homens, violamos constantemente as segundas no desenrolar dos nossos pensamentos, porque não temos delas uma visão clara, e é essa a razão por que caímos no erro. Para o evitar, temos necessidade de aprender a conhecer essas leis, de maneira a podermos submeter-nos a elas com exactidão. Eis o texto notabilíssimo do *Timeu* em que esta tese é formulada: «Se um deus inventou, para nós, o dom da visão, foi para que, contemplando no céu as revoluções da inteligência [divina], o aplicássemos aos circuitos que em nós percorrem as operações do pensamento; estes têm a mesma natureza daquelas, mas elas são imperturbáveis e eles sempre perturbados; graças a este estudo, temos acesso aos cálculos naturais na sua rectidão e, à semelhança dos movimentos divinos, absolutamente isentos de erro, podemos dar uma solução à anomalia dos que estão em nós¹. Ora, tal estudo é o próprio objectivo da lógica.

Por outro lado, a influência de um autor não se limita à acção que ele exerce directamente; ela deve medir-se também pelas reacções que suscita. Ora, foi ao meditar sobre dificuldades que encontrou no seu mestre, Platão, que Aristóteles chegou, como expressamente reconheceu, a duas das suas mais importantes descobertas lógicas. Essas duas dificuldades estão ligadas, tanto uma como a outra, à noção da dialéctica, no sentido em que Platão a entendia para fazer dela o método por excelência da filosofia. Esse sentido permanece, sem dúvida, um pouco indeciso, até em virtude das múltiplas passagens em que fala dele, em termos um tanto diferentes; e houve quem se perguntasse se ele próprio não teria variado um pouco, durante a sua longa carreira, na maneira de o entender². Pelo menos, ele sempre apresentou a prática da dialéctica como comportando dois momentos sucessivos e inversos: uma posição ascendente, *συναγωγή*, pela qual remontamos regressivamente até que nos permite atingir a Ideia suprema, a do Bem ou do Uno; depois, uma posição descendente que nos faz percorrer, por meio de uma sucessão de divisões, *διαίρεσεις*, convenientemente delineadas, a hierarquia das espécies até às espécies últimas³. Método este directamente inspirado no de Sócrates, que Aristóteles honra com duas inovações importantes: a dos discursos indutivos e a das definições universais⁴. A definição universal é aquela pela qual se caracteriza um conceito como a coragem,

¹ *Timeu*, 47 b-c; segundo trad. de L. Robin.

² Ver, nomeadamente, o artigo de G. Rodier, «Sur l'évolution de la dialectique de Platon» (onde aliás, contesta tal evolução) em *l'Année philosophique*, 1905; reproduzido em *Études de philosophie grecque*, Paris, Vrin, 1926, p. 49-73.

³ Por exemplo, *Fedro*, 265 d-e: «Dois processos... Um consiste em, tomando uma visão do conjunto daquilo que está disseminado numa grande quantidade de lugares, levá-lo a uma essência única... O outro processo... consiste em, inversamente, dividir a essência única em duas segundo as espécies, consoante as articulações naturais e esforçando-se por não quebrar nenhuma parte, como faria um cozinheiro desajeitado» (segundo a trad. de L. Robin).

⁴ *Metafísica*, M4, 1078 b, 28-29.

a virtude, a piedade, pela atribuição de uma propriedade comum a todos os casos em que aplicamos esse conceito; e é por meio de uma indução a partir de exemplos que aí se chega. Mas Platão não pode contentar-se com essa simples generalidade empírica que satisfaz o seu mestre. Para passar da simples recta opinião, assim obtida, à verdadeira ciência, há que mudar de plano para atingir a essência, captar o vínculo necessário, o δεσμός, que assegura a coerência das propriedades reunidas na definição¹. E assim se transforma a filosofia socrática do conceito, para se converter na filosofia platónica da Ideia: filosofia em que as Ideias, como é sabido, são olhadas como espécies de entidades, que existem separadamente dos objectos singulares, em relação aos quais elas desempenham o papel de paradigmas.

Ora, é exactamente isso que Aristóteles não pode aceitar. Porque nessas condições, a possibilidade da proposição atributiva, do tipo *S é P* ou *P pertence a S*, se torna difícil de explicar. Cada Ideia, na medida em que ela própria é uma existência separada, isto é, uma espécie de sujeito, dificilmente pode desempenhar a função de um atributo para um sujeito; e, na medida em que é um modelo e possui, assim, de algum modo, uma singularidade, não se vê praticamente como se poderia atribuí-la, em comum, a vários sujeitos. Aristóteles recusa-se, pois, a envolver-se em tais aporias. Para escapar a isso, trata o conceito não como uma Ideia, mas simplesmente como um predicado, susceptível de ser atribuído a um sujeito e de ser atribuído em comum a vários sujeitos, que ele reúne numa classe. «Não deve aceitar-se que o predicado comum a todos os indivíduos seja uma substância individual, mas deve dizer-se que ele significa quer uma qualidade, quer uma quantidade, quer qualquer outra categoria deste género²...» Assim se encontra fixado o estatuto e assegurada a legitimidade da proposição atributiva, base da lógica aristotélica, com as suas duas interpretações estreitamente conjugadas, a intensiva e a extensiva.

É ainda à correcção de uma teoria platónica, que se refere, desta vez, ao movimento descendente da dialéctica, que se deve uma outra descoberta lógica fundamental de Aristóteles, a do silogismo. O processo que Platão apresenta para fixar o sentido de um conceito, ou seja, para chegar a essa definição universal que o ensino de Sócrates visava, é a divisão ou diérese, διαίρεσις³. Para poder precisar quanto a um conceito *S* o que ele é, é preciso partir de um conceito muito mais amplo *A* e, descendo na hierarquia dos géneros e das espécies, dividi-lo de forma pertinente em dois conceitos mais restritos *B* e não-*B*, mutuamente exclusivos e colectivamente exaustivos. Pondo, então, o conceito em questão *S* numa das duas divisões e excluindo-o, por conseguinte, da outra, ter-se-á assim melhor delimitado o seu sentido. Depois, na divisão retida, operar-se-á uma nova dicotomia, e assim sucessivamente, até se

¹ Por exemplo, *Ménon*, 97 d - 98 a.

² *Sofismas*, 22 fim. Cf. *Seg. Anal.*, I, II, início: «Não é necessário admitir a existência das Ideias, ou de uma Unidade separada da Multiplicidade... O que é, todavia, necessário é que um atributo possa ser afirmado de vários sujeitos... É preciso, pois, que haja alguma coisa de uno e de idêntico que seja afirmado da multiplicidade dos indivíduos» (segundo trad. de Tricot, Paris, Vrin, 1947).

³ *Sofista*, 218 b e seg.

chegar à precisão desejada. Por exemplo, a pesca à linha é uma arte; mas há artes da produção e artes da aquisição; entre estas, umas fazem-se por troca, outras por captura; destas últimas, umas são uma luta, outras uma caça, etc. Continuando assim, delimita-se cada vez mais o conceito em questão; diríamos que se enriquece progressivamente a sua compreensão restringindo progressivamente a sua extensão. Depois de ter tomado, para se fazer compreender, o exemplo trivial da pesca à linha, Platão aplica tal método à definição do sofista.

Ora, Aristóteles¹ censura um tal método pelo facto de não chegar a uma conclusão necessária. Em vez de forçar, de algum modo, o assentimento do outro, tem de pedir-lhe, em cada um dos seus passos, que lho conceda. Um tal processo é, portanto, incapaz de estabelecer uma conclusão, é «asténico». Com efeito, depois de se ter dividido a classe A em duas subclasses B e não-B, o que é que nos permite dizer que S, que pertence à classe A, pertence à subclasse B e não à subclasse não-B? Para se poder avançar é preciso que o interlocutor queira, de facto, consentir nisso, e o mesmo acontece em cada nova fase. A única conclusão que verdadeiramente se impõe, quando se admitiu, ao mesmo tempo, que S é A e que A se divide em B e não-B, é que S é B ou não-B, mas isso não constitui praticamente nenhum avanço, porque o que nós desejaríamos determinar é qual dos dois; e sobre este ponto o método da diérese não nos traz qualquer ajuda. Foi ao reflectir sobre esta insuficiência da diérese platónica que Aristóteles descobriu o silogismo, o qual nos proporciona uma conclusão necessária. O que permite a passagem da primeira ao segundo, é uma nova maneira de conceber a mediação entre S e B: ela deve fazer-se não, como em Platão, por intermédio do termo mais universal, mas pelo contrário por meio de um termo de extensão intermédia, um termo que seja verdadeiramente um termo médio, nos dois sentidos da palavra. Trata-se, por outras palavras, de inverter a relação de extensão entre A e B. Então, partindo do facto de que S é A, poder-se-á, conforme A é incluído em B ou dele é excluído, concluir necessariamente que S é B, ou que não é B. São esses os dois silogismos universais da primeira figura. Os dois diagramas seguintes ajudarão a compreender a diferença entre os dois processos:

1.º Diérese platónica:



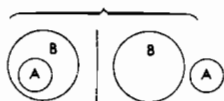
S é A

A divide-se em B e não-B

Logo S é?

¹ *Prim. Anal.*, I, 31; *Seg. Anal.*, II, 5.

2.º Silogismo aristotético:



S é A	
A é B Logo S é B	A é não-B Logo S é não-B

Capítulo II

ARISTÓTELES

1. As obras lógicas de Aristóteles

As obras lógicas de Aristóteles chegaram-nos sob a forma de uma recolha, aparentemente sistemática, de tratados, reunidos sob o título comum de *Organon*, que quer dizer: instrumento. A escolha deste termo justifica-se pelo facto de que Aristóteles via na lógica, mais do que uma parte da filosofia, uma disciplina intelectual preparatória. Na realidade, nem a ordem desses tratados, nem o título, são do próprio Aristóteles e a composição do *Organon* tem uma história que só imperfeitamente conhecemos. No primeiro século antes de Cristo, Andronico de Rodes, décimo primeiro sucessor de Aristóteles, edita as obras do mestre¹, classificando-as segundo os temas tratados: as obras lógicas encontram-se, assim, agrupadas num conjunto. Nesse conjunto, a ordem dos diferentes tratados parece ter sido, primeiro, um pouco flutuante, antes de se fixar naquilo a que se pode chamar o *Organon* ortodoxo². Enfim, o próprio

¹ Sobre o modo como estas obras chegaram até ele, um relato tradicional e, sem dúvida, um tanto lendário, baseia-se em indicações fornecidas por Estrabão e por Plutarco. Poderá encontrar-se, por exemplo, em Hamelin, *Le système d'Aristote*, Paris, Alcan, 1920, p. 60-61, ou em Aubenque, *Le problème de l'être chez Aristote*, Paris, P. U. F., p. 23-24.

² Praticamente só podem fixar-se duas datas extremas, entre as quais subsiste um intervalo de mais de dois séculos. Porfírio escreve a sua *Εισαγωγή* por volta de 270. Ele não a apresenta, tal como ela aparecerá seguidamente no *Organon*, como uma introdução ao conjunto da obra lógica de Aristóteles, mas como uma introdução às *Categorias*; e polemiza contra os que colocavam as *Categorias* imediatamente antes dos *Tópicos*, o que mostra suficientemente que a ordem ainda não estava fixada. Por outro lado, Boécio, que desabrochava no início do século VI, traduziu para latim as obras lógicas de Aristóteles e a ordem cronológica dessas traduções pôde ser estabelecida com uma grande verosimilhança por dois autores (S. Brandt, 1903, e A. P.

título *Organon* só teria sido dado mais tarde¹.

Eis como se compõe o *Organon* ortodoxo, tal como ele se apresenta desde o fim da Antiguidade. Após uma *Introdução* (εἰσαγωγή) devida a Porfírio, que desempenha aqui o papel de uma introdução geral ao conjunto da lógica, começa pelo tratado das *Categorias* (κατηγορίαι) onde se encontra enunciada, em ligação com uma concepção atributiva da proposição, a lista das dez categorias, isto é, das dez maneiras segundo as quais um atributo pode ser predicado de um sujeito; dessas categorias só as primeiras quatro são, aí, objecto de uma análise aprofundada. Vem em seguida o tratado *Da Interpretação* (περὶ ἑρμηνείας)², que contém uma teoria da oposição das proposições, com uma discussão do caso em que as proposições incidem sobre futuros contingentes, e um desenvolvimento sobre a oposição e a consecução das proposições modais. Seguem-se os *Analíticos* (ἀναλυτικά): *Primeiros Analíticos*, em dois livros, que expõem a teoria do silogismo, considerado unicamente do ponto de vista da sua validade formal: e *Segundos Analíticos*, igualmente em dois livros, que tratam da demonstração, isto é, do silogismo fundado em premissas necessárias e apresentado, assim, como o instrumento da ciência. Finalmente os *Tópicos* (τοπικά), em oito livros, consagrados à argumentação dialéctica, isto é, ao silogismo fundado em premissas apenas prováveis como as que fornecem os lugares comuns, τόποι. O tratado *Das Refutações Sofísticas* (περὶ σοφιστικῶν ἐλέγχων), que encerra o *Organon*, pertence, na realidade, aos *Tópicos* dos quais ele constitui o nono livro, com a sua conclusão geral que se refere ao conjunto dos *Tópicos*. De todos estes tratados, dois são essenciais para a lógica: a *Interpretação* (Da Interpretação) e os *Primeiros Analíticos*³.

Nó seu conjunto, a autenticidade destes tratados não é duvidosa. Tem-se, por vezes, contestado a da *Interpretação*, alegando que Aristóteles nunca lhe faz qualquer alusão nas suas outras obras. Este argumento puramente negativo não tem muito peso relativamente às múltiplas razões, tanto de ordem interna como de ordem externa, que justificam a atribuição deste tratado a Aristóteles. As *Categorias* são um pouco mais suspeitas, porque os cinco últimos capítulos, que tratam dos pós-predicamentos, são estranhos ao tema anunciado, ao mesmo tempo que o capítulo que os antecede muda repentinamente, quando ainda faltavam várias categorias para estudar: como se a obra, que tinha ficado inacabada, tivesse sido seguidamente completada de maneira bas-

Mckinsey, 1907) que, com métodos e critérios diferentes, chegam quase aos mesmos resultados: ora essa ordem é, exactamente, a dos tratados no *Organon* ortodoxo, o que convida a crer que essa ordem estava bem estabelecida na época de Boécio. Parece provável que tal apresentação é devida à escola neoplatónica que tinha a seu cargo, naquele período, a tarefa de transmitir o ensino dos filósofos clássicos; e a inclusão da εἰσαγωγή do neoplatónico Porfírio no *Organon* aumenta a verosimilhança desta hipótese (Cf. Fr. Solmsen, «Boethius and the history of the *Organon*» *Amer. J. of philosophy*, Janeiro 1944, p. 69-74).

¹ D. Rosa conjectura que é no século VI (*Aristotle* 3.^a ed., Londres, 1937, p. 20, nota 6).

² Ignora-se a quem se deve este título, pouco expressivo do conteúdo do tratado.

³ Encontram-se também, naturalmente, notações que relevam da lógica em outras obras de Aristóteles. Mencionemos sobretudo o livro I da *Metafísica*, onde se trata do princípio da contradição.

tante inábil. No entanto, estes últimos capítulos não contêm nada que seja contrário ao ensino de Aristóteles, e se são de um discípulo, trata-se de um discípulo fiel.

Que significado deve atribuir-se à ordem em que nos são apresentados estes tratados? A intenção é manifestamente didáctica. É suposto estudar-se primeiro o conceito (*Categorias*), depois a proposição (*Interpretação*) que resulta de uma certa combinação de dois conceitos, depois o silogismo (*Primeiros Analíticos*) que resulta de uma certa combinação de três proposições; chegados assim à teoria fundamental do raciocínio, estudamo-lo então nas suas principais aplicações, seguindo uma ordem em que elas se vão degradando: silogismo demonstrativo. (*Segundos Analíticos*), silogismo dialéctico (*Tópicos*), silogismo erístico (*Sofismas*). Mas esta ordem, aparentemente sistemática, tem algo de artificial. Em primeiro lugar para os dois primeiros tratados. Aristóteles não apresentou, em lado nenhum, uma teoria algo aprofundada do conceito; em particular as *Categorias* tratam não a natureza do conceito, mas apenas desses conceitos muito gerais que são as categorias. É aliás, duvidoso que a ordem de exposição que faz preceder o estudo da proposição pela do conceito tivesse recebido a concordância de Aristóteles. No início dos *Primeiros Analíticos*, ele apresenta as coisas pela seguinte ordem: a premissa, o termo, o silogismo. É a premissa que ele define em primeiro lugar, e é com a sua ajuda que define, seguidamente, o termo, como «aquilo em que se resolve a premissa», εἰς ὃν διαλύεται ἡ πρότασις¹. Além disso, só relativamente tarde é que ele chegou à sua teoria do silogismo e é seguro que quando escrevia as *Categorias*, e muito provavelmente quando escrevia a *Interpretação*, a não possuía ainda; de modo que é difícil fazer, destes dois tratados, capítulos introdutivos a uma teoria cujo nascimento é posterior. E assim como os tratados que precedem os *Analíticos* não são propriamente uma sua preparação, de igual modo os que se lhes seguem não são propriamente aplicações. Porque se a palavra silogismo lá figura, ela é entendida apenas num sentido mais amplo e menos preciso do que o que assumirá na teoria definitiva.

Esta última observação basta para sugerir que a ordem dos tratados do *Organon* também não corresponde à ordem cronológica da sua composição². Como poderá determinar-se essa ordem? Para fazê-lo não dispomos, infelizmente, de critérios externos, como seriam informações fornecidas pelo próprio Aristóteles ou por outros autores antigos. O facto de Aristóteles, num dos seus tratados, remeter para um outro, não prova a anterioridade desse outro, porque tais referências podem ter sido — e algumas foram-no, com certeza — acrescentadas posteriormente. Sucede, de facto, que elas se entrecruzam: por exemplo, os *Tópicos* são muitas vezes citados nos *Analíticos*, mas os *Analíticos* são também várias vezes citados nos *Tópicos*. Outros indícios mostram igualmente que, pelo menos alguns destes tratados, sob a forma em que nos chegaram, não foram compostos assim de um só jacto, mas foram modificados posteriormente, se não por correcções, em todo o caso por

¹ I, I, 24h.

² Sobre esta questão, ver Fr. Solmsen, *Die Entwicklung Logik und Rhetorik*, Berlim, 1939.

adições, o que é manifesto, nomeadamente, nos *Primeiros Analíticos*; o que torna, naturalmente, ainda mais difícil uma datação mesmo relativa, que seria, no entanto, muito necessário conhecer para poder acompanhar o desenvolvimento da doutrina.

Há pois que cingir-se a critérios internos. Podem invocar-se vários¹, podendo cada um deles isoladamente prestar-se à contestação, mas, quando convergem para uma mesma conclusão, tornam forçosa a convicção. Uma das grandes descobertas de Aristóteles como lógico, é a do silogismo, no sentido técnico preciso que este termo assume nos *Primeiros Analíticos*. Ora, em vários dos seus tratados, nada indica, ainda que a palavra silogismo lá figure, que o autor possuía já a teoria do silogismo analítico: temos, pois, razões para supor que eles são anteriores aos *Primeiros Analíticos*. Uma outra grande descoberta de Aristóteles é o uso das variáveis, mas tal uso só se encontra em alguns tratados: admitir-se-á, portanto, que estes são mais tardios. Eis agora um critério de manejo mais delicado, mas suficientemente instrutivo para um lógico experimentado: os diversos tratados não são todos, do ponto de vista da técnica lógica, do mesmo nível. Certos textos do *Organon* não ultrapassam, sob este aspecto, o de Platão ou de seus contemporâneos, ao passo que outros testemunham um domínio lógico excepcional e marcam, portanto, em relação aos primeiros, um incontestável progresso. Relevaria, por exemplo, deste critério a intervenção dos matizes modais, tão essenciais à filosofia de Aristóteles, e a maior ou menor segurança com que eles são manejados.

A aplicação destes critérios leva a adoptar a seguinte cronologia. Primeiro as *categorias* e os *Tópicos*, com os *Sofismas* que são, talvez, um pouco posteriores². Não se encontram aqui vestígios do silogismo analítico nem noções modais, não se faz neles qualquer uso das variáveis, e o nível lógico é ainda relativamente inferior. Razão por que, embora os *Tópicos* se coloquem, no *Organon*, a seguir aos *Analíticos*, como um estudo do raciocínio provável que sucede ao do raciocínio demonstrativo, praticamente não oferece dúvidas que eles os tenham precedido no tempo. Pode mesmo conjecturar-se com alguma verosimilhança, como faz M. Kneale³, que Aristóteles teria decidido fazer para a demonstração um trabalho análogo ao que acabava de levar a cabo com os seus *Tópicos* para a argumentação dialéctica, e que teria sido ao longo dessa pesquisa que elaborara a sua teoria do silogismo analítico. Entre as duas obras, entretanto, convém, sem dúvida, intercalar a *Interpretação*. A análise lógica é, aqui, mais aprofundada do que nas *Categorias* e nos *Tópicos*, e já se encontra uma teoria das proposições modais. Certos autores como Solmsen, seguido durante algum tempo por Bochenski⁴, julgaram mesmo que este livro era posterior aos *Primeiros*

¹ Inspiramo-nos aqui muito directamente em Bochenski, *Ancient formal logic*, p. 22, e *F. L.*, p. 49-50.

² É a opinião de Solmsen; Scholz colocá-las-ia mesmo muito mais tarde, após a aquisição da silogística (*Esquisse*, p. 124).

³ *D. L.*, p. 24.

⁴ Na sua *Logique de Théophraste*, Librairie de l'Université, Friburgo, 1947, p. 42-43. É também a opinião de Hamelin, *op. cit.*, p. 28, nota 2, e p. 108.

Analíticos, porque estes só conhecem as proposições gerais — universais ou particulares — e ignoram as proposições singulares às quais, pelo contrário, a *Interpretação* reserva um lugar. O argumento não é totalmente concludente, porque a razão pela qual os *Analíticos* os negligenciam é bem clara: a silogística aristotélica exige que as proposições que põe em jogo sejam convertíveis, isto é, que o sujeito e o predicado sejam nelas permutáveis, o que só é possível se o termo-sujeito designar, tal como o termo-predicado, um conceito, não um indivíduo. Razão por que os *Primeiros Analíticos*, que apresentam esta teoria, são geralmente olhados como sendo posteriores.

Mas dentro dos *Analíticos*, põe-se de novo o problema da ordem cronológica de composição. Os que são designados como *primeiros* devem, só por isso, considerar-se compostos primeiro do que os outros? Solmsen coloca em primeiro lugar os *Segundos Analíticos*, cujo primeiro livro ele faz mesmo remontar até ao meio da composição dos *Tópicos*. Ross combate essa opinião e pensa, pelo contrário, que os dois livros dos *Segundos Analíticos* são realmente posteriores aos dos *Primeiros*. Bochenski concorda com ele, contra Solmsen, no que se refere à posterioridade do livro I dos *Segundos Analíticos*, mas acha que o seu livro II é anterior e segue-se imediatamente à *Interpretação*, que pertence ao mesmo segundo período no desenvolvimento da lógica aristotélica. Porque se é verdade que este livro conhece ao mesmo tempo o silogismo analítico e o uso das variáveis, Bochenski pensa, pela aplicação do critério de nível de desenvolvimento, que ele não chega ainda ao nível dos *Primeiros Analíticos*. Se deixamos em suspenso esta questão controvertida do livro II dos *Segundos Analíticos*, o resto praticamente não levanta dúvidas, a não ser de pormenor. Distinguem-se, grosso modo, duas etapas. Primeiro, o livro I dos *Primeiros Analíticos*, exceptuando os capítulos 8 a 22, seguido do livro I dos *Segundos Analíticos*. Seguidamente, os capítulos 8 a 22 do livro I dos *Primeiros Analíticos*, que apresenta a teoria dos silogismos modais, e o livro II destes *Primeiros Analíticos* onde a teoria do silogismo é retomada com mais refinamentos e que contém já considerações metalógicas, representando estes textos a última fase do desenvolvimento da lógica de Aristóteles.

2. A proposição

Entre os sons dotados de sentido que a voz pode proferir, uns são expressões simples e elementares, no sentido de que não se pode decompor-las sem fazer com que todo o significado se desvaneça: são os nomes, por exemplo, *homem*; outros são expressões complexas, não entendidas como simples agregados de expressões simples, mas como conjuntos unificados: são as proposições, por exemplo, *o homem corre*. Assegurar essa ligação unificadora, é propriamente a função do verbo. Platão tinha já reconhecido ¹ que todo o discurso requer no mínimo um nome ou o verbo sozinho não é mais do que uma simples enunciação, φάσις, que

¹ *Sofista*, 262 a.

tem, sem dúvida, um sentido, mas não constitui uma proposição. Aristóteles acrescenta apenas as seguintes precisões: 1.º Certas expressões complexas não comportam verbo, como, por exemplo, quando, para definir o homem, nos servimos da expressão *animal-racional-mortal*; mas o verbo é necessário para constituir uma verdadeira proposição, isto é, um discurso declarativo, λόγος ἀποφαντικός, portador de uma asserção e, portanto, susceptível de ser verdadeiro ou falso¹. 2.º O verbo indica sempre que alguma coisa é afirmada (ou negada) de uma outra coisa, isto é, que ele relaciona um predicado a um sujeito. 3.º Devemos, pois, distinguir no verbo duas funções diferentes, a de fornecer um predicado ao sujeito, e a de assegurar a ligação entre esse predicado e esse sujeito; é a partir daí possível, e mesmo preferível para a clareza da análise, assinalar expressamente esta dualidade na linguagem dissociando o verbo para enunciar separadamente a cópula e o predicado, e dizer, por exemplo, *o homem é corredor* em vez de *o homem corre*, o que não muda nada ao sentido². Assim, todas as proposições elementares com as quais a lógica tem que ver se reduzem a uma forma esquemática, que os medievais e os modernos exprimirão por: *S é P*.

✕ Agora, esta forma geral diversifica-se de várias maneiras. Primeiro, conforme o atributo releva de uma ou outra das categorias, que são as diversas maneiras de afirmar ou, mais geralmente, de predicar, κατηγορεῖν. Aristóteles enumera geralmente dez³: a substância, a quantidade, a qualidade, a relação, o lugar, o tempo, a posição, a posse, a acção, a paixão. Por exemplo, *o homem corre* releva da acção, ao passo que *o homem é queimado* releva da paixão, *o homem está no Liceu* do lugar, *o homem é gramático* da qualidade, *o homem está deitado* da posição, etc. A fórmula *S é P* só é, portanto, aparentemente monótona. Esta fórmula, e as que Aristóteles considera como equivalentes, «devem ser tomadas de tantas maneiras quantas as diferentes categorias que existem»⁴: tantas categorias, quantas as espécies de atribuição. Embora Aristóteles não tire, praticamente, consequências, no plano da lógica formal, desta multiplicidade, e os seus atributos sejam, na maioria das vezes, concebidos como qualidades, convém, em todo o caso, ter em conta esta

¹ Aristóteles deixa de lado, como estranhos à lógica e tendo a ver com a retórica ou a poesia, os discursos não declarativos como são os que exprimem uma ordem, um desejo, uma pergunta. *Interpretação*, 4, 17a, 2 e ss.: «Nem todo o discurso é uma proposição, é-o apenas o discurso no qual reside o verdadeiro ou o falso, o que não acontece em todos os casos: assim a oração é um discurso, mas não é nem verdadeira nem falsa.»

² *Interpretação*, 12, 21b 9: «não há qualquer diferença entre dizer *o homem passeia* e *o homem está a passear*.» *Prim. Anal.*, 1, 46, 51B 13: Entre «*ele conhece o bem* e «*ele é conhecedor do bem*, não há qualquer diferença.» Note-se que a língua grega se presta muito melhor do que a francesa [e que a portuguesa... (N. do T.)] a semelhante decomposição.

³ *Categ.*, 4; *Tópicos*, 1, 9. Para a substância, o texto das *Categorias* apresenta οὐσία, o dos *Tópicos* τί ἐστι, que deve traduzir-se de preferência por *essência*. Hesitação semelhante encontra-se nos outros textos, bastante numerosos, em que Aristóteles apresenta uma enumeração mais ou menos completa das categorias. A sequência do texto dos *Tópicos* indica que por tal essência «se designa quer uma substância (οὐσία), quer uma qualidade, quer ainda uma das outras predicções».

⁴ *Prim. Anal.*, 1, 36, 48b 3-4; 37, 49 a 6-7. Cf. *Metaf.* Δ, 7, 1017 a 22.

tese para atenuar a censura que, frequentemente, foi dirigida à sua lógica de só conhecer uma única espécie de proposição.

Em contrapartida, duas outras espécies de diversificação desempenham um papel capital na sua lógica: segundo a qualidade e segundo a quantidade¹. Do ponto de vista da qualidade, a proposição ou declaração, ἀποφανσις, divide-se em duas espécies, a afirmação, ἀπόφασις, e a negação, κχτάφασις; ou, por outras palavras, afirmar e negar são as duas maneiras de predicar. Posteriormente alguns lógicos, que Kant acompanhará, introduzirão uma terceira espécie de proposição, a proposição indefinida, como *a alma é não-mortal*. Aristóteles, por seu turno, conhece, sem dúvida, proposições desse género, em que o predicado se exprime por um nome indefinido, ὁριστον ὄνομα, por exemplo: *ele é um não-homem*; mas nesse caso é sobre o predicado que incide propriamente a negação, não sobre a proposição, que é realmente afirmativa, e cuja negação seria: *ele não é um não-homem*. Numa proposição é a cópula que assegura a ligação, συμπλοκή, entre os dois termos, e conforme a sua maneira de ligá-los, no sentido neutro da palavra, consiste em afirmar a sua união ou, ao contrário, a sua separação, a proposição será positiva ou negativa. Razão por que Aristóteles só admite, do ponto de vista da qualidade, estas duas espécies de proposições. Pode, sem dúvida, fazer-se a distinção entre *o homem é justo* e *o homem é não-justo*, o que, com as suas negações, dará quatro espécies de proposições; mas dessas quatro, duas serão afirmativas e duas negativas².

Relativamente à qualidade, duas distinções diferentes devem fazer-se. A primeira é apresentada na *Interpretação*: «Dado que há coisas universais e coisas singulares..., necessariamente a proposição de que tal coisa pertence ou não pertence a um sujeito aplicar-se-á quer a um universal, quer a um singular³.» Na linguagem, a distinção entre as duas espécies de sujeitos exprime-se pela distinção dos nomes comuns e dos nomes próprios. Ambos são aquilo a que nós chamamos substantivos, mas há que distinguir entre as substâncias primeiras como o são o homem individual ou o cavalo individual, e as substâncias segundas, que são as espécies nas quais estão contidas as substâncias primeiras, assim como os géneros nos quais estão contidas essas espécies: o homem ou o cavalo, o animal⁴. Sente-se alguma dificuldade pelo emprego que Aristóteles assim faz da palavra universal para a aplicar às proposições que não são singulares. Porque nas «universais» assim definidas — que seria

¹ Sabe-se que Kant distingue as proposições segundo quatro pontos de vista: qualidade, quantidade, relação, modalidade. Aristóteles não fez a teoria das proposições consideradas do ponto de vista da relação. Em contrapartida, estudou atentamente as proposições modais, mas esta teoria complexa só interveio ulteriormente: encontrá-las-emos mais adiante. A respeito da qualidade e da quantidade, notar-se-á que se a teoria remonta, de facto, a Aristóteles, ele próprio não emprega estas duas denominações (lembremos que para ele a «qualidade» designa uma categoria), que só mais tardiamente serão introduzidas, e que nós utilizamos aqui pela sua comodidade.

² *Interpretação*, 6 e 10.

³ *Ibidem*, 7, início.

⁴ *Categorias*, 5, início. Notar-se-á que o vocabulário de Aristóteles permanece bastante indeciso sobre este ponto. Assim, em *Interpretação*, 13, 23 a 24, ele chama substâncias primeiras os seres que têm o acto sem a potência, isto é, os actos puros, como Deus.

preferível, para evitar os equívocos, denominar «conceptuais» ou «gerais», pois que o seu sujeito designa um conceito ou um género — é preciso ainda distinguir dois casos, conforme elas próprias são enunciadas universalmente ou não, isto é, consoante o predicado é nelas enunciado da totalidade do universal ou não — entenda-se: da totalidade do género. É a diferença, por exemplo, entre *todo o homem é branco*, e simplesmente *o homem é branco*. A distinção é retomada, com mais precisão, nos *Analíticos* onde, em contrapartida, as proposições singulares são deixadas de lado. O conjunto das proposições que a *Interpretação* denominava, para opô-las às singulares, universais, encontra-se agora subdividido em três espécies: as universais — entendidas agora num sentido mais restrito da palavra, isto é, somente aquelas das antigas universais que são enunciadas universalmente — as particulares e as indefinidas. «Chamo *universal*, a atribuição ou a não-atribuição a um sujeito tomado universalmente; *particular*, a atribuição ou a não-atribuição a um sujeito tomado particularmente ou não universalmente; *indefinida*, a atribuição ou a não-atribuição feita sem indicação de universalidade ou de particularidade¹.» Se se combinarem ambas as exposições, chegar-se-á, portanto, do ponto de vista daquilo a que os lógicos posteriores denominarão a quantidade, a quatro espécies de proposições: as singulares (*Cálías é homem*), as universais (*todo o homem é mortal*), as particulares (*algum homem é médico*), as indefinidas (*o homem é branco*).

Mas, na sua silogística, Aristóteles deixa de lado as singulares e trata as indefinidas como particulares. Já sabemos a razão por que as singulares se prestam mal a ser aí integradas: as operações da silogística exigem a possibilidade de converter as proposições, isto é, de nelas permutar sujeito e predicado, e isso supõe que ambos sejam homogêneos e, mais precisamente, que o sujeito, para poder desempenhar o papel de predicado, seja também ele um conceito, e não um indivíduo. Não é, sem dúvida, impossível que um termo singular seja tomado como predicado, mas então ele só pode sê-lo por acidente, portanto, particularmente, por exemplo, se dizemos: *este branco é Sócrates*, ou *o que vem é Cálías*². Ora, a silogística requer que o mesmo termo possa ser tomado como sujeito ou como predicado sem nenhuma restrição. Além desta razão de técnica logística, pode também pensar-se, como o sugerirá o comentador Pacius, que, dado que os *Analíticos* anunciam, desde a sua primeira frase, que o seu tema é a demonstração e a ciência demonstrativa, não têm que ter em conta as proposições singulares: porque, segundo Aristóteles, o indivíduo não é objecto de ciência. Acrescente-se, finalmente, que com os singulares não pode praticamente falar-se, a não ser de maneira bastante imprópria, de quantidade; porque só uma classe, e não um indivíduo, tem uma extensão. — As indefinidas, por outro lado, devem ser tratadas como particulares, pois que a sua quantidade não é precisada. Ora, num raciocínio, se é verdade que é permitido dizer na conclusão menos do que o que dizem as premissas, não é permitido dizer mais: na incerteza, é preciso, pois, entender a proposição

¹ *Primeiros Analíticos*, I, I, 24 a 17-20.

² *Ibidem*, I, 27, 43 3 25 e seg.

no seu sentido mínimo. Assim, seria imprudente tratar uma proposição do género *o homem é branco* como uma universal, pois que, de facto, há homens que não são brancos, como os Etiópes, ou entender *o homem não é branco* como sinónimo de *nenhum homem é branco*¹. Assim, a silogística só se ocupará, do ponto de vista da quantidade, de duas espécies de proposições: as universais e as particulares. Combinando esta dualidade com a da afirmação e da negação, obtêm-se, portanto, quatro tipos fundamentais de proposições, que Aristóteles tinha já reconhecido desde os *Tópicos* onde, manifestamente, ele apresentava esta divisão como exaustiva: universais — *todo o prazer é um bem, nenhum prazer é um bem*; particulares — *algum prazer é um bem, algum prazer não é um bem*².

Para falar verdade, o sentido em que devem entender-se a universalidade e a particularidade permanece um pouco flutuante. O próprio Aristóteles distingue expressamente entre duas maneiras de conceber a universalidade, mesmo tomada nesta acepção restrita em que ela se opõe à particularidade: uma universalidade essencial, $\kappa\alpha\theta' \alpha\upsilon\tau\acute{o}$, e uma universalidade extensiva, $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha} \pi\alpha\nu\tau\acute{o}\varsigma$, conforme o conceito é olhado como exprimindo a necessidade de uma essência, ou simplesmente a totalidade dos indivíduos de uma espécie ou das espécies de um género³. Em português, pode bastante comodamente marcar-se a diferença, utilizando as expressões *todo o* (*todo o triângulo equilátero é equiângulo*) e *todos os* (*todos os corvos são pretos*). Que os dois sentidos são bem distintos, atesta-o a ilegitimidade da indeferência de um ao outro, em ambas as direcções: porque de uma totalidade empírica não pode concluir-se pela necessidade de uma essência, ainda que ela convide a conjecturá-la; e inversamente, de uma essência não se pode concluir pela existência empírica de indivíduos em que ela se encontra realizada. Do ponto de vista da quantidade, é evidentemente a interpretação extensiva que convém, e a silogística aristotélica, pelo menos na medida em que não introduz noções modais, pode entender-se nesse sentido: diga-se sem julgar antecipadamente quanto à questão, que encontraremos de novo adiante, de saber se esta interpretação unilateral se harmoniza exactamente com o pensamento de Aristóteles.

Podemos igualmente hesitar-se sobre o significado exacto da proposição particular⁴. Deve ela ser entendida como uma proposição *parcial*, que afirma ou nega o predicado de uma parte apenas do sujeito excluindo o resto, ou ver nela simplesmente uma proposição *indeterminada*, que não exclui que aquilo que é dito de *algum* possa também aplicar-se a *todos*, mas deixa a questão em suspenso? Aristóteles chama-lhe efectivamente uma *parcial*, $\epsilon\nu \mu\acute{\epsilon}\rho\epsilon\iota$, o que sugere a primeira inter-

¹ *Interpretação*, 7, 17 b 35.

² *Tópicos*, II, 1, início. Cf. *Prim. Anal.*, I, 23, 40 b 23-24: «Necessariamente, toda a demonstração e todo o silogismo provam uma atribuição ou uma não-atribuição a um sujeito, quer universalmente, quer particularmente.»

³ *Seg. Anal.*, I, 4.

⁴ Esta denominação *particular*, que se tornou clássica, só muito tardiamente foi introduzida; encontramos-la em Apuleio: *propositiones aliae universales, aliae particulares*.

pretação, que parece confirmada pelo modo como ele a define. O texto grego diz com efeito: ἐν μέρει δὲ τὸ τινὶ ἢ μὴ τινὶ ἢ μὴ παντὶ ὑπάρχειν, onde a expressão μὴ παντὶ parece indicar que exclui a totalidade. Contudo, ela pode também ser entendida como significando simplesmente que ela não afirma nada da totalidade. E se se ajuizar pelo uso que dela é feito na silogística, vê-se que ela é aí tratada realmente como uma proposição indeterminada. Dizer que *algum S é P*, é negar que *nenhum S é P*, o que continua a ser verdadeiro no caso em que *tudo o S é P*. A palavra não tem portanto aqui um sentido restritivo, o que teria aliás como efeito tornar duplo um enunciado apresentado como simples, pois que nesse caso significaria ao mesmo tempo que alguns dos S são P e que todos não o são. O seu sentido é portanto deixado relativamente indeterminado: *um pelo menos*, mas sem limitação. E é de facto esta mesma palavra *indeterminado* (ἄδιορίστος), mais exacta, que Teofrasto escolherá para designar tais proposições¹.



Subsistem outras questões de interpretação, que são mais delicadas. Fizemos alusão mais atrás à distinção entre duas maneiras de entender uma proposição dada, aquilo a que mais tarde chamaremos a interpretação em extensão e a interpretação em intensão ou em compreensão. Dizer que o homem é mortal pode com efeito significar, ou que a classe dos homens está incluída na dos mortais, ou que o conceito de homem compreende, entre as duas determinações, o de mortal. Do primeiro ponto de vista, *homem* entra em *mortal*, como a espécie do género; do segundo ponto de vista, é pelo contrário *mortal* que, como conceito, entra no conceito de *homem*. Destas duas interpretações da proposição, qual tem o apoio de Aristóteles? Sobre esta questão, os intérpretes dividiram-se: uns são «extensivistas», outros «compreensivistas». O problema ultrapassa o âmbito da pura lógica. Porque precisamente a sua solução está ligada à ideia que se tem das relações da lógica aristotélica ao conjunto da sua filosofia: deverá a sua lógica ser nela integrada, ou pelo

¹ Aristóteles hesitou, de facto, entre estas duas interpretações. Nos *Tópicos*, parece ter distinguido expressamente, qualificando-as respectivamente de *determinadas* e *indeterminadas*, estas duas espécies de particulares (III, 6: 120 a 6 e ss., com o comentário de J. Brunschwig na sua edição dos *Tópicos*, p. 163-164). Na silogística assertórica dos *Primeiros Analíticos*, onde domina seguramente a interpretação da proposição particular como indeterminada, a interpretação restritiva, que é a mais «natural», também não está ausente; daí resultam ambiguidades. É apenas na silogística modal, isto é, no fim da sua carreira, que Aristóteles chegou definitivamente a uma concepção unitária. Ver sobre este ponto o estudo de J. Brunschwig, «La proposition particulière chez Aristote», *Cahiers pour l'analyse*, 10, p. 3-26, com esta conclusão: «A particular 'lógica' teve alguma dificuldade em matar a particular 'natural'; mas acabou por lá chegar.»

contrário deverá ser olhada como uma disciplina independente? Na sua leitura de Aristóteles, os filósofos terão tendência para apertar esse elo, os lógicos para desapertá-lo. L. Brunschvicg, por exemplo, acha que «a aparência puramente formal que se emprestou à lógica de Aristóteles» vem do facto de «depois dele se ter apagado a inteligência da conexão entre a silogismo e a ontologia... Julgou assim dar-se-lhe [à lógica] o valor de uma ciência autónoma e positiva, ao passo que não se fazia senão obscurecer a verdadeira ideia da ciência»¹. Pelo contrário, Lukaszewicz, julgando embora «desastrosa» a influência da filosofia de Aristóteles, acha que esta não altera em nada o valor da sua silogística, que ele considera «uma obra puramente lógica, inteiramente isenta de toda a contaminação metafísica»². Consequentemente, os filósofos inclinam-se de preferência, em geral, para uma interpretação compreensivista, os lógicos para uma interpretação extensivista. Porque para Aristóteles filósofo da substância, a proposição interpreta-se normalmente em compreensão, equivalendo a atribuir uma qualidade a um sujeito. Ao passo que para Aristóteles lógico, a interpretação útil é a da extensão, que permite esta consideração do encaixe das classes sobre a qual assenta a silogística. Sem insistir nestas discussões³, ater-nos-emos aos pontos seguintes:

1.º Recorde-se primeiro⁴ que a distinção e a complementaridade entre o ponto de vista da compreensão (segundo o qual a proposição enuncia uma relação de implicação entre dois conceitos) e o da extensão (segundo o qual ela enuncia uma relação de inclusão entre duas classes) é uma consequência da dessacralização das Ideias platónicas. Ao recusar-se a ver nelas entidades dotadas de uma existência «separada», Aristóteles faz-lhes desempenhar o papel de simples predicados. Ora, um predicado não tem propriamente existência, não é um ser, mas pressupõe existentes dos quais possa ser predicado e que, numa proposição, desempenharão o papel de sujeitos, ὑποκείμενα. A proposição atributiva requiere portanto, em virtude das duas funções diferentes que nela se reconhece ao sujeito e ao predicado, que nela se juntem as duas significações, a extensiva e a intensiva. O sujeito deve com efeito ser nela entendido como uma substância e estas — ao menos as substâncias

¹ *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Alcan, 1912, § 48.

² *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic*, Oxford, Clarendon Press, 1951, p. 6 (2.ª ed. 1957).

³ Assinalamos apenas que a divergência das interpretações se manifesta mesmo por vezes nas traduções. As duas traduções francesas (Barthélemy Saint-Hilaire e Tricot) permanecem prudentes, mas certas traduções alemãs do *Organon* estão nitidamente orientadas: a de Karl Zell, *Aristoteles Werke*, *Organon*, Estugarda, 1836-40, é francamente extensivista, ao passo que a de von Kirchmann, *Das Organon des Aristoteles*, Philosophische Bibliothek, Bd. 9-13, é pelo contrário compreensivista. No final do século passado, na França, talvez em reacção contra a nova lógica que, na esteira de Boole, se construía em extensão, a lógica compreensivista é preferida por Lachelier, Rabier, Rodier, Hamelin, que têm tendência para projectar a sua própria concepção sobre Aristóteles, reconhecendo ao mesmo tempo que nele a questão não é perfeitamente nítida.

⁴ Ver sobre este ponto a boa análise de V. Sainati, *Storia dell'«Organon» aristotelico*, vol. I, Florença, Le Monnier, 1968, p. 33-41.

segundas, que se distribuem em classes, as únicas que terão de intervir na silogística — postularão que as consideremos do ponto de vista da extensão; ao passo que o predicado deverá ser entendido como um atributo, segundo uma ou outra das categorias da predicação, considerado portanto do ponto de vista da compreensão. Não apenas a sua lógica, mas o conjunto da sua filosofia, impediam-lhe o sacrifício de um ou do outro. Porque, por um lado, com uma interpretação puramente extensiva, estamos perante relações entre classes que se encaixam, que se excluem, ou que se recobrem parcial ou totalmente, e já não se trata de abributos: coisa a que se opõe, em lógica, a sua teoria da proposição e, no plano filosófico geral, a sua metafísica da qualidade. Por outro lado, com uma interpretação em pura compreensão, é o sujeito que desaparece, e a proposição categórica torna-se uma proposição hipotética (se x possui o atributo a , então ele possui o atributo b), em que o sujeito aparente da proposição categórica deixou de ser um verdadeiro sujeito para tornar-se também ele um atributo: ora, para Aristóteles, o sujeito gramatical é de facto também o sujeito lógico, é o suporte das qualidades, aquilo a que b é atribuído, e é ao mesmo tempo o sujeito ontológico, a substância.

2.º Entretanto Aristóteles nem sempre se mantém equidistante entre as duas interpretações. Na sua teoria da proposição, é o ponto de vista da compreensão que leva a melhor, pelo próprio facto de esta ser tratada como uma atributiva. Ela interpreta-se portanto normalmente, quer, se é uma singular, como enunciando a inerência de um atributo a um sujeito individual, quer, se o seu sujeito é um termo geral, como marcando uma relação de implicação entre dois conceitos. O emprego do verbo *ser* como cópula deixa, é certo, planar alguma incerteza, porque tolera uma interpretação extensiva, ainda que a forma de um adjetivo ou de um particípio que o predicado habitualmente reveste sugira de facto que este é concebido como um atributo mais que como uma classe. Mas se Aristóteles se serve geralmente desta cópula, relativamente neutra, nos exemplos concretos, em contrapartida, quando se exprime de maneira mais técnica, e nomeadamente quando substitui os termos concretos por variáveis, serve-se de cópulas que impõem manifestamente uma interpretação intensiva. Dizer que o predicado *A* pertence ($\acute{\upsilon}\pi\acute{\alpha}\rho\chi\epsilon\iota$) ao sujeito *B*, é evidentemente exprimir-se intensivamente, porque em extensão é pelo contrário *B*, isto é, a espécie, que pertence a *A*, isto é, ao género, como estando nele incluída. E de igual modo, dizer que *A* é predicado ($\kappa\alpha\tau\eta\gamma\omicron\rho\epsilon\acute{\iota}\tau\alpha\iota$) de *B*, é ainda sugerir a mesma interpretação, porque uma tal expressão seria muito estranha se pretendesse designar uma relação de inclusão entre classes.

3.º Mas a partir do momento em que a proposição entra como elemento num raciocínio e, mais geralmente, quando passa da análise descritiva para as considerações de validade formal, é o ponto de vista extensivo que domina. É que, como os modernos o reconheceram cada vez melhor e como Aristóteles teve o mérito de pressenti-lo, uma lógica formal não pode praticamente desenvolver-se a não ser no campo da extensão. A compreensão de um termo faz apelo ao seu sentido, isto é, ao conteúdo do conceito, coisa de que uma lógica que se pretende for-

mal deve fazer abstracção. Ao passo que em extensão só estamos perante uma relação entre classes, sem termos de ocupar-nos do que há em cada uma: para raciocinar formalmente sobre as classes A e B, basta saber se A está incluída em B ou inversamente, ou se ambas se excluem mutuamente, ou enfim se elas não têm uma parte comum. É por isso que a silogística aristotélica assenta inteiramente na consideração da inclusão das classes, portanto numa interpretação extensiva das proposições que compõem o silogismo. A coisa mostra-se claramente pelo papel essencial que aí desempenha a sua quantidade, noção extensiva por excelência, assim como pelas denominações características de termo grande (μεῖζον), de termo pequeno (ἐλάττωον) e de médio (μέσον): denominações de tal modo dominadoras, que a partir da primeira figura pela qual se fez, no espírito de Aristóteles, a descoberta do silogismo, elas manter-se-ão para as segunda e terceira figuras, onde, tomadas à letra, deixarão de ser exactas. Só quando se chegar à teoria dos silogismos modais, a pertinência de uma atitude estritamente extensiva se tornará mais contestável. Os modernos reconheceram efectivamente que as noções modais só dificilmente deixam integrar-se num cálculo puramente extensional, e é a razão pela qual alguns dentre eles as excluem do cálculo lógico propriamente dito, para remetê-las para a metalíngua.

4.º Para acabar com esta questão, observemos que cada uma das interpretações, inspirada por certos casos aos quais ela se adapta exactamente, torna-se forçada e artificial quando se pretende transferi-la para os outros, de modo que nenhuma delas permite a sua generalização de maneira plenamente satisfatória; o que se compreenderá melhor mais tarde. A inerência de um atributo num sujeito só convém propriamente aos singulares, os quais por isso mesmo, não toleram a conversão. A implicação de um atributo por um atributo limita-se aos universais, enunciando os particulares a conjunção de dois atributos; e em ambos os casos, a proposição tem apenas a aparência de uma proposição categórica simples. Finalmente, a distinção entre as duas particulares, a afirmativa e a negativa, quase não tem de intervir nas relações entre as classes, as quais se resumem essencialmente a três casos, correspondendo¹ respectivamente à universal afirmativa (inclusão), à universal negativa (exclusão) e à conjunção das duas particulares (intersecção).

Põe-se uma outra questão a respeito da proposição e, tal como a anterior, ela domina a interpretação de conjunto da lógica de Aristóteles. Na proposição, λόγος ἀποφαντικός, como deve entender-se este λόγος? Remeterá ele para a linguagem ou para o pensamento? Será ele o discurso exterior, a ligação das palavras, ou o discurso interior, o que a alma efectua em si própria? De início, Aristóteles orienta-nos para a primeira interpretação, quando define o λόγος, como «um som vocal dotado de sentido»: λόγος δέ ἐστι φωνή σημαντική². Uma vez que é dotado de sentido, não se trata, por certo, de um simples *flatus vocis*. «Os sons emitidos pela voz são os símbolos dos estados da alma³.» Sem

¹ Aproximativamente: ver mais à frente, a análise de Gergonne.

² *Interpretação*, 4, início. Mesma definição para o nome, δνομα, *ibidem*, 2.

³ *Ibidem*, 1, 16 a 3-4.

insistir na diferença que seria preciso estabelecer entre o som da voz e as entidades gramaticais que lhes correspondem, isto é, as palavras, pode admitir-se que tais declarações remetem para a linguagem mais do que para o pensamento. Tal é, de facto, a atitude que parece ser exigida pelo propósito de uma lógica formal. Porque, embora as palavras e os discursos por elas compostos tenham um sentido, ela deve ao menos, precisamente porque se pretende formal, fazer abstracção desse sentido para se ligar apenas à forma exterior do discurso. E no entanto, Aristóteles não se fica nesta atitude nominalista. A proposição é o λόγος a que pertence o verdadeiro ou o falso; ora o verdadeiro e o falso, para Aristóteles tal como para Platão, primordialmente só pertencem aos pensamentos, e é só em relação ao pensamento que ela exprime que se pode dizer de uma fala que ela é verdadeira ou falsa. Sendo os sons emitidos pela voz o indício do que se passa no espírito, temos, em última instância, de remontar do enunciado verbal para o juízo que ele exprime. Para reconhecer, por exemplo, a partir de um certo enunciado, qual de dois outros deve ser tido como o verdadeiro contrário do primeiro, é o pensamento daquele que julga que é preciso consultar¹. Mais em geral: «a demonstração, tal como o silogismo, não se dirige ao discurso exterior, mas ao discurso interior da alma»²; é referindo-se a este último, como juiz supremo, que se evitará deixar-se apanhar nas armadilhas verbais que nos lançam dialécticos e sofistas. Onde pode concluir-se, com Bochenski, que para Aristóteles o assunto da lógica é em primeiro lugar a rectidão do pensamento, seguindo-se a correcção da linguagem como uma simples consequência³.

Agora, subordinando assim, no λόγος, a expressão ao pensamento, ainda só respondemos a metade da questão. Haverá que entender este pensamento no sentido subjectivo ou no sentido objectivo, como pensamento pensante ou como pensamento pensado? Trata-se das operações que se passam na alma, ou daquilo sobre que elas incidem? O que fica dito deixa-nos ainda na incerteza, porque o verdadeiro e o falso só podem convir aos conteúdos objectivos do pensamento, ao passo que o juízo é um acto do espírito. Mas uma declaração expressa, logo na abertura da *Interpretação*, exclui a interpretação subjectivista. As «afecções da alma», παθήματα τῆς ψυχῆς, cujas expressões verbais são os signos, são estranhas ao objecto da lógica: é o tema de uma outra disciplina, ἄλλης γὰρ ταῦτα πραγματείας, e Aristóteles remete quanto a isso para o seu tratado *Da Alma*. Tal como os nossos contemporâneos, Aristóteles afastaria portanto o «psicologismo». Como, por outro lado, ele afasta o nominalismo, será preciso colocá-lo entre aqueles a que correntemente hoje chamamos os «realistas» ou os «platonistas», porque, à maneira de Platão, vêem os objectos do pensamento, enquanto distintos das coisas materiais a que podem referir-se, entidades dotadas de uma realidade *sui generis*? Aristóteles distingue bem entre o que é significado pela palavra e as próprias coisas às quais se refere essa significação. Mas sabe-se que ele recusa às ideias toda a consistência ontológica. E, por

¹ *Ibidem*, 14, 23 a 32 e ss.

² *Seg. Anal.*, I, 10; 76 b 24-25.

³ *Ancient formal logic*, p. 26.

outro lado, não se encontra nele uma doutrina que corresponda ao que será, nos estoícos, a teoria dos incorporais.

A prudência histórica deve, sem dúvida, dissuadir-nos de procurar fazer entrar Aristóteles num dos nossos compartimentos, e de lhe pôr com demasiada insistência questões que são mais nossas do que suas. A menos que, pelo contrário, como não teme fazê-lo Bochenski¹, que se queira louvá-lo por ter sabido construir uma lógica puramente formal sem a comprometer numa ou noutra destas filosofias, e, guiado por uma intuição genial, ter propositadamente escolhido um vocabulário que, passando por cima das querelas de interpretação, permita elevar a teoria até ao nível da pura lógica. Tese da qual temos infelizmente de dizer que é pelo menos gratuita, porque jamais Aristóteles nos deu a conhecer uma tal intenção.

3. A oposição e a conversão

Num raciocínio dedutivo, a conclusão resulta de uma certa maneira de aproximar — de pôr em conjunto, como o sugere a própria palavra συλλογισμός — ao menos duas proposições. Mas dado que a proposição consiste em a própria numa certa maneira de combinar dois termos, podem já obter-se, a partir de uma só proposição, várias proposições novas compostas dos termos segundo as diversas combinações possíveis desses termos, por exemplo, fazendo actuar as diferenças segundo a afirmação ou a negação, a universalidade ou a particularidade, ou ainda permutando os termos. Pôr-se-á então o problema de determinar, de um ponto de vista formal, a relação lógica de validade da nova proposição em relação à primeira. Os lógicos posteriores constituíram assim uma teoria daquilo a que chamaram as «inferências imediatas», a estudar antes da das «inferências mediatas» das quais o silogismo será a peça fundamental. Estas denominações não são de Aristóteles, tal como a distribuição sistemática. Mas encontra-se de facto nele, com todos os seus elementos essenciais, uma teoria da oposição e uma teoria da conversão das proposições. Postuladas uma e outra pelas necessidades da dialéctica, e esboçadas a partir das suas primeiras obras lógicas, elas tomarão a sua forma acabada na *Interpretação* para a oposição, e nos *Análíticos* para a conversão.

O tratado das *Categorias* consagra dois capítulos (10 e 11) aos opostos, ἀντιθέσεις, que ele reparte em quatro grupos: a oposição «dos relativos, como o duplo à metade; a dos contrários, como o mal ao bem; a da privação à posse, como a cegueira à visão; a da afirmação à negação, como *ele está sentado, ele não está sentado*»². Notar-se-á o carácter

¹ F.L., p. 54.

² *Categ.*, 10, 11 b 20-23. A autenticidade destes últimos capítulos das *Categorias* é, recordemo-lo, bastante suspeita; mas noutros sítios, na *Metafísica* e nos *Tópicos*, Aristóteles retoma a mesma divisão. Ele adopta-a ao que parece, como uma coisa estabelecida mais que como uma teoria pessoal. Numa outra passagem, essa certamente autêntica, das *Categorias* (6, 6 a 17-18), Aristóteles apresenta como tradicional a definição dos contrários como os extremos de um mesmo género.

aparentemente pouco sistemático desta divisão¹ e, principalmente, a sua falta de homogeneidade: as três primeiras oposições referem-se a conceitos, a quarta apenas a proposições.

É na *Interpretação* que se encontrará uma teoria sistemática das proposições opostas (ἀντικειμέναι). Juntando-se à simples distinção entre afirmação e negação (cap. 6) também aí é tomada em consideração (cap. 7) a diferença que separa as universais das particulares². O fundamento de uma teoria da oposição das proposições continua naturalmente a ser sempre a relação da negação à afirmação. A clarificação desta relação era indispensável para uma boa técnica da discussão onde, na discussão dialéctica, se trata para o perguntador de rebater a tese do adversário, o que equivale a estabelecer a proposição que é a sua exacta negação, formando com a afirmação uma verdadeira alternativa, sem escapatória possível. Ora, Aristóteles dá-se conta de que convém distinguir entre duas maneiras de negar uma proposição, que ele próprio tinha antes confundido em várias passagens de *Metafísica* Δ, e que, por conseguinte, uma proposição não tem uma, mas duas opostas. Ao lado da que lhe é oposta contraditoriamente (ἀντιφατικῶς), há que dar um lugar à que lhe é oposta como sua contrária (ἐναντιῶς). Reaparece assim³ a relação de contrariedade, mas actuando desta vez entre elementos diferentes e com um sentido novo: não já entre dois conceitos, como extremos de um mesmo género, mas entre duas proposições, como incompatíveis entre elas. Incompatíveis, isto é, não suportando ser verdadeiras em conjunto, mas sem por isso constituírem alternativa: o que as distingue das contraditórias. Porque duas contraditórias não podem ser nem ambas verdadeiras, nem ambas falsas; de maneira que da verdade ou da falsidade de qualquer uma delas, pode concluir-se pela falsidade ou pela verdade da outra. Ao passo que em presença de duas contrárias, pode sempre concluir-se da verdade de uma pela falsidade de outra, pois que elas não toleram a sua comum verdade, em contrapartida, da falsidade de uma nada pode concluir-se sobre a outra, porque elas podem ser ambas falsas. Os erros de raciocínio que Aristóteles tinha primeiro cometido consistiam precisamente em ter tratado contrárias como contraditórias, julgando ter estabelecido a verdade de uma porque tinha provado a falsidade da outra.

¹ No entanto, Hamelin tentou mostrar (*Le système d'Aristote*, p. 141-142), fundando-se numa passagem da *Metafísica* (I, 4) como Aristóteles punha uma ordem hierárquica nesta divisão.

² Lembremo-nos de que, na *Interpretação*, é feita a distinção entre as coisas universais e as singulares; mas como um sujeito «universal» (isto é, um conceito geral) pode ser afirmado ou negado quer universalmente, quer não universalmente, isso equivale, quase nos mesmos termos, à distinção entre o que os *Analíticos* denominarão as proposições universais e as particulares. Acrescente-se que um capítulo, bastante complicado, da *Interpretação* (10) combina o caso em que a negação incide propriamente sobre a proposição, e aquele em que ela incide sobre um dos seus termos.

³ A analogia entre os dois casos, que explica sem dúvida que Aristóteles tenha retomado esta palavra *contrários* para transferi-la da oposição dos conceitos para a oposição das proposições, reside no facto de haver sempre entre os dois contrários, conceptuais ou proposicionais, uma zona intermediária da qual eles constituem os dois limites extremos: todos os matizes do cinzento entre o branco e o preto, como toda a extensão dos *alguns* entre *todos* e *nenhum*.

É a consideração da quantidade das proposições que permite pôr a claro esta distinção. A oposição segundo a contradição funciona, quer entre a universal afirmativa e a particular negativa (*Todo o S é P, Algum S não é P*), quer entre a universal negativa e a particular afirmativa (*Nenhum S é P, Algum S é P*). A oposição segundo a contrariedade estabelece-se entre as duas universais (*Todo o S é P, Nenhum S é P*): ve-se que elas podem ser ambas falsas, no caso em que as duas particulares correspondentes, *Algum S é P* e *Algum S não é P*, são verdadeiras tanto uma como a outra.

Ulteriormente, os lógicos alargarão a teoria da oposição ampliando o sentido da palavra, designando como opostas duas proposições que, tendo o mesmo sujeito e o mesmo predicado, diferem quer pela qualidade, quer pela quantidade, quer por ambas ao mesmo tempo. Às contraditórias e às contrárias juntar-se-ão assim as subcontrárias (as duas particulares, que podem ser ambas verdadeiras mas não ambas falsas) e as subalternas (as duas proposições que, tendo a mesma qualidade, se opõem em quantidade: implicando a verdade da universal a da particular e a falsidade da particular a da universal). Aristóteles não ignora estas relações¹, mas não as inclui na sua teoria das opostas. A lei das subcontrárias obtém-se aliás facilmente combinando as leis das contraditórias e das contrárias; só que Aristóteles considera que a particular e a negativa só são opostas de uma maneira verbal²: quer dizer que se uma comporta bem, em relação à outra, a introdução da negação, nem por isso é menos verdade que não se podem olhar como verdadeiramente opostas duas proposições que podem ser verdadeiras em conjunto e que podem portanto colocar-se simultaneamente. Com maioria de razão ele teria recusado tratar como verdadeiras opostas as subalternas, dado que nenhuma relação de negatividade funciona entre elas, e dado que a verdade universal não é apenas combatível com a da particular correspondente, mas que a implica necessariamente. Isso não impede que, desde os *Tópicos*, ele conheça bem as leis das suas relações, ainda que só aí as formule na metalíngua³.

A validade das regras que autorizam certas inferências de uma proposição para uma das suas opostas funda-se na verdade de certas leis lógicas. Assim, a regra das contraditórias assenta naquilo a que pode chamar-se a lei da alternativa, a qual resulta da conjugação de duas leis elementares, a da contradição e a do terceiro excluído⁴. A primeira, que regula também a oposição das duas universais (contrárias), nega a conjugação de uma qualquer proposição *p* e da sua negação não-*p*: não ao mesmo tempo *p* e não-*p*; donde resulta que, se uma é verdadeira, a outra é falsa. A segunda, que regula também a oposição das duas particulares (subcontrárias), afirma a disjunção de uma qualquer proposição

¹ Ainda que ele não tenha dito expressamente que as duas «subcontrárias», que podem ser verdadeiras conjuntamente, não podem ser falsas ao mesmo tempo.

² *Prim. Anal.*, II, 15; 63 b 28. A palavra «subcontrárias» (ὕπερθετικαί) só aparece com Alexandre de Afrodísia.

³ *Tópicos*, II, 1, 109 a 4-6; III, 6, 119 a 34-36.

⁴ As denominações «alternativa» e «terceiro excluído» não pertencem à linguagem de Aristóteles.

p e da sua negação não- p ; p ou não- p ; donde resulta que se uma é falsa, a outra é verdadeira. Aristóteles conhece estas duas leis, embora as não exprima à nossa maneira e não tenha a preocupação de reduzir cada uma delas a uma fórmula única e canónica. No livro 1 da *Metafísica*, que é precisamente consagrado ao princípio de contradição, ele insurgese com indignação contra aqueles que, como os megáricos, ousam pô-lo em questão; ele próprio coloca-o no cume da hierarquia e faz dele o princípio fundamental de todo o pensamento, «porque ele está por natureza na origem de todos os outros axiomas»¹. Quanto ao princípio do terceiro excluído, se não é expressamente estabelecido, será pelo menos sempre aplicado, e portanto implicitamente admitido, em toda a silogística.

Entretanto, sobre este último ponto, encontra-se na *Interpretação*² uma passagem, talvez acrescentada mais tarde, onde Aristóteles, opondo-se mais uma vez aos megáricos cujas teorias parecem implicar que o futuro está inteiramente determinado, apresenta aparentemente algumas reservas. O princípio segundo o qual a negação ou a afirmação é necessariamente verdadeira ou falsa é mantido quando se trata de proposições gerais (universais ou particulares), ou mesmo de proposições singulares quando estas incidem sobre o passado ou o presente; mas «para os futuros que incidem sobre singulares, a solução já não é a mesma»³. Porque aplicar-lhes este princípio não equivalerá de facto a negar a contingência dos futuros? Amanhã haverá, ou não haverá, uma batalha naval? Se admitirmos que entre uma proposição e a sua negação uma delas é necessariamente verdadeira, não será preciso dizer que a partir daí é necessariamente verdadeiro que haverá uma batalha ou que não a haverá? Mas Aristóteles observa que o que aqui é necessário é a alternativa e não este ou aquele dos seus membros. «Necessariamente haverá amanhã uma batalha naval ou não a haverá; mas não é necessário que haja amanhã uma batalha naval, tal como não é necessário que a não haja»⁴. Só amanhã, quando um ou outro destes acontecimentos se verificar, se poderá dizê-lo necessário, e necessária igualmente a ausência do outro: porque «que aquilo que é seja, quando é, e aquilo que não é não seja, quando não é, eis o que é verdadeiramente necessário»⁵. Mas quando um acontecimento existe apenas em potência, *δυνάμει*, então ele é apenas possível, *δυνατόν*. E o que é válido para os acontecimentos, é também válido para as proposições que incidem sobre eles. Antes da batalha naval, a proposição sobre a batalha existe, se assim se pode dizer, apenas em potência quanto à sua verdade, dado que a verdade de um proposição se funda na sua correspondência com o ser, e que se trata aqui de um ser em potência. Quando a potência tiver passado a acto, quando a batalha tiver tido lugar ou não, só então a verdade ou a falsidade da proposição que incide sobre esse acontecimento se terá ela

¹ *Metafísica* I, III, 1005 b.

² Capítulo 9.

³ 18 a 34.

⁴ 19 a 31-32.

⁵ 19 a 24.

própria actualizado. Até lá, nem uma nem outra de ambas as proposições referentes ao acontecimento era verdadeira ou falsa: não no sentido de que o princípio do terceiro excluído, $p \vee \sim p$, não se verificaria lá, mas no sentido de que a qualificação de verdadeira ou de falsa só pode aplicar-se a uma proposição que incide sobre um acontecimento, quando esse acontecimento está em acto.

É portanto pelo menos duvidoso que seja preciso ver nesta teoria dos futuros contingentes, como por vezes se fez nos nossos dias, o esboço de uma lógica trivalente, admitindo, para uma proposição, a possibilidade de um *tertium* entre a sua verdade e sua falsidade. Em todo o caso, não haverá nenhuma abertura deste género nos *Analíticos*, onde todos os raciocínios admitem implicitamente a validade universal do princípio do terceiro excluído, sem que apareça em nenhum lado a mínima restrição. Não poderia, aliás, haver qualquer restrição, dado que Aristóteles tinha ele próprio limitado expressamente a sua discussão ao caso de certas proposições singulares, ao passo que a sua silogística exclui precisamente as singulares do seu domínio.

*
* *

Uma outra maneira de obter uma proposição nova a partir de uma proposição dada, é permutar nela sujeito e predicado: operação que, como dissemos, só é possível se estes dois termos forem homogêneos, isto é, se o sujeito for, ao mesmo título que o predicado, um conceito¹. Aristóteles chama-lhe conversão (*ἀντιστροφή*) e interroga-se sobre as condições em que uma tal transformação é legítima, isto é, permite concluir da verdade da primeira proposição para a da segunda.

A palavra e a ideia aparecem já nos *Tópicos*, mas sob uma forma ainda bastante vaga e confusa, pois que a *ἀντιστροφή* aplica-se aí tanto a um só nome ou a um raciocínio completo como a uma proposição. Mesmo neste último caso, a conversão não tem exactamente o sentido que assumirá seguidamente e que passará para a lógica clássica. Aristóteles apresenta lá, de facto, como exemplo a passagem de *P pertence a todo o S* para *Todo o S é P*, acompanhando portanto a permuta dos termos pela mudança da cópula. Contudo, uma teoria importante dos *Tópicos*², pois que é sobre ela que se funda o plano do tratado, sugere já a ideia das condições de validade de uma conversão, no sentido definitivo desta palavra; é a teoria daquilo a que em seguida se chamará os «predicáveis». Ela consiste em enumerar, fundando-se, quer empiricamente na indução, quer racionalmente na dedução, as diferentes classes, *γένεαι*, sob as quais se podem catalogar os diversos predicados possíveis.

¹ Ela seria também possível, segundo a mesma condição de homogeneidade, se os dois termos fossem igualmente singulares, como se transformássemos *Teofrasto é Tyrtamos* em *Tyrtamos é Teofrasto*. Mas Aristóteles não encara conversões deste tipo.

² *Tópicos*, I, 8 e 9; o cap. 9 tenta precisar as relações entre os predicáveis e as categorias.

O predicado de uma proposição ou enuncia a essência, e então a proposição é uma definição, ὅρος, ou o próprio, ἴδιον, isto é, aquilo que pertence unicamente ao sujeito sem por isso figurar na sua essência, por exemplo, para o homem, a aptidão para aprender a gramática, ou o gênero, γένος, de que o sujeito faz parte, como *animal* é para *homem*, ou finalmente um simples acidente, συμβεβηχός, que pode encontrar-se ou não no sujeito, por exemplo, para o homem, ser branco. Ora vê-se logo, e Aristóteles tira de imediato esta consequência, que a troca do sujeito e do predicado pode fazer-se sem risco nos dois primeiros casos, pois que o sujeito e predicado têm aí exactamente a mesma extensão, mas não nos dois últimos casos. E se se combinar esta convertibilidade ou inconvertibilidade com o carácter essencial ou não essencial do predicado, obter-se-ão quatro casos possíveis, o que mostra que a classificação dos predicáveis é exaustiva: se o predicado marca a essência, ele é convertível (definição) ou não-convertível (gênero); se não marca a essência, ele é igualmente ou convertível (próprio) ou não-convertível (acidente).

A teoria é retomada nos *Analíticos*¹ onde desempenhará um papel importante para a redução dos silogismos das segunda e terceira figuras. Mas ela é aí precisada pela consideração da quantificação e da negação, com a distinção entre as quatro espécies de proposições que daí resulta, ao mesmo tempo que se apaga a consideração dos predicáveis. A universal negativa converte-se simplesmente, sem que haja nada a mudar na sua quantidade nem na sua qualidade, e de igual modo a particular afirmativa. Mas para a universal afirmativa — que pode ser olhada como enunciando a subsunção do sujeito sob o predicado ou como a inclusão da espécie no gênero — com a conversão o novo predicado é apenas, para o novo sujeito, um acidente, o que quer dizer que pode não lhe pertencer; é por isso que a proposição deve então mudar de quantidade, e tornar-se particular, sendo a particularidade precisamente a marca do acidente: de *Todo o S é P* apenas se pode concluir que *Algum P é S*. Quanto à primeira negativa, ela não se converte: se *homem* não pertence a algum *animal*, não se segue daí que *animal* não pertença a algum *homem*.

À conversão, os lógicos da Idade Média acrescentarão outras «inferências imediatas» fazendo funcionar a negação não apenas sobre a proposição, mas também sobre os termos. Assim, a partir de *S é P*, a obversão dá, por neutralização das duas negações, *S não é não-P*; a contraposição, que equivale a converter uma obversão, dá *não-P é não S*. Se Aristóteles não ignora estas operações, no sentido de que sabe oportunamente praticá-las, ele não faz no entanto a sua teoria.

4. O silogismo

A palavra silogismo aparece, como termo técnico, nos *Tópicos*. O silogismo é aí apresentado como uma das duas maneiras possíveis de

¹ *Prim. Anal.*, I, 2.

raciocinar, sendo a outra a indução, e subdividido em três variedades (demonstrativo, dialéctico, erístico) segundo o grau de verdade das proposições de que parte. Ele é definido como «um discurso no qual, sendo dadas certas coisas, algo de diferente dessas coisas dadas daí resulta necessariamente, pela própria força desses dados»¹. Ora, isso não é mais que o prelúdio à teoria do silogismo, tal como a expõem os *Primeiros Analíticos*. A distinção entre as suas três variedades apagar-se-á, sendo de excluir de uma teoria formal do raciocínio toda a referência à verdade do conteúdo. E a própria noção do silogismo ganhará um sentido mais estrito e muito mais preciso. Porque nos *Tópicos*, a palavra designa a dedução em geral, como o testemunham ao mesmo tempo a definição que dele é dada², a complementaridade que lhe é assinalada em relação à indução, e enfim o próprio uso que dele é feito ao longo do tratado. É por isso que é sem dúvida preferível, para evitar as confusões, traduzir sistematicamente o συλλογισμός dos *Tópicos* pela palavra *dedução*, como fez um tradutor recente³.

É bastante surpreendente que, quando apresenta nos *Analíticos* a sua teoria do silogismo perfeitamente elaborada, Aristóteles se tenha contentado em retomar quase textualmente⁴ a mesma definição, quando o definido se tinha consideravelmente contraído precisando-se bastante mais. Nenhuma definição nova vem, seguidamente, precisar a indeterminação da primeira. Talvez a coisa se explique pelo facto de que a nova forma de silogismo aparecia, aos olhos de Aristóteles, como a forma acabada da dedução, de modo que se podia, em rigor, identificá-lo com ela; não completamente, no entanto, porque ele próprio reconhece a existência de deduções rigorosas que não são estritamente silogísticas. Seja como for, somos forçados, à falta de uma definição precisa, a recorrer primeiro a uma simples descrição, para dizer o que é o silogismo.

Um silogismo compõe-se de três termos (ὅροι), unidos dois a dois em três proposições elementares, ocorrendo cada um deles duas vezes. Um desses termos tem a função, essencial ao raciocínio, de efectuar a mediação entre os dois outros: é o termo médio (ὁ μέσος ὅρος, ou το μέσον). Os outros dois termos são os extremos (τὰ ἄκρα); o que tem maior extensão, e que aparece em primeiro lugar, é o termo grande ou o maior (τὸ μείζον, ou τὸ πρῶτον ἄκρον); o que tem a extensão menor, e que só intervém depois do outro, é o termo pequeno ou o menor (τὸ ἐλάττω, ou τὸ ἔσχατον ἄκρον). Isto quanto aos termos; vejamos agora as proposições. A conclusão (τὸ συμπεράσμα) é a que une os dois termos extremos, o pequeno como sujeito, o grande como predicado; é a última a ser enunciada. As duas outras proposições, entre

¹ *Tópicos*, I, 1 e 12.

² Comparar a definição dada por Aristóteles com a dedução apresentada por Goblot no seu *Vocabulaire philosophique*: «O raciocínio dedutivo consiste em julgar que uma certa proposição, chamada *consequência*, é necessariamente verdadeira, se uma ou várias outras proposições, chamadas *princípios*, são verdadeiras.»

³ Jacques Brunschwig, *op. cit.*; ver p. 113.

⁴ A única diferença está nas últimas palavras: διὰ τῶν κειμένων nos *Tópicos*, τῶν τελευτῶν εἰναι nos *Analíticos*.

as quais se reparte o termo médio, são as premissas (αι προτάσεις, por vezes τὰ διαστήματα); a que contém o termo grande, e que se coloca em primeiro lugar, é a maior (ἡ πρώτη πρότασις); a outra, que contém o termo pequeno e que vem a seguir, é a menor (ἡ δευτέρα, ou ἑτέρα, ou τελευταία πρότασις)¹. Esta terminologia foi fixada em consideração da primeira figura; foi depois alargada por analogia mas não, como se verá, sem algumas impropriedades, às outras figuras.

Após esta descrição, acompanhada das indicações terminológicas, seria altura de apresentar exemplos. Aqui surge uma dificuldade. O exemplo tradicional *Todo o homem é mortal, Sócrates é homem, logo Sócrates é mortal*, não é aristotélico. Em primeiro lugar, porque não só não se encontra, de facto, em Aristóteles, mas também porque a silogística aristotélica deixa de lado, recordemo-lo, o caso das proposições singulares. Seria necessário portanto substituir ao menos o nome do indivíduo Sócrates pelo de umas das espécies a que ele pertence, por exemplo, *filósofo*. Mas, mesmo assim rectificado, o exemplo não daria uma ideia exacta do que é a silogística aristotélica. Com efeito, nesta silogística, Aristóteles reduz sistematicamente os silogismos com termos concretos ao seu esquema abstracto, que seria, para aquele que acabamos de tomar como exemplo, o seguinte: «Se A é afirmado de todo o B, e B de todo o C, então necessariamente A é afirmado de todo o C».² A relação entre as duas apresentações encontra-se marcada, num outro exemplo, pelo próprio Aristóteles, numa passagem dos *Segundos Analíticos*³: «Admitimos que *perder as suas folhas* seja representado por A, *ter folhas largas* por B, e *videira* por C. Se A pertence a B (porque toda a planta de folhas largas perde as suas folhas) e se B pertence a C (porque toda a videira é uma planta de folhas largas), então A pertence a C, por outras palavras, toda a videira perde as suas folhas.» As diferenças entre as duas formulações são múltiplas⁴. Convém examiná-las com cuidado, sublinhando a sua importância, que tem geralmente escapado aos próprios lógicos, até à nossa época.

A primeira diferença, que salta à vista, é a substituição de variáveis literais A, B, C, às constantes verbais *videira*, *que perde as suas folhas*, *que tem folhas largas*. Longe de ser um pormenor desprezível, este processo tem um alcance considerável. A ponto de alguns lógicos serem hoje levados a dizer que está aí, no que se refere à Lógica, a mais impor-

¹ Prevenimos aqui, tendo em atenção os principiantes, uma confusão em que eles caem facilmente. A ordem na qual são enunciadas as três proposições é uma ordem canónica, mas que não tem em si nenhum alcance quanto à validade do raciocínio: este permanecerá válido se, por exemplo, se permutasse maior e menor, como o próprio Aristóteles — que no entanto chama por vezes ao maior «o primeiro» e ao menor «o último» — não se inibe de fazê-lo, nomeadamente na formulação dos modos da 3.^a figura. Não há pois que fiar-se no lugar ocupado pelas proposições para distinguir a maior e a menor, mas reconhecê-las nos termos que elas contêm. Não é pelo facto de uma proposição ser enunciada em primeiro lugar que ela é, só por isso, a maior; é porque ela é a maior que é habitualmente enunciada em primeiro lugar.

² *Prim. Anal.*, I, 4, 25 b, 38-40. Em vez de *é afirmado de*, Aristóteles emprega também, como se verá, a expressão *pertence a*.

³ II, 16, 98 b, 5-9.

⁴ Elas foram magistralmente analisadas por Lukasiewicz, *Arist. Syll.*, § 8, de que nos inspiramos aqui muito largamente.

tante descoberta de Aristóteles. É de facto com ela e por ela que começa uma lógica propriamente formal, ou seja, em cujos enunciados desapareceu toda a alusão ao conteúdo dos termos. Para captar todo o seu valor por uma analogia, pense-se nos progressos que permitiu, nas matemáticas, a passagem do cálculo aritmético para o cálculo algébrico, onde as variáveis x , y , z , vêm substituir as constantes numéricas, e no tempo que foi preciso para que finalmente se reparasse numa prática que nos parece hoje tão simples e tão natural. De resto, não é seguro que Aristóteles tenha captado plenamente todo o alcance do processo a que ele dava início. Os autores mais inclinados a pôr em relevo os seus contributos para a lógica guardaram aqui alguma reserva. Aristóteles, diz por exemplo Bochenski, «descobriu a variável, mas... parece que ele próprio nunca realizou plenamente que tinha de haver-se com variáveis»¹. De facto, em nenhum lado ele fala de variáveis, em nenhum lado ele explica ou justifica o uso que delas faz e as suas vantagens, como se se tratasse apenas de uma simplificação de escrita. Foi de facto assim que a coisa lhe deve ter aparecido primeiramente, e só timidamente e nos textos sem dúvida mais tardios é que ele se arrisca a operar sobre variáveis, por exemplo, a fazer sobre elas substituições. Só com os seus comentadores, Alexandre e depois João Filopono, se verão mais tarde aparecer as primeiras explicações e justificações. Também em nenhum lado Aristóteles fez expressamente a distinção, que os estóicos farão mais tarde assinalando-a no seu vocabulário, entre o raciocínio concreto e o seu esquema abstracto: a mesma palavra *silogismo* recobre indistintamente ambos os casos. E sem ir até dizer, com Hamelin, que a ideia de uma lógica formal é estranha a Aristóteles ou mesmo que ela lhe é francamente hostil², ver-se-á que convém não exagerar o seu formalismo, que permanece nele nitidamente menos aprofundado que em breve o será entre os estóicos. Nem por isso é menos verdade que, quer ele tenha disso tomado clara consciência quer não, a introdução das variáveis fez dele, como o sublinhou D. Ross aprovado por Lukasiewicz³, o fundador da lógica formal. E foi já essa prática que lhe permitiu dar o passo decisivo pelo qual ele chega, pela primeira vez, à formulação directa das leis lógicas. Assiste-se a essa passagem desde o início dos *Primeiros Analíticos*, no capítulo 2 onde, depois de ter dado uma simples descrição, expressa na metalíngua, de uma das leis da conversão («é necessário que a proposição negativa de atribuição universal se converta nos seus termos»), depois de a ter ilustrado por um exemplo («se nenhum prazer é um bem, também nenhum bem será um prazer»), acaba finalmente por enunciar-la ela própria usando pela primeira vez variáveis: «Se A não pertence a nenhum B, também B não pertencerá a nenhum A.»

Se dos termos, concretos ou simbólicos, passarmos agora ao modo como eles se organizam para formar uma proposição, verificaremos uma segunda diferença entre as duas apresentações: uma mudança da cópula, acompanhada de uma modificação na ordem dos termos. A cópula já

¹ *Ancient formal logic*, p. 44. A mesma coisa em Lukasiewicz, *op. cit.*, p. 8-9.

² *Le système d'Aristote*, p. 92-3.

³ Lukasiewicz, *op. cit.*, p. 8, nota 1.

não é o verbo ser, εἶναι, mas umas vezes o verbo ὑπάρχειν, que significa *pertencer*, outras vezes o verbo κατηγορεῖν, empregado na passiva, que pode traduzir-se por *afirmar*, ou melhor¹, por *predicar*. Seguidamente os dois termos trocam de lugar; o predicado é enunciado em primeiro lugar, torna-se o sujeito gramatical da frase, ao passo que o sujeito lógico é remetido para depois do verbo a título de complemento. Seguindo Aristóteles, naturalmente, na escolha das letras como variáveis, a ordem alfabética, a letra A simboliza pois o predicado, e B o sujeito lógico: se se traduzisse com o verbo ser, *A é afirmado de todo o B* tornar-se-ia, em virtude desta inversão dos termos, *todo o B é A*. Porquê esta mudança sistemática quando se passa do silogismo concreto para o seu esquema abstracto? Aristóteles não o diz, mas Alexandre apresenta uma razão verosímil. Nas formas simbólicas, em que o sentido das palavras já lá não está para sustentar o pensamento, é preferível, para marcar sem equívoco a diferença de função entre os dois termos, evitar o verbo *ser* que os quer ambos semelhantemente no nominativo, e usar verbos com os quais, enquanto que um dos termos — o predicado sujeito gramatical — permanece no nominativo, o outro, sujeito lógico, passa a um caso oblíquo: genitivo com κατηγορεῖσθαι, dativo com ὑπάρχειν. Para as fórmulas de termos concretos, a razão é menos imperiosa, e é por isso que Aristóteles continua nesse caso a conformar-se com os usos da língua; seria artificial, como observa Alexandre, dizer *A virtude é predicada de toda a justiça*.

- * Não deixa de ter interesse notar que esta variabilidade da formulação, não somente na passagem da expressão concreta à expressão simbólica, mas no próprio interior desta última, revela bastante claramente que a lógica de Aristóteles não leva a preocupação formal até ao formalismo. A essência do formalismo é calcular com base em sinais, independentemente do seu sentido. Não se trataria pois de homonímias, de equivalências quanto ao valor semântico: se dois enunciados se apresentam sob formas diferentes, é preciso tratá-los como enunciados diferentes. Esta despreocupação relativa manifesta-se de resto, em Aristóteles, de outros modos, como em breve se verá.

Se finalmente se passar da estrutura interna das proposições à sua ordenação no raciocínio, verifica-se uma terceira diferença na maneira como se pode apresentar um silogismo. Ela não aparece expressamente no exemplo dado atrás da videira de folhas largas e caducas, mas seríamos facilmente tentados a introduzi-la lá, impondo esse silogismo concreto do qual Aristóteles nos fornece apenas as três partes, a forma silogística que nos é hoje familiar. Nesta formulação, quer se usem termos concretos, quer eles sejam substituídos por variáveis, faz-se com que se sucedam três proposições (ou três esquemas proposicionais) independentes, colocadas categoricamente, e das quais a terceira é habitualmente anunciada pela palavra *logo*, que assinala que ela é a conclusão das outras duas. O que assim se enuncia é uma *inferência* — ou, se os termos concretos são substituídos por variáveis, um esquema de inferência.

¹ Para convir igualmente no caso de a proposição ser negativa.

Se, utilizando a linguagem logística moderna, simbolizássemos as três proposições pelas letras p , q , r , teríamos a disposição seguinte:

$$\frac{p}{q}$$

$$r$$

em que o traço horizontal separa a conclusão das premissas e desempenha o papel do «logo»: p , q , logo r . Ora, uma formulação deste género, em três proposições distintas com o «logo» característico, não é a que se encontra em Aristóteles. Ela só aparece de forma regular em Alexandre, para se substituir em breve, no uso corrente, à dos *Primeiros Analíticos*. Instalar-se-á tão bem na lógica clássica que se manterá mesmo nos eruditos que, como Waitz, Trendelenburg ou Prantl, exporão como historiadores a lógica de Aristóteles, sem que pareçam dar-se conta da transposição que assim lhe fizeram sofrer. Só Maier notará, de passagem, a diferença, mas nem por isso deixará de continuar, também ele, a seguir a apresentação da lógica clássica.

É no entanto de um outro modo que os *Analíticos* enunciam, de maneira constante e sistemática, os silogismos, como se poderá ver, desta vez sem a mínima liberdade de interpretação, na formulação abstracta que Aristóteles apresenta como quadro no seu exemplo da videira. As três proposições elementares deixam de ser independentes e de ser postas categoricamente; tornam-se os elementos de uma proposição complexa única, que assume a forma hipotética: a conjunção das duas premissas desempenha aí o papel de antecedente, e a conclusão o do consequente. Em linguagem simbólica moderna, escrever-se-ia:

$$(p \cdot q) \supset r$$

o que pode ler-se deste modo: se p e q , então r . O que não faz mais que resumir a fórmula aristotélica, que volta a encontrar-se quando se restabelecem, no lugar dos símbolos proposicionais elementares p , q , r , os esquemas proposicionais cada um deles com as suas duas variáveis conceptuais: Se A pertence a B , e B a C , então A pertence a C . Aqui já não estamos perante uma inferência, mas perante uma lei lógica que garante a validade da inferência.

A diferença pode parecer mínima. Deve no entanto sentir-se bem que uma inferência, que é uma operação do espírito, é uma coisa completamente diferente de uma lei, verdade intemporal. Uma inferência não é verdadeira nem falsa, já que estes qualitativos só convêm propriamente a proposições, não a actos como são as condutas do pensamento. De tais condutas apenas pode dizer-se que são correctas ou não, conforme elas são ou não regulares; e uma regra é válida ou não conforme é ou não justificada por uma lei. É a lei lógica Se A pertence a B e B a C , então A pertence a C , que permite tirar a conclusão A pertence a C da conjunção das premissas A pertence a B e B pertence a C , isto é, que permite fazer a inferência; mas esta mesma inferência é uma coisa diferente da lei que a justifica. A lógica clássica tinha facilmente tendência para confundir as leis e as regras, sem dúvida como recordação do sentido primitivamente normativo da própria lei, tirada do vocabulário

jurídico. Mais escrupulosa, a lógica contemporânea distingue cuidadosamente entre as duas noções umas das quais, de ordem puramente especulativa, tem a ver com o verdadeiro e o falso, ao passo que a outra, de ordem prática, tem a ver com o bom e o mau. Diferença que se repercute sobre a dos níveis da linguagem. Porque enquanto que uma lei se exprime na própria língua, a regra essa exprime-se na metalíngua, falando da conduta a ter em presença das proposições da língua.

Ora, a escolha que se faz de uma ou da outra maneira de exprimir-se é prenhe de consequências, porque está ligada a duas maneiras de entender a lógica. Ou como uma ciência, no sentido próprio desta palavra, isto é, como uma disciplina teórica, a colocar no mesmo plano que a matemática já que, tal como ela, se propõe enunciar verdades, distribuídas entre axiomas, teoremas, corolários, etc.; ou então, como uma disciplina normativa, análoga actualmente à moral e à estética, tendo como elas por objecto, se não prescrever regras, pelo menos enunciar as regras com as quais se conforma, segundo uma certa dimensão axiológica, uma conduta correcta; disciplina que se pode por certo qualificar de científica tal como se fala de uma medicina científica, para significar que as regras que ela formula são cientificamente fundadas e não arbitrariamente promulgadas, mas que nem por isso é uma ciência, a não ser no sentido em que se forjou a denominação um pouco suspeita de «ciência normativa». Convém sem dúvida não atribuir a Aristóteles, dado que ele nada disse sobre isso, uma consciência clara destas duas maneiras de entender a investigação lógica. Nem por isso elas devem deixar de estar presentes àqueles que, actualmente, se dedicam a analisar a sua obra lógica. E ser-lhes-á necessário sublinhar que Aristóteles se ateve sistematicamente, na exposição dos *Analíticos*, a uma destas duas apresentações, que não é justamente aquela que os seus sucessores deram à sua doutrina.

Estamos agora em condições de retomar, precisando-a, a descrição que anteriormente fizemos do silogismo, dando a esta nova formulação o valor de uma definição. Um silogismo é um esquema proposicional complexo, de forma hipotética, que pode simbolizar-se pela implicação $(p \cdot q) \supset r$, em que as letras p, q, r representam proposições atributivas elementares cada uma delas com dois termos variáveis (um dos quais é comum às duas premissas p e q , ao passo que os outros dois são os da conclusão r), de modo que este esquema proposicional complexo dá sempre uma proposição verdadeira quando nele se substitui cada variável por um qualquer termo concreto, mesmo que tal mudança tenha como efeito tornar falsa uma ou outra das premissas, ou ambas ao mesmo tempo e então, eventualmente, a conclusão que dele se tira. É por isso que um tal silogismo deve ser olhado como uma lei lógica. Chamam-se também silogismos as fórmulas concretas que se obtêm substituindo assim as variáveis literais por constantes nominais.



Feitas estas rectificações, resumamos a análise que Aristóteles faz das diversas espécies de silogismos, segundo as distinções que podem introduzir-se entre eles de um ponto de vista formal. Ele reparte-os primeiro em três figuras (*σχήματα*), consoante o papel que neles desempenha o termo médio; depois, em cada uma das figuras, passa em revista as diversas combinações possíveis das suas três proposições — o que seguidamente se chamará os seus diversos «modos» — segundo a universalidade ou a particularidade e a afirmação ou a negação de cada uma delas, ou seja: $4 \times 4 \times 4 = 64$ possibilidades; aplicando-se a fazer, em cada figura, a separação exacta dos modos que são válidos e dos que o não são, sendo considerados modos válidos aqueles cuja conclusão se segue necessariamente das premissas, consideradas unicamente do ponto de vista da sua forma e independentemente da verdade ou da falsidade do seu conteúdo¹.

Há três figuras, e só pode haver três². Com efeito, para provar silogisticamente A e B, há que tomar alguma coisa que lhe seja comum, desempenhando o papel de um termo médio C entre estes dois extremos. Ora, isso só é possível de três maneiras: predicando A de C e C de B, ou C de ambos, ou ambos de C. É pois claro (*φανερὸν*) que, para todo o silogismo, há necessidade (*ἀνάγκη*) de que ele se faça por meio de uma ou outra destas três figuras.

Há silogismo da primeira figura «quando três termos estão entre eles em relações tais que o menor esteja contido na totalidade do médio, e o médio contido, ou não contido, na totalidade do maior»³. Esta figura comporta quatro modos válidos, que são:

1. Se A [é predicado] de todo o B, e B de todo o C, [há] necessidade que A seja predicado de todo o C.

2. Se A [não é predicado] de nenhum B, mas B de todo o C, [daí resulta que] A não pertencerá a nenhum C.

3. Que A pertença a todo o B, e B a algum C: ... [há] necessidade que A pertença a algum C.

4. Se A não pertence a nenhum B, mas B a algum C, [há] necessidade que A não pertença a algum C.

Vê-se que esta figura, cuja maior é sempre universal e a menor sempre afirmativa, admite como conclusão uma ou outra das quatro espécies de proposições.

Há silogismos da segunda figura «quando um mesmo termo pertence a um sujeito tomado universalmente, e não pertence ao outro

¹ Aristóteles reserva a denominação de silogismo unicamente aos modos concludentes; para os outros, diz ele que não há silogismo: o que está conforme com a definição que ele deu do silogismo, o raciocínio no qual a conclusão se segue necessariamente das premissas. Pela comodidade da expressão, pedimos licença para alargar ocasionalmente, como se fez muitas vezes depois de Aristóteles, a denominação de silogismo às diversas combinações possíveis das três proposições, e para distinguir então entre silogismos válidos ou concludentes, e silogismos não válidos ou não concludentes.

² *Prim. Anal.*, I, 23, 41 a, 5-20.

³ *Ibidem*, I, 25 b, 31-33, trad. Tricot. Para as próprias fórmulas dos silogismos, traduzimos o mais literalmente possível o texto de Aristóteles, para fazer ressaltar bem toda a latitude que ele a si próprio concede na formulação dos seus silogismos, e quanto ele está longe de uma lógica formalista.

sujeito tomado universalmente, ou quando pertence ou não pertence tanto a um como ao outro dos dois sujeitos tomados universalmente¹. Nesta segunda figura são também válidos quatro modos:

1. Que M não seja afirmado de nenhum N, mas o seja de todo o X: ... assim N não pertencerá a nenhum X.

2. Se M [pertence] a todo o N, mas a nenhum X, N não pertencerá a nenhum X².

3. Se M não pertence a nenhum N, mas a algum X, [há] necessidade que N não pertença a algum X.

4. Se M pertence a todo o N, mas não a algum X, [há] necessidade que N não pertença a algum X.

Um dos traços que caracterizam esta figura, é que a conclusão é sempre negativa.

Há silogismos da terceira figura «quando um termo pertence e um outro não pertence a um mesmo termo tomado universalmente»³. Com a terceira figura, são válidos seis modos:

1. Quando ao mesmo tempo P e R pertencem a todo o S, [daí resulta que] P pertencerá a S por necessidade.

2. Se R pertence a todo o S, e P a nenhum, haverá silogismo, [concluindo] que, por necessidade, P não pertencerá a algum R.

3. Se R pertence a todo o S, e P a algum, [há] necessidade que P pertença a algum S.

4. Se R pertence a algum S, e P a todo, [há] necessidade que P pertença a algum R.

5. Se R pertence a todo o S, mas P não a algum, [há] necessidade que P não pertença a algum R.

6. Se P não pertence a nenhum S, mas R a algum S, P não pertencerá a algum S.

Um dos traços que caracterizam esta figura, é que a conclusão é nela sempre particular.

E agora, como é que se sabe que estes quatorze modos são válidos? Aristóteles distingue aqui entre dois casos: o dos silogismos «perfeitos» e o dos silogismos «imperfeitos». «Chamo silogismo perfeito (τέλειος) àquele que não tem necessidade de nada mais além do que é colocado nas premissas para que a necessidade da conclusão seja evidente; e silogismo imperfeito (ἀτελής) ao que tem necessidade de uma ou de várias coisas, que, isso é verdade, resultam necessariamente dos termos postos, mas não são explicitamente enunciadas nas premissas»⁴. Os silogismos perfeitos são os da primeira figura. A que se deve a superioridade desta figura? Aristóteles apresenta três razões⁵. 1.º Ela serve de veículo às demonstrações das ciências matemáticas, e mais geralmente das ciências que procuram o porquê, porque é justamente esta figura que é a mais

¹ *Ibidem*, I, 5; 26 b, 33-35.

² Leitura de Waitz, proposta com razão por Tricot; οὐδὲ τῶ ἐ τῶ N em vez de οὐδὲ τῶ ἐ τῶ N.

³ *Ibidem*, I, 6; 28 a, 10-12. Notar-se-á que quase todas estas definições são demasiado estreitas, não convindo propriamente senão aos modos universais.

⁴ *Ibidem*, I, 1; 24 b, 23-27; trad. Tricot.

⁵ *Seg. Anal.*, I, 14.

adaptada à expressão do porquê; por isso ela é a mais científica. 2.º O conhecimento da essência só pode ser prosseguido unicamente através desta figura; porque a essência é afirmativa e universal, ao passo que as conclusões das segunda e terceira figuras são sempre negativas ou particulares¹. 3.º A primeira figura basta-se a si própria, não tem necessidade das outras, ao passo que é por meio dela que as outras figuras têm os seus intervalos preenchidos — entendamos por isso que são explicitadas essas «outras coisas» que farão aparecer a necessidade da ligação entre a conclusão e as premissas. A estas três razões de algum modo objectivas dadas posteriormente, pode sem dúvida acrescentar-se uma motivação um pouco mais pessoal do privilégio que Aristóteles reconhece à primeira figura. Recorde-se efectivamente o curso de pensamento que o levou, por meio de uma reflexão sobre a impotência lógica da diérese platónica, a descobrir o silogismo. Para fazer aparecer a necessidade do vínculo entre o predicado e o sujeito da conclusão, não é a uma noção que os domina a ambos que há que recorrer, mas a uma noção que seja, pelo contrário, de uma extensão intermediária, que seja um «meio», nos dois sentidos da palavra. Tal é precisamente o privilégio da primeira figura, aquela pela qual Aristóteles descobriu o silogismo. Foi ela que lhe inspirou a terminologia da sua silogística, terminologia que ele alargará seguidamente, depois de ter reconhecido a sua possibilidade, às outras figuras. Embora concludentes, estas figuras nem por isso deixarão de parecer-lhe quase monstruosas, e talvez mais particularmente a segunda em que o termo médio tem a maior extensão, precisamente como na diérese. Nela, a função mediadora do «termo médio» já não aparece de maneira evidente.

É portanto a primeira figura que servirá para demonstrar as outras duas. Vendo bem as coisas, a palavra demonstração não é aqui inteiramente adequada, a não ser no seu sentido muito geral de prova ou, melhor ainda, de justificação. Porque uma vez que o silogismo é, segundo Aristóteles, o processo por excelência da demonstração, ἀπόδειξις, não se pode propriamente demonstrar um silogismo. De facto, Aristóteles não demonstra os silogismos das segunda e terceira figuras pelos da primeira, mas redu-los (ἀνάγει) a eles. Porque esses silogismos das segunda e terceira figuras apresentam-se-lhe como silogismos deformados, pois que as relações de extensão entre os três termos não tornam a sua conclusão directamente evidente. Trata-se pois de trazê-los à sua forma normal, de «reduzi-los» quase no sentido em que se fala de reduzir uma fractura. Para tais reduções, ele opera segundo um de três processos, que de resto não são exclusivos dado que alguns modos, por exemplo, o primeiro da terceira figura, não se prestam aos três processos.

O primeiro é a *conversão*. Com efeito, permutando o sujeito e o predicado naquela das premissas que não está conforme com a ordem da primeira figura, isto é, na maior para a segunda figura e na menor para a terceira, restabelece-se essa ordem. Só que este processo só é

¹ Notar-se-á que este critério tem como efeito privilegiar, no próprio seio da primeira figura, o primeiro modo.

plenamente eficaz com as proposições que se deixam converter simplesmente, ou seja, a universal negativa e a particular afirmativa. Com a universal afirmativa que, uma vez convertida, se torna particular, o resultado não dá nada se a outra premissa também for particular, porque não há silogismo verbal com duas premissas particulares. Finalmente, o processo é inaplicável a uma particular negativa, pois que essa não tolera que a convertam.

Donde a necessidade de uma outra prova, a *redução ao impossível*. Ela consiste em supor que o silogismo em questão não é válido, isto é, em supor que a conclusão pode ser falsa quando as premissas são verdadeiras, e em mostrar que nesse caso as duas premissas poderiam ser postas em contradição uma com a outra: o que é impossível, pois que as supomos ambas verdadeiras, e que por conseguinte deita por terra a suposição inicial.

Estas duas espécies de provas bastam para reduzir todos os silogismos aos da primeira figura. No entanto, Aristóteles faz por vezes também apelo a uma terceira espécie de prova, a *exposição* no sentido de *extracção* (ἐκθεσις). Ela serve-lhe sobretudo para justificar as leis das conversões, o que é necessário pois que estas são utilizadas para provar os silogismos e têm portanto elas próprias de ser provadas por meios que não sejam silogísticos se se quiser evitar a entrada num círculo vicioso. O princípio desta prova é a introdução, ao lado dos termos dados, de um termo novo que é «extraído» deles. Mas a partir daí, a análise do processo é difícil e a sua interpretação deu lugar a muitas controvérsias, em particular sobre o ponto de saber se ela não pressupõe já um apelo, pelo menos implícito, a um silogismo, como o suspeitaram Ramus ou Leibniz¹.

Agora, não basta mostrar que certos modos são válidos, é preciso também mostrar que só eles o são, ou, por outras palavras, provar que os outros modos não o são. Para fazê-lo, Aristóteles procede de um modo mais simples, que é dar, para cada um, um contra-exemplo ou, mais exactamente, dois exemplos contrastados; ou seja, sem se dar ao trabalho de construir ele próprio o silogismo, propõe duas triades de termos que só diferem no último que é o termo pequeno; por exemplo, para a primeira figura, *animal, homem, cavalo*, e *animal, homem, pedra*; poderá então verificar-se que, construindo sobre eles dois silogismos análogos, a partir de premissas verdadeiras *Todo o homem é animal* e *Nenhum cavalo* (ou *Nenhuma pedra*) *é homem*, é preciso, se se quiser acompanhá-las de uma terceira proposição que seja igualmente verdadeira, fazê-la afirmativa num caso (*Todo o cavalo é animal*) e negativa no outro (*Nenhuma pedra é animal*); o que basta para mostrar que esta conjunção de premissas não é concludente, pois que só a sua matéria, e não unicamente a sua forma, determinou a natureza que era preciso dar à terceira proposição. Proceder assim pela via de exemplos não teria sido satisfatório para provar os modos concludentes, porque um ou

¹ Leibniz, *Nouveaux Essais*, IV, ii, 1. Para a análise desta prova por ectese, remetemos para Lukaszewicz, *Arist. syl.*, § 19.

vários casos de êxito não garantem a validade universal; ao passo que um único fracasso é suficiente para desmenti-la¹.

*
* *

Esta silogística não deixa de suscitar alguns problemas. Não que seja incorrecta a repartição que nela é feita dos diversos modos em válidos ou inválidos. A validade de alguns dos modos que Aristóteles apresenta como concludentes foi de facto contestada no século XIX, mas porque eles eram entendidos com pressuposições que eram estranhas a Aristóteles, já que a validade que ele próprio reconhecia a esses modos convida, pelo contrário, a afastar da sua teoria tais pressuposições. As dificuldades parecem vir mais do facto de que quando Aristóteles descobriu o silogismo, fê-lo sem dúvida sob a forma da primeira figura e talvez mesmo, mais estritamente, do primeiro modo da primeira figura, e de que ele forjou a sua teoria e escolheu o seu vocabulário em função dessa figura, alargando-o em seguida sem demasiadas precauções às outras duas. Assim como ele tinha fixado, para definir o silogismo analítico, uma fórmula que datava do período que poderia chamar-se pré-silogístico, do mesmo modo agora ele projecta sobre o conjunto da silogística um sistema e uma terminologia especialmente adaptados à região que ele tinha explorado primeiro.

Com efeito, é a propósito da primeira figura que ele define os três termos do silogismo. «Chamo *médio* (μέσων) aquele que está ele próprio num outro ao mesmo tempo que um outro está nele, e que ocupa assim uma posição intermédia: não é portanto apenas um médio no sentido de um mediador, é-o também pelo facto de a sua extensão ser média entre a dos dois extremos, sendo esta situação precisamente, segundo parece, o que lhe permite desempenhar a sua função de mediação. Seguidamente: «Chamo *extremos* (ἄκρων) o que está num outro e aquele no qual está um outro... Chamo *extremo maior* (μεῖζον ἄκρον) aquele no qual está o médio, e *mais pequeno* (ἐλάττωον) o que está sob o médio². «Convenientes para a primeira figura — ou mesmo, mais estritamente, só para o primeiro modo da primeira figura — estas definições não são nem renovadas nem modificadas para as outras duas figuras, às quais entretanto deixam de ser aplicáveis. Porque na segunda figura, o termo que, pelo facto de efectuar a mediação que permite concluir o raciocínio, desempenha o papel de médio, já não tem a extensão média, pois que é predicado dos dois extremos e os contém portanto a ambos na sua extensão: segundo a definição que acaba de ser citada,

¹ Na nossa época, Slupecki e Lukasiewicz imaginaram, inversamente, para provar a invalidade, um processo simétrico do que prova a verdade, acrescentando aos modos da primeira figura, considerados como os axiomas que servem de princípios às provas de validade, uma espécie de contra-axiomas, ou axiomas da rejeição, que permitem deduzir os modos inválidos, e assim rejeitá-los por demonstração.

² *Prim. Anal.*, I, 4; 25 b, 35-38, e 26 a, 22-23.

seria portanto necessário denominá-lo termo grande. Na terceira figura, é o inverso, pois que aí são os dois extremos que são predicados do médio, e que por conseguinte o contêm: é portanto ele que tem a extensão mais pequena, que seria o termo pequeno no sentido da definição.

Mesmo para a primeira figura, aliás, esta definição dos termos constitutivos pelas suas relações de extensão não deixa de suscitar dificuldades a partir do momento em que, como o exige o tratamento formal, se substituem termos concretos como *homem*, *filósofo*, *mortal*, por variáveis A, B, C. Porque como saber então qual é a extensão relativa desses termos? O único meio de reconhecê-la, é apoiar-se no princípio segundo o qual, do ponto de vista da extensão, o sujeito está contido no predicado; de modo que, numa proposição dada ou mesmo num simples esquema proposicional, é o *lugar* relativo dos dois termos que indica as suas relações de extensão. Mas então, é a um novo critério que ele faz apelo, do qual ele não tem a certeza que recubra exactamente a definição que se deu da figura fundando-se nas relações de extensão. Donde o surgir de novas dificuldades.

1.º Um tal critério só convém propriamente às universais afirmativas, portanto na sua totalidade unicamente ao primeiro modo da primeira figura. Porque com as universais negativas e as particulares afirmativas, o lugar atribuído ao sujeito e ao predicado já não tem nada de obrigatório, dado que estas proposições se convertem simplesmente, ou seja, dado que é permitido, sem nenhuma restrição, permutar os dois termos. Nestas condições, conferir a maior extensão ao predicado, declarar que é ele que contém o outro termo, que é que isso pode de facto significar? Não é por si próprio que ele contém o outro, é apenas pelo lugar que arbitrariamente decidimos atribuir-lhe. As relações de extensão, como o sugerirá Alexandre, já não se estabelecem então segundo a natureza, φύσει, mas apenas por convenção, θέσει. Ou, por outras palavras: as relações de extensão só têm sentido para classes que se encaixam umas nas outras (*cavalo*, *animal*), como acontece com as universais afirmativas, mas não já para classes que se excluem (*cavalo*, *homem*), como acontece com as universais negativas, nem para classes que se entrecruzam (*médico*, *grego*), como é o caso com as particulares afirmativas¹.

2.º Aristóteles não ignora esta maneira de reconhecer as figuras pelo lugar que os termos nelas ocupam, e nomeadamente o médio. «É pela posição do termo médio que reconheceremos a figura². «Contudo, para ele esse é um critério meramente exterior, de fácil aplicação, e que lhe parece sem dúvida uma simples consequência da repartição das relações de extensão. Mas não é mais do que um critério acessório, ou não acabará por levar a uma outra maneira de conceber a figura? Defini-la pelas *relações de extensão* entre os termos, e defini-la pelo *lugar* que os termos ocupam no silogismo, equivalerá ao mesmo? Note-se em pri-

¹ É por isso que, mesmo na primeira figura, a definição da figura pela extensão relativa dos seus termos só convém propriamente ao primeiro modo, o único que contém apenas universais afirmativas.

² *Prim. Anal.*, I, 32, fim.

meio lugar que esta segunda maneira de caracterizar as figuras se harmoniza melhor com uma visão formalista, dado que é unicamente a uma marca exterior, visível só na escrita, que nela nos referimos. E note-se principalmente que as duas maneiras de entender a figura não coincidem exactamente. A diferença aparece claramente no facto de, deste novo ponto de vista, há não apenas três, mas de facto quatro figuras possíveis, dado que é preciso ter também em conta o caso em que o termo médio é predicado da maior e sujeito da menor, sendo então estas denominações ditadas unicamente pelo lugar que os termos ocupam, sem consideração da extensão. Com efeito, os lógicos de tendência formalista reconheceram geralmente a existência de uma quarta figura¹, contando cinco modos válidos. Teriam estes modos escapado assim à perspicácia de Aristóteles? Não inteiramente, no sentido de que se encontram nele cinco modos que se assemelham muito aos da quarta figura, a ponto de terem sido, posteriormente, assimilados muitas vezes a eles. Dois entre eles figuram no capítulo 7 do livro I, e os três outros no capítulo I do livro II dos *Primeiros Analíticos*² — capítulos que Bochenski, acompanhado por Lukasiewicz³, supõe terem sido acrescentados posteriormente, depois da exposição sistemática das três figuras nos capítulos 4, 5 e 6 do livro I. Mas Aristóteles olha-os como formas derivadas e acessórias. Mais tarde, Teofrasto referi-los-á à primeira figura como modos indirectos: o que é mais exacto que assimilá-los aos modos da quarta figura, uma vez que, se as figuras se definem pelo lugar do termo médio nas premissas, eles apresentam de facto a disposição característica da primeira figura, ao passo que, se pelo contrário nos ativermos à definição que Aristóteles dá da primeira figura, é ainda a esta figura que é preciso referi-los⁴.

3.º Note-se, por fim, que esta definição das figuras pelo lugar dos seus termos supõe que estamos perante um silogismo já constituído, e constituído em conformidade com a ordem canónica: maior, menor, conclusão. Mas ela não nos diz praticamente o que fazer para construirmos nós mesmos um silogismo, isto é, para colocar no local conveniente, precisamente, as proposições com os seus termos — a menos que nos tenha sido ensinado, de uma maneira independente, como reconhecer esses termos. Pode dizer-se, de facto, seguindo uma sugestão feita por João Filopono, que o maior é, por definição, o predicado da conclusão, e uma tal definição tem na verdade a vantagem de ser válida para as três figuras de Aristóteles. Definir-se-á então o menor como o sujeito da conclusão e o médio como o que intervém nas duas premissas. Isso convém para a descrição de um silogismo dado, e disso tirámos

¹ Sobre a controvérsia relativa à existência de uma quarta figura, poder-se-á ler a longa discussão entre Lalande e Lachelier, no *Vocabulaire de la philosophie*, Suplemento, na palavra *Figure*.

² Eis, a título de exemplo, o primeiro: «Se A pertence a todo o B, e B a nenhum C, há necessidade que C não pertença a algum A.» Notar-se-á que, na conclusão de um tal silogismo, é o «termo pequeno» C que é predicado do «termo grande» A.

³ Bochenski, *La logique de Théophraste*, 1947, p. 59; Lukasiewicz, *Arist. syl.*, p. 27.

⁴ Ver à frente, p. 187, a comparação entre estas duas maneiras de entender a quarta figura.

partido na nossa descrição inicial. Mas torna-se nesse caso impossível, a menos de se entrar num círculo vicioso, dar como regra a quem quer construir um silogismo o começar pela maior e terminar pela conclusão. Pelo menos a regra só seria aplicável para quem pretenda provar uma proposição dada procurando premissas próprias para estabelecê-las como conclusão. E era esse de facto o propósito do autor dos *Tópicos*. Mas o dos *Analíticos* põe-se um outro problema, de algum modo inverso, e transferindo-o aliás do concreto para o abstracto: dadas duas proposições (ou antes, dois esquemas proposicionais) elementares tendo um termo comum, determinar em que condições e sob que forma é possível tirar daí uma conclusão necessária.

5. Sobre a interpretação da silogística aristotélica

Poderá dizer-se que a teoria aristotélica do silogismo assertórico, cujas grandes linhas acabamos de expor, seja verdadeiramente célebre? Bom, o que é célebre, é antes a deformação a que ela foi submetida ao longo dos séculos. Por isso, é preciso estar reconhecido aos lógicos modernos, e em primeiro lugar a Lukasiewicz, por nos ajudarem a reconstituí-la na sua fisionomia original, projectando sobre ela, para decifrá-la, as luzes que devemos aos progressos da lógica na época contemporânea. Há que acautelar-se no sentido de não apresentar, sob o nome de Aristóteles, uma teoria que, sem dúvida, parte dele, mas que tomou pouco a pouco uma forma diferente da que ele próprio lhe tinha dado. Com essa precaução, aplicámo-nos ao trabalho, inspirando-nos largamente no livro de Lukasiewicz. Contudo, pareceu-nos que a interpretação nova que ele propõe, se visa essencialmente restabelecer a silogística aristotélica na sua autenticidade histórica, não deixava de ter uma segunda intenção, que a arrastava em sentido contrário: a preocupação de harmonizar o melhor possível esta silogística com as nossas próprias exigências e os nossos próprios problemas. A reconstituição histórica é assim acompanhada, de maneira bastante paradoxal, de uma modernização. O que leva a atribuir por vezes a Aristóteles intenções que nada nos assegura, é o mínimo que se pode dizer, tenham sido realmente as suas. Mas, antes de formular algumas reservas que esta interpretação da silogística aristotélica nos inspira, vejamos primeiro como é que Lukasiewicz¹ acaba a sua apresentação.

Aristóteles chama «perfeitos» os silogismos da primeira figura, e «reduz» a eles os das outras. Esta terminologia é qualificada por Lukasiewicz de «imprópria». Os silogismos aristotélicos não são esquemas de inferência, que podem servir de normas ou de regras, mas proposições, que enunciam leis. Nestas condições, os silogismos ditos perfeitos, que se justificam só pela sua evidência e que servem para justificar os outros, desempenham o papel dos indemonstráveis de um sistema dedutivo, das

¹ A mesma inspiração geral em G. Patzig, *Die Aristotelische Syllogistik, logisch-philologische Untersuchungen über das Buch A der «Ersten Analytiken»*, Göttingen, 1959; na segunda edição do seu livro (1963), o autor mostra-se um pouco mais reservado.

suas proposições primeiras que denominamos *axiomas*. E aquilo a que se chama a redução das outras figuras às da primeira equivale a *demonstrar* esses silogismos a partir dos axiomas, fazendo assim dessas proposições teoremas do sistema. Assim, a silogística de Aristóteles é na realidade «um sistema dedutivo axiomatizado», em que as proposições não primitivas são «provadas como teoremas por meio dos axiomas»¹. Há igualmente que contar entre os axiomas da teoria as leis da conversão, ou pelo menos duas dentre elas a partir das quais pode demonstrar-se a terceira, e acrescentar as leis da identidade que ficaram implícitas em Aristóteles. Quanto aos primeiros termos da teoria — que é preciso não confundir com os «termos» do silogismo, que são variáveis — são naturalmente os que figuram como constantes nos axiomas, onde eles desempenham o papel de funtores, isto é, primeiro o que subsiste das quatro espécies de proposições quando se faz abstracção das variáveis: «Pertence a todo», «Não pertence a nenhum», «Pertence a algum», «Não pertence a algum» (que é possível reduzir a dois definindo por eles os outros dois), em seguida os funtores que ligam as proposições elementares entre si para assim fazer uma proposição de forma hipotética, a saber: a conjunção «e», a implicação «se... então», e por fim a negação proposicional «não...».

Basta pois rectificar a «impropriedade» do vocabulário de Aristóteles para fazer com que a sua silogística apareça como um sistema axiomático, e mesmo como o primeiro sistema axiomático, pelo menos uma dessas axiomáticas ingênuas que ignoram ainda as exigências dos lógico-matemáticos do século XX. Notemos pelo nosso lado que há no entanto, com elas, uma outra diferença para além dessa falta de rigor formal. As axiomáticas modernas são sistemas hipotético-dedutivos, em que os axiomas são colocados sem serem afirmados, situados para além do verdadeiro e do falso, em resumo, como «hipóteses» no sentido próprio da palavra. A silogística de Aristóteles deve, pelo contrário, ser entendida como um sistema categórico-dedutivo, dado que os axiomas sobre que assenta, isto é, as leis da primeira figura, são aí olhados como evidentes, e por conseguinte como verdadeiros e necessários, tendo então a demonstração como tarefa transferir a sua verdade absoluta para os teoremas. Esses axiomas acumulam assim as duas funções que as axiomáticas modernas expressamente dissociaram: são ao mesmo tempo os *princípios* da teoria, isto é, os pontos de partida lógicos do sistema dedutivo, e o seu *fundamento*, quer dizer que eles nos asseguram do bem fundado da nossa crença na verdade de cada uma das proposições do sistema².

¹ Arist. *syll.*, p. 44.

² Precisemos bem, para prevenir uma confusão, que falamos aqui da silogística, não do silogismo. Num silogismo, considerado abstracta e esquematicamente, não temos de ocupar-nos da verdade das premissas; por isso, ele assume expressamente, em Aristóteles, a forma hipotética: «Se A pertence a B, etc.». Mas a fórmula do silogismo na sua totalidade — e não as suas duas premissas tomadas separadamente — é uma lei lógica, apresentada categoricamente como verdadeira: quer ela se imponha pela sua evidência própria, quer ela se deduza das evidentes. É neste sentido que a silogística é um sistema categórico-dedutivo.

Parece em todo o caso que Aristóteles tenha sido progressivamente levado a temperar este dogmatismo, embora ele comande ainda a teoria da demonstração exposta nos *Segundos Analíticos*, e a dar finalmente alguns passos em direcção da concepção moderna dos sistemas dedutivos. Primeiramente ele deu-se conta¹ de que todos os silogismos podiam ser reduzidos unicamente aos silogismos universais da primeira figura, ou seja, que os dois silogismos particulares desta primeira figura, por «perfeitos» que sejam, nem por isso deixam de reduzir-se, por uma via indirecta, aos outros dois. O interesse dessa redução não reside apenas na diminuição do número dos axiomas. Ela testemunha que começam a dissociar-se, no espírito de Aristóteles, as duas funções dos axiomas. Porque dado que agora se demonstram silogismos que são tidos por evidentes, é pois porque já não se atribui como finalidade essencial à demonstração o transferir a evidência, e porque se lhe reconhece como verdadeira função organizar um conjunto de proposições num sistema dedutivo que assente numa base mínima de axiomas. Mas então, com esta nova maneira de entender a demonstração, porque não propor-se não apenas demonstrar evidências, mas, indo mais longe e invertendo a ordem inicial, demonstrá-las com a ajuda de não-evidências? Foi de facto o que Aristóteles, num novo progresso, acabou por notar, quando reconheceu² que a redutibilidade das figuras era mútua, que se podia, por exemplo, reduzir todos os silogismos da primeira figura aos da terceira, e todos os silogismos negativos da primeira figura aos da terceira³. Vê-se assim aparecer fugitivamente nele a ideia da permutabilidade dos axiomas e dos teoremas, característica dos nossos sistemas axiomáticos de hoje.

Não se trata, bem entendido, de comparar esta axiomática ainda incoativa com as axiomáticas formalizadas do nosso tempo. O próprio Lukasiewicz reconhece, ou melhor, sublinha, que se a lógica de Aristóteles é formal, ela não é formalista. O que é próprio do formalismo é ater-se estritamente às fórmulas, àquilo que é dito ou, mais precisamente, ao que está escrito, abstraindo totalmente das significações. Ora, se Aristóteles faz de facto abstracção do sentido dos termos concretos que figuram, como sujeito ou predicado, nas proposições, pois que as substitui por variáveis cujo sentido permanece indeterminado, a verdade é que ele não vai mais longe, e mantém nas outras palavras que entram na proposição e no raciocínio para estruturá-los, isto é, nas constantes lógicas, todo o seu sentido. A prova disso é que ele não tem qualquer escrúpulo em mudar as palavras desde que a significação permaneça idêntica; ele não se limita, dir-se-ia quase que isso lhe repugna, a fazer aqui uso de um vocabulário exactamente fixado. Constatámo-lo na própria expressão das proposições fundamentais da sua silogística, ou seja, nas fórmulas dos diversos silogismos das três figuras. Nas proposições elementares que os compõem, a cópula é umas vezes *pertencer a*,

¹ *Prim. Anal.*, I, 7; 29b, 1-25.

² *Ibidem*, I, 45; 50b, 5 e ss.

³ Note-se que a segunda figura só tem conclusões negativas.

outras vezes *ser predicado de*, sendo estes dois verbos tratados como sinónimos e permitindo traduções fieis da proposição usual com o verbo *ser*. O mesmo laxismo no que se refere às ligações interproposicionais: o antecedente, habitualmente anunciado por *se*, é-o por vezes por *quando*, ou ainda pela forma imperativa do verbo; a conjunção das premissas é assegurada ora por *e*, ora por *por um lado... por outro lado*; a conclusão é introduzida muitas vezes por $\alpha\lambda\lambda\alpha\chi\eta$ ou por $\epsilon\zeta\ \alpha\lambda\lambda\alpha\chi\eta\varsigma$, tidos evidentemente por sinónimos, mas por vezes faltam estas palavras, e acontece também que a conclusão seja anunciada por $\delta\tau\iota$. Não se pode manifestar mais claramente que o que conta, por detrás da variabilidade das formas verbais, é a constância das significações que elas veiculam.

Concedido este ponto, será preciso admitir que, não sendo formalista, a lógica de Aristóteles é pelo menos formal? Que ela compromete a lógica nessa via, isso é certo. Que ela a siga mesmo até ao fim, é permitida a dúvida. Constate-se primeiro que esse carácter formal não é expressamente estabelecido por Aristóteles, e que um tal qualificativo não pertence ao seu vocabulário. Ele permaneceria portanto, em todo o caso, ao nível do implícito. E recorde-se que se Aristóteles inventou o uso das variáveis, condição necessária de uma lógica formal, Lukasiewicz tal como Bochenski não podem deixar de se perguntar, na ausência de qualquer explicação dada pelo autor, se ele tomou consciência nítida do alcance do processo. Ele designa com uma mesma palavra a proposição em termos concretos e o esquema proposicional em termos de variáveis, com uma mesma palavra o silogismo concreto e o esquema de silogismo. De uma maneira geral, a ambiguidade do seu vocabulário, que permite igualmente interpretações diversas, é bastante perturbadora. A palavra $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\varsigma$, pela qual ele designa com frequência a proposição, ou essa composição de proposições que é o $\sigma\upsilon\lambda\lambda\omicron\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$, «pode significar, nota Bochenski¹, tanto um discurso verbal, como uma sequência de pensamentos ou uma estrutura objectiva». Na própria proposição, podemos perguntar-nos se os seus elementos constitutivos, sujeito e predicado, são entendidos como palavras ou como noções: Aristóteles denomina os termos. $\acute{o}\rho\omicron\iota$, no sentido próprio de «aquilo que termina», isto é, as duas extremidades da proposição, o que só pode convir às palavras; mas a esses termos ele confere uma extensão, o que só pode convir a conceitos ou, mais exactamente, a classes. Recorde-se a este propósito que não é de facto conforme ao espírito de uma lógica formal definir as figuras do silogismo, como faz Aristóteles, pela extensão relativa dos termos. Também é preciso não esquecer que os trabalhos lógicos de Aristóteles nasceram de uma reflexão sobre os raciocínios dialécticos. Ele propunha-se com eles reconhecer, a partir de exemplos concretos², os raciocínios que são válidos e os que o não são, e explicar porquê. Onde o lugar concedido, ao lado dos raciocínios correctos, ao estudo dos paralogismos³. A consideração da forma lógica não é primeiramente mais que um meio em vista desse objectivo. Sem dúvida, ao

¹ *Ancient formal logic*, p. 26. Cf. F. L., p. 54.

² A obra foi sem dúvida composta a partir de uma colecção de fichas, como o conjectura J. Brunschwig na sua edição dos *Tópicos*, vol. I, p. LVI e ss.

³ Nos *Sofismas*, e ainda nos *Segundos Analíticos*, I, 5.

longo da história, a finalidade essencial da lógica será pouco a pouco transferida para o que primitivamente não era senão um meio, e vê-se desenhar-se esse movimento já em Aristóteles, na passagem dos *Tópicos* para os *Analíticos*. Nem por isso é menos verdade que para ele continua de facto a ser a análise dos nossos raciocínios que permanece o objecto das suas pesquisas, como o assinala suficientemente o próprio título que ele escolheu para a sua obra lógica mais importante — título que deveria sem dúvida, por si só, fazer-nos hesitar em interpretar o conteúdo da obra como uma tentativa de síntese dedutiva formal. Talvez seja preciso ir mesmo até ao ponto de dizer, com Sainati, que a limitação do interesse unicamente aos aspectos sintáctico-estruturais das fórmulas, sem referência às suas aplicações concretas, é não só estranha à intenção dos *Tópicos*, mas «é, de uma maneira geral, estranha ao espírito do *Organon*»⁴.

Se não é estritamente formal, a teoria que os *Primeiros Analíticos* expõem serão ao menos, como o declara Lukasiewicz, uma teoria científica autónoma, «inteiramente isenta de toda a contaminação filosófica»⁵? Já levantámos esta questão, à qual parece-nos que poderia dar-se a seguinte resposta. Sim, podemos desligar em pensamento a lógica de Aristóteles do conjunto da sua filosofia, tratá-la como uma teoria independente que, mediante alguns retoques se aguenta de pé sózinha; ainda sim, a exposição dos *Primeiros Analíticos* é muito despojada, e pode ser seguida por quem ignora ou rejeita as teses fundamentais da *Metafísica*: tudo isso é seguramente capital para um lógico, e se se entender a tese de Lukasiewicz neste sentido, ela é aceitável sem dúvida. Mas para um historiador, a questão não se põe exactamente desta maneira. Tratar-se-ia antes de saber se Aristóteles via de facto as coisas assim. Com efeito, tem realmente de constatar-se que a sua lógica se encontra exactamente adaptada à sua filosofia, tal como a dos estóicos o estará à deles. A redução de toda a proposição à forma atributiva harmoniza-se com uma filosofia da substância; a função do termo médio explica-se pela ideia de uma causalidade da essência, porque «o médio é a causa» e «a essência é o princípio dos silogismos»¹. Donde precisamente a estreiteza desta lógica, hoje bem reconhecida. Se o lógico pode acolhê-la na sua ciência, é só na condição de ver nela não a lógica, mas uma teoria lógica muito especial, desligada sem dúvida da metafísica de Aristóteles, mas cujos limites são os que uma certa organização conceptual ditava.

Estas observações convidam a só com prudência adoptar a «leitura», como hoje se diz, dos *Primeiros Analíticos* considerados «do ponto de vista da lógica formal moderna». Se de facto, desse ponto de vista, a teoria pode ser olhada como axiomatizada, é preciso acrescentar pelo menos que em Aristóteles, e para empregar o seu vocabulário, a axiomatização só está ainda em potência, e que será preciso esperar por Lukasiewicz para que passe a acto. Dá-se uma grande importância ao

⁴ *Storia dell'Organon aristotelico*, p. 37.

⁵ *Op. cit.*, p. 6.

¹ *Segundos Analíticos*, II, 2; 90 a 7; *Metafísica*, M, 4, 1078 b 24, ou ainda Z, 9, 1034 a 31.

facto de Aristóteles ter enunciado os seus silogismos, não como esquemas de inferência, mas como leis. Só que não se encontra explicitada nele em lado nenhum esta distinção, de maneira que é difícil saber que alcance ele próprio dava ao modo de formulação que escolheu. Se ele enuncia os seus silogismos sob a forma de implicações¹, talvez seja simplesmente para marcar que a validade da inferência é independente da verdade das premissas, de modo que convém não colocar estas categoricamente, como pareceria fazer-se dando-lhe a forma inferencial, mas propô-las hipoteticamente segundo a forma implicativa. É só com o silogismo demonstrativo que a verdade das premissas é requerida; por isso, nos *Segundos Analíticos*, Aristóteles não se priva de, oportunamente, enunciar o silogismo, e também sob a sua forma abstracta com variáveis, como uma inferência ou um esquema de inferência². De igual modo, em lado nenhum se trata em Aristóteles de algo que se assemelhe à definição implícita dos termos primeiros pelas proposições primeiras em que eles figuram, aquilo a que hoje se chama a definição por postulados, que esvazia estes termos de todo o seu sentido pré-axiomático, mas só solidária e equivocadamente fixa o seu novo sentido, tolerando habitualmente vários sistemas de interpretações concretas. Enfim, se nos é permitido ver, nas justificações que Aristóteles dá da validade das figuras não perfeitas, outras tantas demonstrações a partir de princípios colocados axiomáticamente, o facto é que Aristóteles, por seu turno, as encara expressamente como não demonstrações, e que ele emprega para designá-las uma palavra distinta, a de redução; pelo que ele entende, lembremo-lo, uma espécie de tratamento ortopédico que as repõe na sua forma normal. Em resumo, se a sua silogística pode hoje ser apresentada sob a forma de uma teoria dedutiva axiomatizada, é preciso não esquecer que somos nós que fazemos essa tradução, ao passo que ele a via sob uma outra luz.

É verdade que esta conclusão não é inconciliável com a interpretação de Lukasiewicz. Mas em alguns pontos, verifica-se que o seu desejo de apresentar as teorias de Aristóteles sob a luz mais favorável aos olhos de um lógico moderno o leva a alguns excessos. É assim que ele não hesita³ em atribuir a Aristóteles a definição das figuras pelo lugar do termo médio, afastando como «insustentável» a definição pelas relações de extensão. Se ele quer dizer com isso que ela é insustentável numa lógica puramente formal, admite-se: isso significa que ela não podia portanto ser defendida por Aristóteles se este apontasse para uma lógica essencialmente formal. Ora, é justamente essa suposição que é contestável, dado que, pelo contrário, Aristóteles apresentou, *de facto*, em termos expressos esta interpretação pelas relações de extensão quando deu

¹ É de facto notável que, ao mesmo tempo que faz uso da proposição hipotética para formular os seus silogismos, ele não se lembre de lhe dar um lugar na sua classificação das proposições.

² Por exemplo, *Seg. Anal.*, I, 13, 78 b 24-27, este silogismo da segunda figura: «Admitamos, por exemplo, que A signifique *animal*, B o facto de *respirar* e C *parede*. Então A pertence a todo o B (porque tudo o que respira é animal), mas não pertence a nenhum C, de modo que B também não pertence a nenhum C: logo (ἐπεὶ) «a parede não respira.»

³ *Op. cit.*, p. 23, 26.

as suas definições iniciais. A localização dos termos parece não ser, para ele, nada mais que um critério cómodo para reconhecer, do exterior, a qual das três figuras pertence um dado silogismo. E este critério só é aplicável se previamente nos assegurámos de que as duas premissas são sempre enunciadas na mesma ordem maior-menor, ao passo que Aristóteles não se ensaia nada, mesmo nos textos fundamentais, para invertê-las, por exemplo, na fórmula de quatro silogismos da terceira figura¹. Ou então se, ao qualificá-la de insustentável, Lukasiewicz entende simplesmente que esta definição da figura pela extensão traz consigo dificuldades em Aristóteles, é ainda verdade, mas é igualmente verdade para a definição pelo lugar, que não se harmoniza com a recusa expressa de uma quarta figura. Em vez de concluir daí, com Lukasiewicz, que Aristóteles «se enganou» sobre este último ponto², não seria mais correcto tirar, pelo contrário, desta recusa sistemática a conclusão de que Aristóteles, embora apercebendo-se dessa possibilidade, afastava deliberadamente essa maneira inteiramente formal e exterior de definir as figuras?

Outro exemplo de tais deformações. Ter-se-á notado que, nas suas formas silogísticas, Aristóteles anuncia habitualmente o consequente pela palavra *necessário*; e quando lhe sucede omiti-la, é claro que a subentende. Esta palavra incomoda Lukasiewicz. É que o apelo às noções modais é estranho ao espírito da lógica clássica, que se constrói no plano extensional e assertórico, remetendo as modalidades para

¹ O texto mais favorável à tese de Lukasiewicz, e que naturalmente ele cita, é sem dúvida a passagem que se segue imediatamente à definição da segunda figura, definição que acaba de ser feita, tal como a definição geral do início, segundo as relações de extensão. Eis o texto: «Aquilo a que eu chamo o médio nesta figura, é o termo que é predicado dos dois, e extremos aquilo de que este é dito; o extremo maior, o que está situado perto do médio, o menor o que está mais afastado dele. O médio está colocado fora dos extremos, e colocado em primeiro lugar. Perfeito, o silogismo não o será de maneira nenhuma nesta figura; em todo o caso ele será válido» (*Prim. Anal.*, I, 5; 26 b 36 e ss.). Se é verdade que Aristóteles reconhece aqui expressamente que o «médio» já não ocupa o lugar médio, nem na estrutura do silogismo, pois que vem em primeiro lugar, nem no encaixe das extensões onde ele tem a maior, ao menos ele deixa de facto entender que se trata de uma espécie de anomalia, quase uma monstruosidade, que não impede é claro este silogismo de ser válido, mas que o impede de ser perfeito. Além disso, o reconhecimento desta anomalia não tem de modo nenhum valor de uma definição: não apenas ela não é apresentada como tal, mas se a entendêssemos assim ela contradiria brutal e inexplicavelmente a definição fundada na extensão que vem imediatamente antes, e à qual o nosso texto, se o interpretamos convenientemente, continua a referir-se quando faz notar que nesta figura o maior é o que está situado perto do médio, τὸ πρὸς τῷ μέσῳ κείμενον, e o menor o que está mais afastado dele, τὸ πρὸς τῷ μέσῳ μακρότερον. Parece-nos de facto difícil interpretar aqui essa proximidade ou esse afastamento no sentido espacial, a menos que se mutila, por subentendido, uma das premissas: porque na segunda figura, como de resto nas duas outras, o médio, seja ele sujeito ou predicado, está sempre à mesma distância espacial do outro termo com o qual ele forma proposição. Razão por que, na nossa opinião (que é também a de Bochenski, *Logique de Théophraste*, p. 62-63, mas não a de M. Kneale, *D. L.*, p. 69-70), esta maior «proximidade» deve ser aqui compreendida segundo a ordem das extensões relativas (no sentido em que dizemos, por exemplo, pensando no encaixe das extensões e no género «próximo», que *homem* é mais próximo de *animal* que de *vivo*) e significar que nesta segunda figura, o menor está no maior, e o maior por seu turno está no médio. Recorde-se que é incontestavelmente neste sentido de uma situação na ordem das extensões que Aristóteles emprega a palavra (τῇ, ὅθεν) na sua definição do termo médio (*Prim. Anal.*, I, 4, 25 b 36; ver atrás, p. 55-56).

² *Op. cit.*, p. 23.

uma teoria especial ou mesmo atirando-as para fora da lógica formal. Nela, é a universalidade, noção extensiva, que ocupa o lugar da necessidade, noção modal. Dizer que *Se A pertence a todo o B, e C a todo o A, então necessariamente C pertence a todo o A*, é significar que o consequente é verdadeiro em relação ao antecedente sejam quais forem os termos concretos que se substituem às variáveis; coisa que um lógico contemporâneo exprimiria assim: *Para todo o A, para todo o B e para todo o C, se A pertence a todo o B e C a todo o A, então C pertence a todo o A*. O quantificador inicial desempenha a função que Aristóteles atribuía à evocação da necessidade. «Se Aristóteles emprega o sinal da necessidade no consequente de uma implicação verdadeira, é a fim de sublinhar que a implicação é verdadeira para todos os valores das variáveis que intervêm na implicação... O sinal aristotélico da necessidade silogística representa um quantificador universal¹. «Compreende-se bem que um lógico moderno faça esta transferência do apodíctico para o extensional. Mas que um historiador da lógica corrija Aristóteles, é muito menos admissível². Os que censuram a toda o conjunto dos intérpretes de Aristóteles o terem modificado a sua formulação dos silogismos para transformá-los em esquemas de inferência talvez não estejam bem colocados para operar à força uma outra substituição. Pode considerar-se que a lógica formal se concilia melhor com a implicação material de Russell que com a implicação estrita de Lewis. O que não constitui razão para que, quando um antigo se exprime sistematicamente por fórmulas que, se se quiser falar em linguagem moderna, deveriam traduzir-se de preferência pela segunda, elas sejam falseadas traduzindo-se, deliberadamente, pela primeira.

Uma vez formuladas estas reservas, continuam de pé vários resultados importantes, que devem colocar-se no activo de Lukasiewicz e dos seus émulos. O primeiro, e não o menor, é que é preciso, por respeito pela verdade histórica, renunciar a essa espécie de sincretismo em que se deixavam misturar-se, na onda saída da fonte aristotélica, o contributo de uma multidão de regatos que ao longo dos séculos, tinham acabado por alterá-la gravemente. Corrige-se assim o erro de óptica que nós cometíamos ao olhar a sua silogística «do ponto de vista da lógica formal clássica». A lógica de Aristóteles tem, em relação à lógica clássica, a sua originalidade: convém determiná-la, reconstituindo essa lógica na sua autenticidade. Doravante, já não se poderá expô-la como se fazia ainda não há muito.

Um outro preconceito que se terá assim afastado, é a convicção de que um profundo hiato separa a lógica de Aristóteles da nossa lógica moderna. Ora, se a sua silogística não é toda a lógica, pelo menos podemos hoje reconhecê-la como «um sistema cuja exactidão ultrapassa mesmo a de uma teoria matemática»³. É verdade que é preciso, para

¹ *Ibidem*, p. 11.

² Cf. Kneale, *D. L.* p. 95: «Quando ele emprega a palavra $\alpha\lambda\lambda\alpha$, para marcar a conexão entre as premissas e a conclusão, ele não quer dizer simplesmente que, em todos os casos em que tais premissas são verdadeiras, tal conclusão é igualmente verdadeira. Não há nenhuma prova de que essa fosse a sua maneira de ver.»

³ *Arist. syl.*, p. 131.

faça-la aparecer sob esta nova luz, adaptar o seu vocabulário ao nosso, remodelar um tanto a sua ordenação, introduzir algumas rectificações de pormenor, completá-la enfim por meio de uma teoria da rejeição e de uma demonstração da sua decidibilidade. Mediante o que ela será digna de figurar, a título de teoria especial, ao lado das outras teorias da nossa lógica contemporânea, e situada ao mesmo nível de cientificidade. Somos assim convidados a fazer sobre esta lógica um juízo equitativo, precavendo-nos para não cairmos nem num nem noutro de dois excessos contrários. Um, que grassou durante séculos, que consistia em ver na lógica de Aristóteles a lógica na sua totalidade, e uma lógica levada logo à primeira ao seu ponto de perfeição. O outro em que, por uma reacção bem compreensível, caíram com frequência os criadores da lógica moderna, e que consistia, opondo brutalmente «a antiga lógica e a nova», em olhar a antiga como uma velharia destituída de qualquer outro interesse para além do histórico, acolhendo-a apenas como uma relíquia venerável.

Finalmente, clarificando o estudo das lógicas antigas, a de Aristóteles tal como a dos estóicos, através dos conhecimentos que o desenvolvimento da lógica moderna nos trouxe, pôde situar-se mais exactamente cada uma delas e compreender-se que elas eram, não duas formulações diferentes, e inegavelmente felizes, de uma mesma lógica, mas duas partes diferentes, e igualmente necessárias, da lógica. Uma tem a ver com o nosso cálculo dos predicados, a outra com o nosso cálculo das proposições. A análise do discurso pelo qual se abre a *Interpretação* atém-se aos nomes, com os seus casos, e aos verbos, com os seus tempos que são de algum modo os seus «casos»: isto é, às palavras que apresentam um sentido por si próprias, àquelas que se designarão mais tarde como categoremáticas. É preciso ainda acrescentar que os próprios verbos tiram a sua significação do nome que eles envolvem como predicado; porque dizer, por exemplo, que o homem *passa*, tem o mesmo sentido que dizer que ele *está a passar*, expressão cujo sentido total se concentra no predicado, uma vez que a cópula é (*está*), empregada sozinha, não se liga a nenhum objecto e não tem portanto significação que lhe seja própria. Aristóteles pára aí a sua análise do discurso, sem levá-la até às palavras sincategoremáticas, e nomeadamente àquelas partículas que asseguram as articulações lógicas do discurso. É verdade que, pois ele estuda a maneira como as proposições se compõem para formar raciocínios, ele não pode ignorar as leis essenciais da sua composição; mas esse conhecimento permanece nele em estado implícito, embora possamos hoje, *a posteriori*, destacar nos seus textos um pequeno número de passagens em que reconhecemos, mais ou menos nitidamente estabelecida, uma das leis do cálculo das proposições. A sua lógica nem por isso deixa de permanecer essencialmente uma lógica dos nomes.

6. A lógica modal

À excepção dos futuros contingentes, só se tratou até aqui, nas proposições, da atribuição simples de um predicado a um sujeito. Encontrámos, é verdade, a noção do necessário no enunciado da con-

clusão do silogismo, mas essa necessidade é apenas a que liga a conclusão às premissas, não afecta a proposição conclusiva em si mesma. Não se afirma que o que a conclusão enuncia é absolutamente necessário, ἀνάγκαιον ἀπλῶς, mas apenas que a conclusão é necessariamente verdadeira se as premissas são verdadeiras: trata-se, pois, tão-somente de uma necessidade hipotética, ἀνάγκαιον ἐξ ὑποθέσεως. Mas há casos em que, numa proposição tomada isoladamente e absolutamente, atribuímos o predicado ao sujeito segundo a modalidade do necessário, ou segundo uma outra modalidade, por exemplo, a do contingente. Convém pois estudar agora essas formas mais complexas, primeiro nas próprias proposições, seguidamente nos silogismos em que figura pelo menos uma dessas proposições modais. Estabeleceu-se o costume de denominar *assertóricos* os enunciados não modalizados, *apodícticos* os que reforçam a asserção simples, marcando-a com a necessidade afirmativa ou negativa, *problemáticos* os que a enfraquecem apresentando a atribuição como simplesmente possível ou contingente. Embora este vocabulário não seja aristotélico, utilizá-lo-emos oportunamente para evitar perifrases.

A lógica modal, uma das partes mais difíceis da lógica de Aristóteles, é apresentada por ele, para as proposições, na *Interpretação* (12-13) e nos *Primeiros Analíticos* (1, 8-22). Antes de expô-la, e para permitir um melhor reconhecimento, não serão inúteis alguns esclarecimentos prévios.

É preciso em primeiro lugar fixar o nosso próprio vocabulário, porque ainda nos nossos dias ele permanece nesta matéria bastante fluutuante. Entendemos pela palavra *possível*: umas vezes, o que é o seu sentido próprio, a negação contraditória do impossível, e nesta acepção o que é necessário é, *a fortiori*, possível; outras vezes, se nos choca dizer que o necessário implica o possível e se queremos pelo contrário opô-los a ambos, restringimos o seu sentido para limitá-lo ao que não é nem impossível nem necessário, o que pode ser (não-impossível), mas que pode também não ser (não-necessário). Para evitar as confusões, diremos no primeiro caso que estamos perante um *puro possível*, no segundo caso perante um *possível bilateral*. Uma ambiguidade semelhante paira sobre a palavra *contingente*. Num primeiro sentido, ela é tomada como a negação contraditória do necessário: sentido em que seria bem desejável mantê-la porque é aí insubstituível, a não ser pela expressão composta *não-necessário*, que teremos de empregar para designá-lo sem equívoco. Mas com frequência ela é também entendida como significando aquilo que, ao mesmo tempo, pode ser ou não ser: é então um *contingente bilateral*, cujo sentido se confunde com o do possível bilateral.

Feitas estas observações, verificar-se-á primeiro que em Aristóteles as duas noções do possível, δυνατόν, e do contingente, ἐνδέχόμενον, são quase indiscerníveis: pelo que empregaremos muitas vezes a expressão *possível-contingente*. O facto de ele empregar assim as duas palavras indiferentemente uma pela outra, não é muito grave desde que se esteja de sobreaviso; apenas cria dificuldades de vocabulário. O que é mais embaraçoso é que no uso que fez deste possível contingente, ele variou entre três acepções diferentes. Primeiro, deixou-o flutuar confusamente

entre o puro possível e o possível-contingente bilateral; depois, reconsiderando, precisou o seu sentido limitando-o ao puro possível; finalmente, mantendo-o num sentido unívoco mas alterando a sua opção anterior, tomá-lo-á no sentido bilateral. É perfeitamente claro que conforme se emprega este par de homónimos de uma ou outra destas três maneiras, as relações da noção que ele designa com as outras noções modais variarão, e que por conseguinte todo o sistema das noções modais se achará por isso afectado. Donde a obrigação que teremos de apresentar separadamente as três teorias sucessivas.

Há o perigo de uma outra confusão, mais difícil de dissipar, se não nos lembrarmos de distinguir entre duas maneiras de conceber a intervenção de matiz modal. O modo deverá ser olhado como afectando o predicado, e incorporando-se assim na própria proposição, ou como afectando, de algum modo de fora, o conjunto da proposição? No primeiro caso, a modalidade refere-se às próprias coisas de que se fala, no segundo ao que se diz delas. É por isso que os medievais, na sequência de Abelardo e de Tomás de Aquino, designavam estas duas utilizações da modalidade como modalidade *de re* e modalidade *de dicto*. Seríamos tentados, se não estivéssemos de sobreaviso, a olhar como sinónimas as duas formas: *o sábio é necessariamente feliz* e *é necessário que o sábio seja feliz*. Contudo, uma diferença aparece logo à análise, pois que, com a segunda expressão, estamos não já perante uma proposição elementar, mas uma proposição complexa, comportando uma expressão proposicional que desempenha assim o papel do sujeito na proposição total, ao passo que a asserção que dá à fórmula o carácter de uma proposição, verdadeira ou falsa, é trazida pelo outro membro da frase, que desempenha portanto o papel de predicado em relação a esse sujeito. Por um lado, aquilo de que se fala — cuja diferença aparece claramente nas línguas clássicas antigas com o uso que elas permitem da «proposição infinitiva»¹, por exemplo, *sapientem esse beatum*; por outro lado, aquilo que se afirma sobre esse *dictum*, ou seja, que o que esse *dictum* enuncia é necessário, *necesse est*. O mesmo é dizer que com esta segunda maneira de entender a modalidade, esta, em vez de pertencer à língua, situa-se ao nível da metalíngua; e a experiência ensinou ao lógico os perigos a que se expõe se menospreza a hierarquia das linguagens. Não se trata aqui apenas de uma subtilidade de lógico: porque é seguramente um problema filosófico muito importante o perguntar-se se a necessidade e a possibilidade estão nas próprias coisas, ou apenas no nosso pensamento e no discurso que o exprime.

Destas duas interpretações, qual delas tem o apoio de Aristóteles? Se se olhar para o conjunto da sua filosofia, a resposta não oferece dúvidas: as modalidades são do ser, e não simplesmente de nós. Ele introduz de facto o possível, *δυνατόν*, no próprio seio das coisas, quando aí põe a potência, *δύναμις*. E também lá coloca de facto a necessidade, quando concebe a essência como o atributo necessário, objecto da definição, que se distingue do próprio pelo facto de ele não

¹ Denominação aliás imprópria aos olhos do lógico, pois que para ele não há proposição onde não há asserção.

pertencer apenas sempre, de facto e sem excepção, ao sujeito, mas pelo facto de não poder deixar de pertencer-lhe. Um dos pontos essenciais da sua polémica com os megáricos reside justamente na recusa destes últimos em dar assim um alcance ontológico às expressões modais. Mas no tratamento lógico das modalidades, a questão é muito menos nítida. Já foi observado que, na formulação do silogismo, a conclusão ora é enunciada pela palavra ἀνάγκη, *é necessário que*, o que sugere uma interpretação externa, ora contém em si mesma a menção modal, ἐξ ἀνάγκης, *por necessidade*, o que se concilia com uma interpretação interna. É manifesto que Aristóteles emprega indiferentemente uma ou outra destas expressões, como se as julgasse perfeitamente sinónimas. Se agora se olhar o modo como apresenta a sua teoria das proposições e dos silogismos modais, verifica-se uma flutuação entre as duas interpretações. Quando, na *Interpretação*, ele trata da conversão das proposições modais, a maneira como as enuncia e o que ele diz do modo como se deve introduzir nelas a negação supõe a interpretação externa: a negação deve incidir sobre o modo, não sobre o atributo do *dictum*. Em contrapartida, a própria ideia de «silogismos modais», onde se combinam, tratadas como homogêneas, atribuições simples e atribuições modais, sugere uma interpretação interna. E de facto quando, nos *Primeiros Analíticos*, Aristóteles introduz a sua teoria dos silogismos modais, anuncia-a desde a primeira linha por uma fórmula não ambígua — aquela em que nos inspirámos no início desta secção — distinguindo entre três maneiras de atribuir: atribuição simples, atribuição necessária e atribuição contingente. Deve pois concluir-se, com M. Kneale¹, que «é claro que em geral, na sua teoria da conversão das proposições modais, Aristóteles adopta aquilo a que pode chamar-se a interpretação externa da modalidade, ao passo que quando trata dos silogismos modais inclina-se para a interpretação interna, de sorte que há uma certa incoerência entre as duas partes da sua teoria».*

Dadas estas explicações e tomadas estas precauções, abordemos agora, em primeiro lugar, o estudo das proposições modais.

Aristóteles interroga-se primeiro² sobre a maneira como deve introduzir-se a negação numa proposição modal para obter a sua contraditória. Qual é a negação contraditória de *É possível que isso exista*? Ser-se-ia tentado a responder: *É possível que isso não exista*. Mas sucede que a mesma coisa pode igualmente ser ou não ser: este ramo pode ser cortado mas pode também não ser cortado; dado que podem ser verdadeiras conjuntamente, estas duas últimas proposições não são portanto contraditórias, uma não é a verdadeira negação da outra. A verdadeira negação da proposição inicial é, *Não é possível que isso exista*. Aristóteles explica-o assinalando exactamente a analogia com as proposições atributivas simples, do tipo *O homem é branco, o homem passeia*. Para negar uma tal proposição, não se toca no sujeito, não se diz *O não-homem é branco* ou *O não-homem passeia*, faz-se incidir a negação sobre o que vem determinar o sujeito, sobre o predicado ou sobre a

¹ D. L., p. 91.

² *Interpretação*, 12.

cópula que o anuncia. Ora, nas proposições modais atrás citadas, são as expressões *que isso exista* ou *que isso não exista* que são, de algum modo, a matéria, τὰ ὑποκείμενα, da proposição, que nela desempenham portanto o papel do sujeito, ao passo que a expressão *é possível* junta-se ao sujeito para determiná-lo. Portanto, do mesmo modo que, na asserção simples, fazemos incidir a negação sobre a cópula que liga o atributo ao sujeito, o *homem não é branco*, ou ainda, quando a cópula é incorporada no predicado como no caso de um verbo, sobre o verbo, o *homem não passeia* - de igual modo aqui é sobre o modo, que completa a proposição dando-lhe uma determinação, que deve incidir a negação. *É possível que isso exista* tem, portanto, como negação *Não é possível que isso exista*, ao passo que a negação de *É possível que isso não exista* não é *É possível que isso exista*, mas sim *Não é possível que isso não exista*. A mesma análise é naturalmente válida para as palavras contingente, necessário e impossível.

Esta correcção judiciosa na maneira de enunciar a contraditória de uma proposição modal era de facto oportuna para dissipar a desagradável impressão de confusão que dava a frase com que se abria esta capítulo 12, em que Aristóteles apresenta como objectos do seu estudo os três pares seguintes de noções opostas: possível e não-possível, contingente e não-contingente, impossível e necessário. É de facto claro que se os dois primeiros pares são realmente os de opostos contraditórios, não se poderá pôr no mesmo plano o terceiro a não ser que se cometesse precisamente o erro contra o qual Aristóteles, como acaba de se ver, vai pôr-nos de sobreaviso logo a seguir, mas como uma conquista difícil e totalmente nova: isto é, se se tomasse pela negação do *necessário* o *necessário-não* (= o *impossível*) em vez do *não-necessário*. Na realidade, aquele terceiro par de opostos, que podem ser ambos falsos no caso do possível-contingente, é um par de contrários, não idêntico, por conseguinte, aos dois primeiros que são contraditórios, os quais constituem de resto uma repetição escusada, pois que o possível e o contingente não se deixam distinguir nitidamente no nosso autor. Compreende-se que quando, no início do capítulo seguinte, Aristóteles tenta construir, em bases também mal seguras, um quadro da consecução das modais, isto é, da ordem em que é preciso dispor as quatro modais, com um uso conveniente da negação, para que cada uma seja uma consequência da que a antecede, ele só consegue de início um quadro pouco satisfatório, em virtude da confusão que aí reina, por um lado, entre os dois sentidos do possível-contingente, por outro, entre o contrário e o contraditório do necessário. Por isso, não nos deteremos muito nesta primeira forma da teoria, que é manifestamente uma tentativa feita ainda às apalpadelas.

Tanto mais que Aristóteles se corrige logo a seguir¹. Não sem dificuldade, aliás, mostrando assim como essas noções estavam ainda mal destrinçadas. As suas correcções acabam, por um lado, por restabelecer a relação correcta entre o necessário, o impossível e o não-necessário,

¹ A partir de 22 b 10.

isto é, por distinguir, em face do necessário, o seu contrário do seu contraditório, por outro lado, por fixar univocamente o sentido do possível e o sentido, que é dele inseparável, do contingente, escolhendo decididamente para ambos o sentido do puro possível. À medida que vai fazendo a sua análise, Aristóteles dá os elementos de um novo quadro das consecuições, que é na realidade um quadro das equipolências, isto é, das consequências mútuas. Podemos resumir-lo assim, usando, para cada uma das quatro modalidades, a sua primeira letra em maiúscula itálica:

$$Pp = Cp = \sim Ip = \sim N \sim p.$$

$$P \sim p = C \sim p = \sim I \sim p = \sim Np.$$

$$\sim Pp = \sim Cp = Ip = N \sim p.$$

$$\sim P \sim p = \sim C \sim p = I \sim p = Np.$$

O quadro está agora perfeitamente correcto. É apenas um tanto disforme porque, por um lado, o possível e o contingente contituem nele uma repetição escusada, por outro lado e correlativamente, falta-lhe um termo simples para designar o contraditório do necessário, que se comporta como um subcontrário em relação ao puro possível, e como um subalterno em relação ao impossível. Assim, as correntemente chamadas «quatro modalidades aristotélicas», em que se inspirará a maioria das teorias posteriores das modalidades, reduzem-se realmente a três, uma das quais traz apenas um nome duplo.

A *Interpretação* estudou assim, sobre as proposições modais, a sua oposição e a sua consecuição. Nos *Primeiros Analíticos*, o estudo dos silogismos modais requer além disso, previamente, uma teoria da sua conversão, pois que uma das maneiras de justificar os silogismos imperfeitos faz apelo a esta operação. O possível e o contingente são sempre aí tomados como sinónimos, mas desta vez em sentido bilateral. Aristóteles reconhece, a título de facto, que a palavra contingente se toma em várias acepções, $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\chi\omega\varsigma$ ¹, mas é preciso, para as necessidades da teoria, fixar decisoramente um sentido não ambíguo, e avança a seguinte definição: «Por *ser contingente* e por *contingente*, entendo o que não é necessário e o que pode ser suposto existir sem que haja nisso impossibilidade²»; portanto, o que não é nem necessário nem impossível, isto é, a conjunção das suas duas negações. Aristóteles modifica assim, sem o dizer expressamente, a teoria que tinha apresentado na *Interpretação*. Ele encontrou sem dúvida vantagens nesta escolha, e dado que as definições são livres, não há nada a dizer quanto a isso. Pode contudo observar-se que ligando o possível-contingente assim entendido com o necessário para assentar sobre estas duas noções fundamentais o seu sistema das modalidades, ele faz com que este se firme em dois pilares que carecem de homogeneidade, e esta falha inicial não

¹ I, 3, 25 a 37.

² I, 13, 32 a 18-19.

tardará a manifestar-se nas consequências. As duas noções não são homogêneas, pois que o necessário é uma modalidade simples, ao passo que o carácter bilateral deste possível-contingente faz dele uma modalidade composta, conjunção dessas duas modalidades simples que são o puro possível e o não-necessário. Ora, as noções primeiras de um sistema dedutivo têm de ser, nesse sistema, tratadas como simples, já que se apresentam como os elementos com os quais se poderá compor as outras. A dificuldade aparecerá a partir do momento em que tivermos necessidade de exprimir a negação contraditória desse possível-contingente bilateral, dado que essa negação deveria também ela ser dupla (a saber: o que é necessário ou impossível), e que uma tal noção complexa não é estabelecida expressamente no sistema de Aristóteles. Esta dissimetria entre as duas noções de base reencontrar-se-á naturalmente nas consequências, a partir do momento em que se tiver de fazer intervir a negação: quer a façamos incidir sobre o *dictum*, quer lhe afectemos o próprio modo. Aristóteles tirou muito correctamente estas consequências, que são bem surpreendentes à primeira vista.

1.º a negação do *dictum* dá resultados dissimétricos consoante estamos perante uma proposição necessária ou uma proposição contingente-possível; além disso, estes resultados parecem bastante chocantes no segundo caso. Com efeito, enquanto que para o necessário (e igualmente, *mutatis mutandis*, para o impossível) temos:

$$N \sim p = Ip$$

ou seja, a negação do *dictum* afectado pelo necessário acaba por afectar esse *dictum* com o *contrário* do necessário, a saber: o impossível (necessário-não = impossível) — quando se trata do possível-contingente temos¹:

$$\begin{aligned} C \sim p &= Cp \\ \text{ou} \\ P \sim p &= Pp \end{aligned}$$

quer dizer que a negação do *dictum* afectado pelo contingente-possível fica *sem efeito*, sendo equivalente à sua afirmação. Tese bem paradoxal, que temos no entanto de aceitar quando se parte do sentido bilateral, com a sua dualidade característica: porque dizer que *p pode ser e pode não ser* equivale evidentemente, pois que a conjunção é comutativa, a dizer, permutando afirmação e negação, que *p pode não ser e pode ser*.

2.º A negação do modo manifesta igualmente o defeito de simetria do sistema, sem que a razão disso seja explicitada. Porque a negação do modo, que dá o seu contraditório, põe-nos, no caso do necessário, em presença de uma proposição *simples*:

$$\sim Np$$

¹ I, 13, 32 a 30-40.

para a qual carecemos entretanto, em Aristóteles, de um termo modal simples, pois que ele conferiu expressamente ao «contingente» o sentido bilateral — ao passo que para o possível-contingente temos de fazer apelo a uma proposição *disjuntiva*¹, que nos deixa na indecisão:

$$\left. \begin{array}{l} \sim Cp \\ \sim Pp \end{array} \right\} = Np \vee N \sim p \cdot = \cdot Np \vee Ip$$

dado que a negação do contingente-possível (isto é, do que é ao mesmo tempo não-necessário e não-impossível) é o que é necessário ou impossível.

Estas extravagâncias repercutem-se naturalmente na teoria dos silogismos modais, à qual Aristóteles se refere seguidamente. Dado que há três maneiras de atribuir, quer segundo a necessidade, quer simplesmente (representaremos por *X* essa atribuição simples), quer enfim segundo a contingência, isso dá, para duas premissas, $3^2 = 9$ combinações possíveis:

$$\begin{array}{c} N \\ \hline NXC-P \end{array}$$

$$\begin{array}{c} X \\ \hline NXC-P \end{array}$$

$$\begin{array}{c} C-P \\ \hline NXC-P \end{array}$$

Mas como a combinação do meio, a quinta, se limita ao silogismo puramente assertório, restam 8 grupos para os silogismos modais. Para cada um deles será necessário distinguir entre as três figuras, o que comporta $8 \times 3 = 24$ possibilidades. Depois, em cada uma delas, e tendo em conta as diversidades que nascem do carácter afirmativo ou negativo, universal ou particular, de cada uma das três proposições (a combinação enumeraria assim $24 \times 64 = 1536$ possibilidades), há que determinar os dois silogismos que válidos em cada figura². Aristóteles entrega-se a essa laboriosa pesquisa: primeiro para os silogismos em que intervém a necessidade quer nas duas premissas (cap. 8), quer numa delas apenas (sendo nesse caso a outra de atribuição simples), sucessivamente segundo as três figuras (9-11); em seguida, para aqueles em que o contingente se combina quer com ele próprio, quer com a asserção simples, quer com o necessário, e isso sucessivamente para a primeira figura (14-16), para a segunda (17-19) e para a terceira (20-21). A teoria desenvolve-se com base no modelo da dos silogismos assertóricos. Entre os silogismos válidos, Aristóteles distingue os que são perfeitos e os que são imperfeitos. Os primeiros pertencem todos à primeira figura, mas esta conta igualmente um certo número de silogismos válidos olhados como imperfeitos. Consoante os mesmos três processos de prova (conversão, redução ao impossível, ectese), Aristóteles reduz os silogismos das segunda e terceira figuras aos da primeira, depois os desta figura

¹ I, 17, 37 a 26-29.

² Encontrar-se-á o quadro completo desses silogismos válidos em Bochenski, *Ancient formal logic*, num grande desdobrável da página 62.

unicamente aos silogismos perfeitos. Finalmente, para estabelecer a não-validade, ele procede pelo mesmo recurso a dois trios de termos concretos que permitem construir contra-exemplos.

Não podendo dedicar-nos aqui a um exame pormenorizado desta teoria complexa e difícil, limitar-nos-emos a três observações.

1.º A interversão da modalidade das duas premissas ora arrasta consigo, ora não arrasta, uma mudança na modalidade da conclusão. Por exemplo, na primeira figura com três proposições afirmativas, a sucessão nas premissas (tomadas sempre na ordem normal: maior-menor) da necessidade e da asserção simples dá uma conclusão afectada pelo modo necessário, ao passo que a sucessão inversa dá como conclusão uma simples asserção; mas, num silogismo da mesma espécie, a interversão das modalidades do necessário e do contingente das duas premissas não muda nada à da conclusão, que é contingente em ambos os casos.

2.º Embora Aristóteles se tenha visivelmente esforçado por decalcar, tanto quanto possível, a sua teoria dos silogismos modais na teoria, anteriormente constituída, dos silogismos assertóricos, aparecem algumas diferenças. Na silogística assertórica do mestre, a conclusão, como o fará notar o seu discípulo Teofrasto, acompanha sempre a parte mais fraca, ou seja, se pelo menos uma das premissas é particular, a conclusão é particular, e se pelo menos uma é negativa, a conclusão é negativa: é aquilo a que hoje correntemente se chama, desde os medievais e abreviando, a regra do *pejorem sequitur*. Ora, esta regra não é universalmente válida no caso dos silogismos modais reconhecidos por Aristóteles, se se admitir, como é natural, que a asserção segundo o necessário é mais forte ou melhor que a asserção simples, e esta mais forte que a asserção segundo o contingente. Por exemplo, como acabamos de ver, pode suceder que uma conclusão necessária se tire da combinação de uma maior e a própria necessária com uma menor que apenas enuncia uma atribuição simples. Outra diferença. Em silogística assertórica, duas premissas negativas não produzem conclusão. Não acontece exactamente o mesmo em silogística modal, no sentido de que, quando pelo menos uma das premissas negativas é afectada pela contingência ou, o que vem a dar o mesmo, da possibilidade, pode por vezes ser tirada uma conclusão¹, pois que neste caso, recordemo-lo, a negação do *dictum* é equivalente à sua afirmação.

3.º Para a justificação dos silogismos válidos, a redução ao absurdo choca com uma dificuldade no caso das premissas contingentes, dado que estas, como sublinhámos, não admitem a sua negação contraditória por uma proposição simples. Por isso Aristóteles, para encontrar essa simplicidade, vê-se obrigado a entender então o contingente no sentido unilateral do não-necessário, com o risco de ter de precisar que «este silogismo não estabelece portanto a contingência tal como a definimos, mas tão-somente a não-necessidade da atribuição à totalidade do

¹ Exemplo em I, 14, 33 a 12-17.

sujeito», e de lamentar este afastamento declarando que seria preferível tomar os termos de uma melhor maneira. λυπέτον δὲ βέλτερον τοὺς ὁρους¹ — coisa que ele precisamente aqui se acha impedido de fazer pelo caráter duplo do contingente quando se assume este dessa «melhor maneira».

Depois de, pela introdução das variáveis, ter inaugurado a lógica como ciência formal, e construído nesta lógica, com a sua teoria do silogismo assertórico, um sistema que será considerado durante séculos como um êxito inultrapassável, Aristóteles teve o mérito de ter dado, no fim da sua carreira, mais um passo e de abrir o caminho à lógica modal, desbravando-lhe o terreno. Só que o seu sucesso não foi aqui tão completo e a sua teoria dos silogismos modais sofre de vários defeitos. Sublinhámos as consequências infelizes que resultam da escolha inicial que Aristóteles fizera na sua maneira de entender o contingente. Por isso, não há que espantar-se se os resultados a que chegou são de valor desigual conforme se referem ao necessário ou ao contingente. Tal é de facto a mais clara verificação a que chegaram os trabalhos que, de A. Becker a Storrs McCall, foram recentemente consagrados ao estudo da silogística modal de Aristóteles.

A. Becker, empregando esse instrumento preciso de análise que a lógica simbólica moderna nos traz, mostra que esta silogística não se deixa transcrever inteiramente nem segundo a modalidade *de re*, nem segundo a modalidade *de dicto*, e que ela sofre dessa indecisão fundamental. Lukasiewicz, depois de ter conseguido axiomatizar a teoria dos silogismos categóricos, renova a sua tentativa com os silogismos modais, mas o sistema axiomático assim construído já não coincide exactamente com as teses de Aristóteles. N. Rescher, perante o que considera como «fracassos completos», considera que a mesma sorte estará reservada a toda a tentativa futura para encerrar numa axiomática esta parte da lógica de Aristóteles. Mais confiante, McCall, parece tê-lo conseguido no que se refere à teoria dos modos apodícticos; mas quanto aos modos contingentes, terá ele próprio de reconhecer que a sua axiomatização só imperfeitamente se concilia com a teoria de Aristóteles, não atingindo mais que 85% o grau de correlação entre os dois sistemas².

Pode aliás perguntar-se se a ideia de tratar a lógica modal constituindo, com base no modelo da teoria dos silogismos assertóricos e por analogia com ela, uma teoria dos silogismos modais, não era de facto um erro, e se não seria num outro terreno que conviria situar os estudos da lógica modal. Primeiro, do próprio ponto de vista de Aristóteles. Já sublinhámos a hesitação em que somos deixados quanto à interpretação da proposição aristotélica. A universalidade deverá ser entendida em

¹ I, 15, 35 a 3.

² A. Becker, *Die aristotellische Theorie der Möglichkeitsschlüsse*, Berlin, 1933; J. Lukasiewicz, em adição à segunda edição (1957) do seu livro *Aristotle's syllogistic*; N. Rescher, *Aristotle's theory of modal syllogisms and its interpretation* (em: M. Bunge, ed., *The critical approach, essays in honor of Karl Popper*, Glencoe, Miss., 1963); Storrs McCall, *Aristotle's modal syllogistics*, Amesterdão, 1962.

tardará a manifestar-se nas consequências. As duas noções não são homogêneas, pois que o necessário é uma modalidade simples, ao passo que o carácter bilateral deste possível-contingente faz dele uma modalidade composta, conjunção dessas duas modalidades simples que são o puro possível e o não-necessário. Ora, as noções primeiras de um sistema dedutivo têm de ser, nesse sistema, tratadas como simples, já que se apresentam como os elementos com os quais se poderá compor as outras. A dificuldade aparecerá a partir do momento em que tivermos necessidade de exprimir a negação contraditória desse possível-contingente bilateral, dado que essa negação deveria também ela ser dupla (a saber: o que é necessário ou impossível), e que uma tal noção complexa não é estabelecida expressamente no sistema de Aristóteles. Esta dissimetria entre as duas noções de base reencontrar-se-á naturalmente nas consequências, a partir do momento em que se tiver de fazer intervir a negação: quer a façamos incidir sobre o *dictum*, quer lhe afectemos o próprio modo. Aristóteles tirou muito correctamente estas consequências, que são bem surpreendentes à primeira vista.

1.º a negação do *dictum* dá resultados dissimétricos consoante estamos perante uma proposição necessária ou uma proposição contingente-possível; além disso, estes resultados parecem bastante chocantes no segundo caso. Com efeito, enquanto que para o necessário (e igualmente, *mutatis mutandis*, para o impossível) temos:

$$N \sim p = Ip$$

ou seja, a negação do *dictum* afectado pelo necessário acaba por afectar esse *dictum* com o *contrário* do necessário, a saber: o impossível (necessário-não = impossível) — quando se trata do possível-contingente temos¹:

$$\begin{aligned} C \sim p &= Cp \\ \text{ou} \\ P \sim p &= Pp \end{aligned}$$

quer dizer que a negação do *dictum* afectado pelo contingente-possível fica *sem efeito*, sendo equivalente à sua afirmação. Tese bem paradoxal, que temos no entanto de aceitar quando se parte do sentido bilateral, com a sua dualidade característica: porque dizer que *p pode ser e pode não ser* equivale evidentemente, pois que a conjunção é comutativa, a dizer, permutando afirmação e negação, que *p pode não ser e pode ser*.

2.º A negação do modo manifesta igualmente o defeito de simetria do sistema, sem que a razão disso seja explicitada. Porque a negação do modo, que dá o seu contraditório, põe-nos, no caso do necessário, em presença de uma proposição *simples*:

$$\sim Np$$

¹ I, 13, 32 a 30-40.

para a qual carecemos entretanto, em Aristóteles, de um termo modal simples, pois que ele conferiu expressamente ao «contingente» o sentido bilateral — ao passo que para o possível-contingente temos de fazer apelo a uma proposição *disjuntiva*¹, que nos deixa na indecisão:

$$\left. \begin{array}{l} \sim Cp \\ \sim Pp \end{array} \right\} = Np \vee N \sim p \cdot = \cdot Np \vee Ip$$

dado que a negação do contingente-possível (isto é, do que é ao mesmo tempo não-necessário e não-impossível) é o que é necessário ou impossível.

Estas extravagâncias repercutem-se naturalmente na teoria dos silogismos modais, à qual Aristóteles se refere seguidamente. Dado que há três maneiras de atribuir, quer segundo a necessidade, quer simplesmente (representaremos por *X* essa atribuição simples), quer enfim segundo a contingência, isso dá, para duas premissas, $3^2 = 9$ combinações possíveis:

$$\begin{array}{c} N \\ \hline NXCP \end{array}$$

$$\begin{array}{c} X \\ \hline NXCP \end{array}$$

$$\begin{array}{c} C-P \\ \hline NXCP \end{array}$$

Mas como a combinação do meio, a quinta, se limita ao silogismo puramente assertório, restam 8 grupos para os silogismos modais. Para cada um deles será necessário distinguir entre as três figuras, o que comporta $8 \times 3 = 24$ possibilidades. Depois, em cada uma delas, e tendo em conta as diversidades que nascem do carácter afirmativo ou negativo, universal ou particular, de cada uma das três proposições (a combinatoria enumeraria assim $24 \times 64 = 1536$ possibilidades), há que determinar os dois silogismos que válidos em cada figura². Aristóteles entrega-se a essa laboriosa pesquisa: primeiro para os silogismos em que intervêm a necessidade quer nas duas premissas (cap. 8), quer numa delas apenas (sendo nesse caso a outra de atribuição simples), sucessivamente segundo as três figuras (9-11); em seguida, para aqueles em que o contingente se combina quer com ele próprio, quer com a asserção simples, quer com o necessário, e isso sucessivamente para a primeira figura (14-16), para a segunda (17-19) e para a terceira (20-21). A teoria desenvolve-se com base no modelo da dos silogismos assertóricos. Entre os silogismos válidos, Aristóteles distingue os que são perfeitos e os que são imperfeitos. Os primeiros pertencem todos à primeira figura, mas esta conta igualmente um certo número de silogismos válidos olhados como imperfeitos. Consoante os mesmos três processos de prova (conversão, redução ao impossível, ectese), Aristóteles reduz os silogismos das segunda e terceira figuras aos da primeira, depois os desta figura

¹ I, 17, 37 a 26-29.

² Encontrar-se-á o quadro completo desses silogismos válidos em Bochenski, *Ancient formal logic*, num grande desdobrável da página 62.

extensão, κατὰ παντός, ou em compreensão, καθ' αὐτό? No primeiro caso, a proposição é de facto uma assertórica, mas no segundo é realmente uma proposição apodictica. Pode igualmente hesitar-se quanto à particular: chamá-la κατὰ μέρος, é fazer dela uma parcial, isto é, entendê-la extensivamente, mas declarar que a particularidade é a marca do acidente, não será marcá-la com a contingência? Sim, no seu tratamento formal do silogismo, a tendência de Aristóteles é colocar-se no terreno da extensão, mas em contrapartida toda a sua filosofia lhe manda subordinar esse tratamento a uma interpretação intensiva, ligada ao apelo a noções modais: em última análise, «o princípio do silogismo é a essência». Nestas condições, que significa a afectação expressa de uma modalidade a uma proposição que é já, no fundo, uma modal? Ou isso é supérfluo: se dizer que todo o homem é mortal significa que o homem, em virtude da sua essência, é necessariamente mortal, basta ficar-se por aí sem cometer pleonismo repetindo essa menção da necessidade. Ou senão, isso equivale a compor duas modalidades, quer por iteração de uma delas (a necessidade da necessidade, ou a contingência da contingência), quer por sobreposição de duas modalidades diferentes (a necessidade da contingência, ou a contingência da necessidade). Isso não é destituído de sentido, ainda que se chegue muito rapidamente, nestas composições, ao limite da intuição lógica, mas não deixaria de ser fastidioso empreender o seu estudo desse modo: primeiro, porque não seria necessário fazê-lo sem reconhecê-lo expressamente, depois, porque não é próprio de uma boa ordem lançar-se num tal estudo antes de ter previamente deslindado o caso das modalidades simples.

Não seria necessário ir mais longe ainda e perguntar-se se, mesmo interpretada de maneira puramente extensiva, uma silogística modal será de facto legítima? Desta vez, é a hesitação entre a interpretação interna (*de re*) e a interpretação externa (*de dicto*) da modalidade que está em causa. Mas aqui, seja qual for a posição que se escolha, acaba por se chegar ao mesmo resultado negativo. Com efeito, opor-se-á ao próprio objectivo de uma *silogística modal* o seguinte dilema¹. Ou se admite a interpretação interna: e nesse caso, estando o modo incorporado no predicado, entra no conteúdo da proposição, e uma silogística formal, que tem de fazer abstracção do conteúdo, não tem de ocupar-se dos matizes modais; deste ponto de vista portanto, não há lugar para acrescentar à silogística já constituída, uma silogística *modal*, sendo mesmo essa noção de afastar. Ou então admite-se a interpretação externa: mas nesse caso a teoria das modalidades já não pode ser mantida ao mesmo nível que a primeira silogística, porque então o modo é predicado, não já interior à proposição, mas que domina o *dictum* na sua totalidade; em relação a ele, situa-se num outro nível, porque diz algo de si, trata-o como matéria sua, como seu objecto; em resumo, o enunciado do modo pertence à metalíngua. Exterior às proposições que compõem o silogismo, o modo não deve ser integrado neste, porque isso seria menosprezar a hierarquia das linguagens. Neste sentido, é a pró-

¹ Kneale, D. L., p. 91.

pria legitimidade de uma *silogística* modal que é posta em questão. O que equivale a dizer que o propósito de constituir uma teoria dos silogismos modais parece assentar de facto numa confusão, e que é sem dúvida por uma outra via que conviria abordar o estudo dos raciocínios modalizados.

7. A indução e a demonstração

A teoria da indução e a da demonstração relevam mais da metodologia e da epistemologia que da lógica propriamente dita. Elas estão no entanto tão intimamente ligadas, em Aristóteles, à sua teoria do silogismo, que não julgámos poder passá-las inteiramente em silêncio¹.

O silogismo, sob a forma em que Aristóteles o exprime, é uma proposição hipotética²: «Se A pertence a todo o B...». Ele não afirma portanto, como parecerá fazê-lo o silogismo apresentado sob a forma de uma inferência, que a pertence A todo o B. Por isso, a conclusão a que ele chega só hipoteticamente é necessária: a necessidade dessa conclusão só incide sobre a relação da consequência às premissas, mas isso nada garante quanto à verdade das premissas nem, por consequência, quanto à da conclusão. Se ele é o instrumento de toda a ciência, o silogismo não basta pois, por si só, para nos dar a ciência. Só o permitirá se tivermos uma outra via para nos certificarmos da verdade das premissas. Porque se esta só fosse ela própria conhecível por uma demonstração silogística, estaríamos comprometidos quer numa regressão até ao infinito, quer num círculo vicioso: ou então não haveria ciência, já que toda a demonstração exigiria uma outra demonstração prévia, indefinidamente, ou a ciência seria circular já que as verdades se demonstrariam reciprocamente umas pelas outras. Só se escapa desta alternativa ruinosa se se admitir que os primeiros princípios da demonstração são conhecidos por uma via diferente da demonstração.

Todo o conhecimento nos vem em última análise da sensação, mas a sensação por si só não poderá fornecer-nos os princípios, porque só incide sobre o singular, ao passo que temos realmente necessidade, no princípio dos silogismos, dos universais. É pela indução que passamos do singular para o universal. A indução fornece ao silogismo um meio de demonstração, e por conseguinte, de ciência. Assim, é de facto na sensação que todo o conhecimento tem a sua fonte, mas, a partir daí, intervém o raciocínio, sob duas formas: primeiro, a *indução* para obter os princípios, seguidamente, a *demonstração* para deles tirar as consequências por via silogística. «Só aprendemos por indução ou por demonstração. Ora, a demonstração faz-se a partir de princípios universais, e a indução, de casos particulares. Mas é impossível adquirir o

¹ Para um estudo mais aprofundado, ver J. M. Leblond; *Logique et méthode chez Aristote*, Paris, Vrin, 1939.

² Não confundir com o silogismo hipotético, aquele cuja maior é uma proposição hipotética.

conhecimento dos universais por uma via diferente da indução... e induzir é impossível para quem não tem a sensação¹.» Para compreender a natureza da indução, ἐπαγωγή, há que distinguir entre a ordem do ser e a ordem do conhecimento, que nem sempre se conciliam²: a ordem para nós é por vezes a inversa da ordem em si. Ora, ao passo que no silogismo o nosso pensamento se conforma com a ordem da natureza, a indução consiste em tomar essa ordem ao invés, em percorrê-la para trás. Eis, por exemplo, apresentado sob a forma de uma inferência, um silogismo que demonstra a longevidade do homem, do cavalo e do macho pela mediação dessa propriedade que lhes é comum de não terem fel (ἄχολοι), propriedade que é segundo a ordem das coisas, a causa da sua longevidade:

Todos os sem fel vivem muito tempo
O homem, o cavalo e o macho são sem fel
O homem, o cavalo e o macho vivem muito tempo.

Mas poderemos nós estabelecer a maior deste silogismo, de maneira que ele se torne uma demonstração? Para isso, teríamos tido de fazer primeiro o raciocínio em sentido inverso, partindo da observação da longevidade do homem, do cavalo e do macho, ou seja, fazer a seguinte inferência:

O homem, o cavalo e o macho vivem muito tempo
O homem, o cavalo e o macho são sem fel
Todos os sem fel vivem muito tempo.

A indução acaba pois por inverter o silogismo, partindo da conclusão para chegar à maior, servindo a menor de *pivot*; ou digamos mais exactamente, uma vez que o silogismo supõe a indução como condição prévia, que a indução consiste em fazer um raciocínio que, fornecendo a maior, nos permitirá seguidamente construir, seguindo agora a ordem da natureza, um silogismo demonstrativo.

Mas esta inversão da ordem silogística normal arrasta consigo certas modificações, se se quiser que o novo raciocínio seja correcto. Note-se em primeiro lugar que ele comporta uma mudança na relação dos termos. Uma vez que o antigo médio, *sem fel*, passa agora para a conclusão, deixa de desempenhar o papel de médio, que passa para antigo menor, *o homem, o cavalo e o macho*. Ora, isso implica por sua vez uma mudança na menor, porque dado que, numa proposição, o atributo é predicado do sujeito, o sujeito não poderá ser mais geral que o atributo. Para restabelecer a proposição, é preciso portanto convertê-la; mas isso só se pode fazer sem restrições se os dois termos tiverem a mesma extensão, isto é, no nosso exemplo, se o homem, o cavalo e o macho constituírem a totalidade dos animais sem fel; por outras pala-

¹ Seg. Anal., I, 18.

² Prim. Anal., II, 23.

bras, é preciso que a enumeração dos sem fel seja completa. Os dois termos poderão então reciprocarse, e a menor, que serve de *pivot* ao raciocínio, servirá também, de algum modo, de *pivot* a si própria, para vir a dar *Os sem fel são o homem, o cavalo e o macho*, sendo aqui o sujeito entendido universalmente: *todos os sem fel*. É de resto só nesta condição que a conclusão será legítima, ou seja, que teremos o direito de atribuir a longevidade a *todos* os sem fel. A indução será assim apresentada, sob uma forma logicamente inatacável:

O homem, o cavalo e o macho vivem muito tempo
Todos os sem fel são o homem, o cavalo e o macho
Todos os sem fel vivem muito tempo.

Visto de fora, este raciocínio tem o mesmo rigor que um silogismo, é mesmo, pode dizer-se, uma espécie de silogismo: o silogismo por indução, diz Aristóteles, ἐξ ἐπαγωγῆς συλλογισμός. Mas não é um verdadeiro silogismo, na medida em que lhe falta a virtude explicativa que é própria deste. O seu termo médio só é tal de um ponto de vista lógico, não é o termo médio real, o termo médio segundo a natureza, o qual não é evidentemente modificado pela modificação da ordem do nosso raciocínio. O verdadeiro termo médio é a ausência de fel, porque é essa ausência de fel que é a causa da longevidade, e nós sabemos que «o termo médio é causa». Assim, «de uma certa maneira, a indução opõe-se ao silogismo. Este prova, pelo médio, que o extremo grande pertence ao terceiro termo; aquela prova, pelo terceiro termo, que o extremo grande pertence ao médio. Na ordem natural, o silogismo que avança pelo médio é portanto anterior e o mais conhecido, mas, para nós, o silogismo indutivo é mais claro»¹. A indução por si própria não é ainda mais que um preliminar à ciência. A afirmação de que o homem, o cavalo e o macho vivem muito tempo, não é, no ponto de partida da indução, nada mais que a simples constatação de um facto, não é mais que um saber empírico. A mesma afirmação, quando vem como conclusão de um verdadeiro silogismo, tornou-se um conhecimento científico, pois compreendemos agora *porque é que* o homem, o cavalo e o macho vivem muito tempo: é porque não têm fel.

A indução só é legítima, enquanto raciocínio formal, se a enumeração é completa. Ora, uma tal enumeração só é possível para as espécies que compõem um género, como é o caso para o homem, o cavalo e o macho no que se refere ao género dos animais sem fel, mas não para os indivíduos que compõem a espécie, cujo número é ilimitado. Ao lado da operação que leva da espécie ao género por enumeração, ou melhor, antes dela, é preciso portanto admitir uma outra espécie de operação que leva dos indivíduos à espécie, e sem a qual jamais poderíamos atingir alguma noção geral. Trata-se de uma espécie de indução espontânea, que já não é da ordem do raciocínio, mas da ordem da intuição. Aristóteles invoca-a no último capítulo dos *Segundos Analíticos* onde diz de uma maneira que, aliás, só imperfeitamente se concilia com as

¹ *Prim. Anal.*, II, 23, fim; trad. Tricot.

suas declarações anteriores e que ele tenta explicar por um processo psicológico que se veria esboçar-se já nos animais — que a sensação produz em nós o universal, que é o homem em geral e não Cálbas que nós atingimos pela sensação. Nós dizemos que vemos um macho ou um cavalo, antes de saber que se trata de tal macho ou de tal cavalo, do mesmo modo que as crianças começam por chamar *pai* a todos os homens. Só que tal indução sai dos quadros da lógica assim como dos quadros da ciência, porque a lógica de Aristóteles incide apenas sobre relações entre conceitos e deixa de lado as proposições singulares, e por outro lado, segundo ele, não há ciência do individual¹.

Uma vez adquiridos os conhecimentos fornecidos pela indução, poderá começar a ciência. A ciência é o saber que é assegurado pela demonstração. E a demonstração, é «o silogismo constituído a partir das premissas necessárias»². Para que haja ciência, é preciso que o conhecimento «parta de premissas que sejam verdadeiras, primeiras, imediatas, mais conhecidas que a conclusão, anteriores a ela e de que elas são as causas»³. Esta declaração sugere alguns comentários. 1.º Não basta que as premissas sejam verdadeiras, é preciso que a sua verdade seja primeira e imediata, isto é, que elas próprias não tenham necessidade de serem demonstradas. Esta exigência só se refere propriamente às premissas primeiras, àquelas às quais se suspende a cadeia das demonstrações: porque as conclusões que delas tiramos, que são portanto verdades segundas e mediatas, poderão por sua vez servir de premissas a novos silogismos demonstrativos, e assim por diante, mas estas premissas sucessivas não devem a sua verdade e a sua necessidade senão às premissas primeiras, evidentes e necessárias, que Aristóteles chama *princípios*, ἀρχαί. 2.º É preciso que elas sejam as causas da conclusão, porque a ciência é o conhecimento pelas causas. «Conhecer o que é uma coisa equivale a conhecer porque ela é»⁴. O papel do termo médio, como se viu, é precisamente fornecer-nos a causa. 3.º É preciso que elas sejam

¹ A distinção entre as duas espécies de induções tenderá a esbater-se seguidamente, quando vierem a tratar-se falsamente as proposições singulares como universais. Será substituída pela distinção entre uma indução formal ou totalizante, e uma indução amplificante. As duas distinções não se recobrem exactamente, porque a indução que parte das espécies pode muito bem, também ela, não completar a sua enumeração e ser portanto amplificante; tal como inversamente uma indução que parte dos indivíduos pode ser completa se se tratar de uma classe acabada e relativamente restrita, como quando se faz a chamada dos presentes. O uso bastante espalhado de chamar *aristotélica* à indução formal tem o defeito de sugerir que Aristóteles ignorava a indução amplificante, qualificada então não menos inexactamente de *baconiana*. Acabamos de ver que ele conhece essa indução amplificante, na passagem do indivíduo à espécie; mas também não a ignora na passagem da espécie ao género. O próprio exemplo que ele escolheu é instrutivo a esse respeito, porque ele sabe bem, pois que cita algumas delas nos seus tratados zoológicos, que há outras espécies de animais sem fel para além do homem, do cavalo e do macho. Só que quando se interroga, como faz nos *Primeiros Analíticos*, sobre as condições exigidas de uma indução para que ela seja logicamente correcta, ele tem de reconhecer que a dos ἀνθρωποι só é correcta se o homem, o cavalo e o macho forem os únicos animais sem fel.

² *Seg. Anal.*, I, 4, 73 a 24.

³ *Ibidem*, I, 2, 71 b 20-22.

⁴ *Ibidem*, II, 2, 90 b 32.

mais conhecidas que a conclusão e anteriores a ela. Aqui Aristóteles põe de sobreaviso contra uma confusão. «*Anterior e mais conhecido* têm uma dupla significação, porque não há identidade entre o que é anterior por natureza e o que é anterior para nós, nem entre o que é mais conhecido por natureza e mais conhecido para nós. Chamo *anteriores e mais conhecidos para nós* os objectos mais próximos da sensação, e *anteriores e mais conhecidos de uma maneira absoluta* os objectos mais afastados dos sentidos. E as causas mais universais são as mais afastadas dos sentidos, ao passo que as causas particulares são as mais próximas, e estas noções são assim opostas umas às outras¹.» Pelo facto de as premissas serem, por natureza, anteriores à conclusão, serão mais conhecidas, ou seja, conhecidas no mais alto grau de ciência, pois que é delas que a conclusão tirará a sua certeza.

A necessidade intervém pois a um duplo título na demonstração: à necessidade do vínculo entre as premissas e a conclusão que caracteriza o silogismo formal, junta-se aqui a necessidade dos princípios, que se transmite, em virtude da necessidade silogística, à conclusão. O que distingue o silogismo demonstrativo do silogismo puramente formal, aquele que as variáveis esvaziaram do seu conteúdo, é que ele é não apenas *categorico*, ao pôr a verdade das suas premissas, mas além disso é *apodictico*, ao pôr a sua necessidade, quer imediata, quer derivada. Alguns comentadores de Aristóteles deram aos *Segundos Analíticos*, onde é exposta esta teoria da demonstração, ἀποδείξεις, o nome de *Apodictica*. Compreende-se porque é que Kant escolherá esta palavra, que passou para o uso corrente e que nós próprios acabamos de empregar nesse sentido, para designar a modalidade do necessário.

Compreende-se também porque é que L. Rougier opõe² a apodictica de Aristóteles à axiomática de Hilbert. O que é próprio de uma axiomática é, com efeito, não reter, na demonstração, outra necessidade que não seja a do vínculo lógico das proposições entre si, deixando em suspenso não só a necessidade dos princípios, mas até a sua simples verdade. Nos nossos dias, não é só a ciência do real que deixou de estar suspensa da necessidade, é a própria matemática, essa ciência demonstrativa por excelência. Se portanto se pôde, mediante algumas correções, atribuir a Aristóteles o mérito de, com a sua silogística, ter esboçado pela primeira vez um sistema axiomático, é preciso acrescentar que essa antecipação não vai além da própria silogística e não atinge a sua maneira de conceber a demonstração. O processo demonstrativo a que ele chega nos *Primeiros Analíticos*, quando acaba por permutar os seus axiomas ao demonstrar os silogismos perfeitos pelos imperfeitos, está em avanço sobre a teoria da demonstração que ele expõe nos *Segundos*.

¹ *Ibidem*, I, 2,71 b 35, a 75 a 5.

² L. Rougier, «La relativité de la logique», *Revue de métaph. et de morale*, Julho de 1940, p. 308.

Capítulo III

TEOFRASTO

Discípulo de Aristóteles e seu sucessor imediato à frente do Liceu. Teofrasto, assim cognominado porque falava divinamente, não pode ser colocado no mesmo plano que o seu mestre ou que os lógicos da escola megárico-estóica. Nem por isso deixou de desempenhar um papel importante no desenvolvimento da lógica. As suas obras, que sabemos terem sido numerosas, estão hoje perdidas na sua maioria, e é nomeadamente o caso das que tratam de lógica. Mas temos sobre ele informações bastante precisas, principalmente através de Alexandre. Ao seu nome é por vezes associado o de um outro paripatético, Eudemo, mas nada nos permite precisar qual era o contributo pessoal deste último. No que se segue, apenas faremos menção do que é expressamente atribuído a Teofrasto.

A sua função impunha-lhe que propagasse o ensino do mestre; mas ao expô-lo ele não se privou de lhe trazer algumas novidades, algumas das quais, como a introdução do silogismo hipotético ao lado do silogismo categórico, são simplesmente adições, ao passo que sobre outros pontos, em particular no seu tratamento das modalidades, a sua maneira de apresentá-las equivalia a substituir a teoria de Aristóteles, cujo vocabulário ele mantinha, por uma teoria realmente diferente. Algumas destas inovações, esquecidas pela lógica clássica que não vira o seu interesse — a sua teoria das proposições proslépticas, um certo desenvolvimento da quantidade —, apresentam-se-nos posteriormente como antecipações daquilo que a lógica moderna redescobrirá de maneira independente. Outras, pelo contrário, serão retidas, passarão para a tradição, e é com elas que começarão essas transformações progressivas da lógica de Aristóteles que acabarão por constituir aquilo a que se chamará a «lógica clássica».

As inovações incidem primeiro sobre a teoria das proposições, à qual sabemos que Teofrasto consagrara uma obra, *Da Afirmação*

Recorda-se que, entre as proposições que seguidamente se denominarão particulares, Aristóteles tinha distinguido entre as indeterminadas (um pelo menos, mas quicá vários, e eventualmente mesmo todos), e as parciais (alguns somente, e não todos). Teofrasto trata as parciais como indeterminadas, e reserva o nome de determinadas às singulares. Mas é sobretudo na análise que faz da proposição universal que ele traz uma ideia interessante, com a sua teoria das proposições proslépticas, κατὰ πρόσληψιν. A ideia, é verdade, não era absolutamente nova, pois que já se encontra em Aristóteles, numa passagem sem dúvida tardia dos *Primeiros Analíticos*¹, o qual no entanto não a tinha explorado. A proposição *A é predicado universalmente de B* pode de facto exprimir-se, de maneira mais explícita, do seguinte modo: *Aquilo de que B é predicado universalmente, disso A é também predicado universalmente*. Teofrasto, dizem-nos, considerava que entre as duas expressões a diferença é apenas verbal, e que ambas têm o mesmo sentido «em potência». Isso não o impedia de fornecer, com a ajuda da segunda fórmula, uma análise mais aprofundada da proposição, ignorada por Aristóteles. Nesta nova fórmula, de facto, vê-se que os dois termos A e B, em vez de estarem entre si na relação de predicado a sujeito como na antiga formulação, são postos agora no mesmo pé e tratados ambos como atributos, predicáveis de um mesmo sujeito. Mas que sujeito? O sujeito é o terceiro termo, que é preciso «tomar como excedente», προσλαμβάνειν, e que é esse algo, que permanece indeterminado, de que A e B são predicados. Só que esse termo indeterminado Teofrasto não teve a ideia de exprimi-lo por meio de uma variável; o que convida a pensar que não apenas em Aristóteles, mas também naqueles que se esmeram sobre o seu ensino, o papel das variáveis não era ainda plenamente captado, e que a substituição dos termos concretos por letras não devia praticamente ir além de uma função de abreviatura. Feita esta reserva, e ela tem a sua importância, pode dizer-se que, salvo o simbolismo, já se reconhece a análise da proposição universal que a lógica moderna apresenta, exprimindo por x esse sujeito indeterminado, argumento de uma função, pelo prefixo-quantificador a universalidade, por f e g as duas funções predicativas, e finalmente pelo símbolo da implicação essa nova cópula que liga as duas funções como um antecedente e um consequente:

$$(x) \cdot f(x) \supset g(x).$$

Bochenski faz notar² que a análise da proposição atinge assim um terceiro grau de subtilidade. Platão, e na esteira o jovem Aristóteles, compunham-na de dois elementos, um sujeito e um predicado; Aristóteles estabelece em seguida o papel da cópula; por fim, Teofrasto reconhece nela quatro elementos: além da cópula, transformada virtualmente numa implicação, encontramos nela dois termos indeterminados que desempenham o papel de atributos, predicados de um termo indeterminado que é o seu sujeito.

¹ I, 41, 49 b 15 : ὅτι τὸ Β ὑπάρχει, τοῦτω παντὶ τὸ Α ὑπάρχει.

² *La logique de Théophraste*, p. 51.

Esta análise da proposição, cujos termos determinados são olhados igualmente como atributos, sugere que encaremos o caso em que o seu sujeito comum não seria quantificado da mesma maneira na sua relação a cada um dos seus atributos. A lógica moderna tirou esta consequência com a sua teoria da quantificação múltipla, da qual pôde dizer-se que ela marca a diferença essencial, na lógica dos nomes, entre a lógica clássica e a lógica contemporânea¹. Ora, se nada nos permite crer que Teofrasto tenha ido até aí, pelo menos podemos admitir que ele se tinha empenhado, pela sua teoria da proposição prosléptica, no caminho que aí leva, mesmo que ele não tenha captado exactamente a relação entre as duas questões. Ele observou de facto que há casos em que duas proposições contraditórias poderiam ser verdadeiras ao mesmo tempo, se não tomássemos a precaução de nelas precisar a extensão do predicado por meio de uma especificação, προσδιορισμός. Por exemplo, se supusermos que Fânias é instruído em geometria mas ignorante em medicina, será igualmente verdadeiro dizer que ele possui e não possui a ciência. Para evitar a contradição, é preciso determinar o predicado por aquilo a que chamáramos um quantificador, o que permitiria dizer ao mesmo tempo e com verdade: Fânias possui alguma ciência, Fânias não possui toda a ciência. Mas, contrariamente ao que a formulação de Teofrasto parece sugerir, esta «especificação do predicado» assemelha-se menos à teoria hamiltoniana da «quantificação do predicado» que à teoria moderna da quantificação múltipla, pelo menos se a aproximarmos da análise da proposição entendida κατὰ πρόσληψιν. É verdade que no seu exemplo em que o sujeito, sendo um indivíduo, não comporta quantificação, não se pode falar propriamente de quantificação do múltiplo; fica de pé que aí se encare a possibilidade, para uma proposição, de comportar para um dos seus termos uma quantificação independente, e que a possibilidade de uma dupla quantificação apareceria, no exemplo de Teofrasto, se se substituísse o nome de Fânias por um nome comum, como o de um homem: não pode efectivamente dizer-se com sentido, seja para afirmá-lo ou para negá-lo, que algum homem possui toda a ciência, ou que todo o homem possui alguma ciência?

No domínio da silogística, devemos a Teofrasto três iniciativas. A menor, porque é só praticamente uma questão de classificação, mas que terá consequências na história da silogística, consiste em ter introduzido na primeira figura aristotélica, cinco modos suplementares, aqueles que mais tarde serão qualificados de «modos indirectos». Esses modos, como vimos, não são desconhecidos de Aristóteles, mas Teofrasto reuniu-os e ligou-os à primeira figura. Eles correspondem de facto à definição que Aristóteles deu desta figura, a saber: aquela em que o termo pequeno está contido no médio, e este no grande. Mas eles distinguem-se dos quatro modos «perfeitos» desta figura, e mesmo de todos os modos aristotélicos, pelo facto de que, na conclusão de tais silogismos, é o termo pequeno que, paradoxalmente, é predicado do grande ou, por outras palavras, é no termo pequeno que o grande está contido. Os dois últi-

¹ Lewis e Langford, *Symbolic logic*, Nova Iorque, 1932, p. 286.

mos destes cinco modos suplementares são postos nesse humilde lugar porque são olhados como ainda mais imperfeitos que os anteriores porque «não mostram de maneira nenhuma a conclusão». Eis os cinco modos, tais como Alexandre no-los transmitiu:

1. Se A pertence a todo o B e B a todo o C, então C pertence a algum A.
2. Se A não pertence a nenhum B mas B a todo o C, então C não pertence a nenhum A.
3. Se A pertence a todo o B e B a algum C, então C pertence a algum A.
4. Se A pertence a todo o B mas B a nenhum C, então C não pertence a algum A.
5. Se A pertence a algum B mas B a nenhum C, então C não pertence a algum A.

Muito mais original é o tratamento que Teofrasto fez sofrer à teoria aristotélica dos silogismos modais. Ele foi, sem dúvida, menos sensível do que nós somos hoje à diferença que separa a sua própria teoria da do seu mestre, e pensava ter apenas trazido a esta alguns aperfeiçoamentos. Os desacordos entre dois sistemas resultam de duas diferenças iniciais.

Primeiro, Teofrasto entende o contingente, sempre tratado como sinónimo do possível, não já no sentido bilateral em que o tinha tomado Aristóteles na sua silogística modal, mas no sentido universal do puro possível. O que traz naturalmente diferenças entre as teses dos dois sistemas. Por exemplo, ao passo que o possível bilateral não é consecutivo do necessário, pois que é feito da conjunção do não impossível e do não-necessário, e que é portanto incompatível tanto com o necessário como com o impossível, pelo contrário, o puro possível é consecutivo do necessário, sem reciprocidade, ao mesmo título que a particular assertórica é consecutiva da universal correspondente. Donde a hierarquia das modalidades que passará para a tradição, e que os medievais exprimirão pelas duas conhecidas máximas: a consequência é válida a *necesse ad esse* e *ab esse ad posse*. Porque é de facto sobre a concepção teofrastiana do possível e do contingente, sempre identificados um ao outro, que se construirá a teoria medieval das modalidades. Compreende-se então porque é que certas consequências silogísticas, válidas num dos sistemas, não o são no outro. Ou seria preciso dizer de preferência, inversamente, que é da constatação destas diferenças que se pôde inferir que Teofrasto entendia o possível-contingente no sentido unilateral do puro possível.

Sucede o mesmo com uma outra diferença entre os dois sistemas, à qual Bochenski reconhece¹ que nenhum dos fragmentos que nos chegaram faz expressamente alusão, mas, acrescenta ele, da qual dá testemunho tudo o que sabemos da lógica modal de Teofrasto. Enquanto que Aristóteles, na sua silogística modal, privilegia a interpretação interna da modalidade, a que a incorpora na proposição, tudo se passa pelo

¹ F. L., p. 118.

contrário como se Teofrasto desse às expressões modais uma estrutura diferente, marcando com a modalidade todo o conjunto da proposição. O que também não pode deixar de ter consequências no sistema.

Há ainda na lógica modal um terceiro ponto sobre o qual, desta vez de maneira expressa, o discípulo se separava do mestre. Se a silogística assertórica segue, neste, a lei segundo a qual a conclusão segue sempre a parte mais fraca, já não acontecia o mesmo na sua silogística modal onde, por exemplo, a combinação de uma maior necessária e de uma menor simplesmente assertórica podia dar uma conclusão necessária. Teofrasto contesta esta última tese, da maneira seguinte. Se B pertence a C de maneira necessária, mas A a B de maneira não-necessária, então, dado que é possível separar o que não está ligado por um vínculo necessário, é claro que se B está assim separado de A, C estará igualmente separado de A, e que não lhe pertence portanto necessariamente em virtude das premissas. Por exemplo, se se diz que o homem é necessariamente um ser vivo, e se se admite, a título de simples facto, que tal carácter é próprio do homem, pode apenas concluir-se que o que possui este carácter é, de facto, um ser vivo, mas não que o é necessariamente. Deve pois dar-se um alcance geral à regra da premissa mais fraca, e admitir que ele rege tanto os silogismos modais como os silogismos assertóricos. Sob este aspecto tal como sob vários outros, há uma melhor correspondência entre a silogística modal e a silogística assertórica em Teofrasto que em Aristóteles.

Sobre todos estes pontos, os medievais, na sua lógica modal, seguirão Teofrasto de preferência a Aristóteles. É uma das razões que fazem, para a história da lógica, a importância de Teofrasto.

Se pode hesitar-se em considerar como um processo esta substituição da lógica modal de Aristóteles pela de Teofrasto, há incontestavelmente que pôr no activo de Teofrasto o ter tomado em consideração, ao lado dos silogismos categóricos de Aristóteles, o caso dos silogismos hipotéticos. Num sentido amplo, e que vingará, a palavra parece ter sido empregada, nos sucessores imediatos de Aristóteles, para designar diversos raciocínios que diferem um tanto, pela natureza das proposições que aí figuram, dos silogismos categóricos dos *Primeiros Analíticos*, embora a sua estrutura geral continue a ser a destes silogismos. Tal era o caso, por exemplo, dos silogismos proslépticos. Mas, num sentido mais rigoroso, os silogismos hipotéticos são os que comportam, entre as suas proposições, pelo menos uma proposição hipotética propriamente dita, do tipo *se... então...* Teofrasto chamava-lhes silogismos analógicos, *κατὰ ἀναλογία* ou *ἐξ ἀναλογίας* quer porque eles só merecem ser chamados silogismos pela analogia que apresentam com os silogismos propriamente ditos, quer simplesmente, como supõe Alexandre, porque as três proposições que os compõem são análogas entre si. Com efeito, tais silogismos são hipotéticos totalmente, *δι' ὅλων*, isto é, são hipotéticos pelas suas três proposições, *διὰ τριῶν*. Não se trata portanto ainda dos silogismos hipotético-categóricos, os que compõem, com uma proposição hipotética desempenhando o papel de maior, duas proposições categóricas. Teofrasto distinguia aí, por analogia com os silogismos categóricos, três figuras, distintas pelo lugar que o termo médio ocupa

nas duas premissas. Eis a formulação que nos foi transmitida por Alexandre:

1. Se A, então B; se B, então C; portanto, se A, então C.
2. Se A, então C; se B, então não-C; portanto, se A, então não-B.
3. Se A, então B; se não-A, então C; portanto, se não-B, então C.

Alexandre faz notar além disso que, para a primeira e a terceira figuras, uma outra conclusão pode ser tirada das duas premissas por conversão, nós diríamos por contraposição, a saber, para a primeira: se não-C, então não-A; e para a terceira: se não-C, então B.

Esta formulação levanta dois problemas. Notou-se sem dúvida que, ao passo que os silogismos de Aristóteles são formulados como leis, aqui Alexandre atribui a Teofrasto, para os seus silogismos hipotéticos, uma outra formulação, a de esquemas de inferência, com três proposições independentes das quais a terceira, a conclusão, é introduzida pela partícula *logo*. Terá de concluir-se daí que Teofrasto romperia, neste ponto, com o ensino do mestre? Semelhante conclusão seria temerária, se se pensar que é precisamente em Alexandre que se encontra pela primeira vez, que nós saibamos, a silogística de Aristóteles traduzida da linguagem das leis para a dos esquemas de inferência; e nestas condições, pode de facto supor-se que ele teria feito o mesmo em presença de uma formulação semelhante dos silogismos hipotéticos de Teofrasto. Entretanto, por outro lado, a diferença de tratamento quando se passa do silogismo categórico para o silogismo hipotético poderia explicar-se simplesmente pela dificuldade, na ausência de uma língua simbólica, em exprimir sob a forma de uma implicação uma relação entre enunciados que são já implicações. Poderá suceder que Teofrasto tenha feito a experiência disso antes dos estóicos. A falta de outras fontes, não pode tirar-se aqui uma conclusão firme.

A dúvida é talvez um pouco mais fácil de tirar sobre uma segunda questão, a de saber o que representam, nestas fórmulas, as variáveis A, B, C: simbolizam elas conceitos ou proposições? No segundo caso, estaríamos perante uma inovação capital em relação a Aristóteles, a saber: o esboço de uma lógica das proposições. Para decidir acerca disso, seria necessário referir-se aos exemplos concretos com que Alexandre ilustra os seus esquemas. Infelizmente, esse exame deixa-nos indecisos; porque se, para a primeira figura, nos são dadas proposições (*Se há homem há vivente, se há vivente há substância*, etc.), para a segunda, são-nos dados apenas nomes (*Se homem então vivente, se pedra então não-vivente*, etc.). O menos que se pode dizer, é que a diferença entre os dois casos praticamente não era captada. De resto, se ela fosse bem reconhecida, ter-se-ia sem dúvida preferido marcar as distâncias do novo raciocínio em relação ao silogismo, repartindo as «figuras» segundo o lugar do «termo médio» — se é que se podia mesmo falar então de «termos». Seria portanto muito arriscado fazer de Teofrasto um precursor da lógica das proposições, pelo menos de maneira plenamente consciente.

Vale mais concluir com Bochenski¹ que «provavelmente ele não se dava conta de que tinha levado a lógica numa nova direcção» e que, sem dúvida, «a seus olhos os silogismos totalmente hipotéticos faziam parte da lógica dos termos». Nem por isso é menos verdade que a sua teoria do silogismo hipotético completa com felicidade a teoria aristotélica do silogismo categórico, e que, combinada seguidamente, não sem alguma confusão, com a teoria estoica dos «indemonstrados», tornar-se-á, em Boécio e, depois dele, em toda a lógica clássica, um dos elementos de uma teoria geral dos silogismos.

¹ *La logique de Théophraste*, p. 120.

Capítulo IV

MEGÁRICOS E ESTÓICOS

1. A sorte da lógica estóica

A expressão consagrada de «lógica dos estóicos», que não teremos escrúpulos em empregar, é, com todo o rigor, duplamente inexacta. Primeiro, porque o que nós chamamos a sua lógica, os estóicos chamavam-lhe antes dialéctica, designando neles a palavra «lógica», num sentido mais amplo, tudo o que se refere à linguagem, λόγος, incluindo a retórica e a gramática¹. Em seguida, porque esta lógica ou esta dialéctica, que nós qualificamos de estóica, os estóicos foram buscar o essencial dela a uma escola filosófica anterior, que florescia na época de Aristóteles a quem ela se opunha como uma escola rival. Por muito reduzidas que sejam as informações que possuímos sobre os megáricos, o que deles sabemos basta para nos certificar que são eles os verdadeiros fundadores da lógica dita estóica, e seria de toda a justiça qualificar de preferência tal lógica de megárico-estóica. É verdade que ela só recebeu o seu pleno desenvolvimento com Crisipo. Este foi sempre reconhecido na Antiguidade, mesmo pelos seus adversários, como um muito grande lógico, colocado no mesmo plano que Aristóteles e mesmo por vezes acima dele. Se os deuses tivessem uma dialéctica, dizia-se², só poderia ser a de Crisipo — entenda-se: e não a de Aristóteles. Será ele, e não Aristóteles, que Clemente de Alexandria citará como o mestre por excelência em lógica, do mesmo modo que Homero é o mestre em poesia e Platão em filosofia. Mas enfim, se ele levou as pesquisas lógicas muito mais longe que os filósofos de Mégara parecem tê-lo feito, fê-lo pelo

¹ Cf. Cícero, *De facto*, I, I: λογική, quam rationem disserendi voco.

² Relatado por Diógenes Laércio, *Vidas*, VII, 180.

menos sobre as bases que estes tinham estabelecido¹. É de notar que, entre os autores marcantes desta lógica megárico-estóica, só um é estóico, contra dois ou três megáricos: Diodoro e Filon, aos quais pode acrescentar-se Eubúlides. É-nos infelizmente difícil fazer a destrinça exacta do que pertence a cada uma das duas escolas, a não ser pelo que sabemos de positivo sobre este ou aquele megárico; e é mais difícil ainda reconhecer, entre os estóicos, qual foi o contributo próprio de Crisipo. Razão por que trataremos primeiro dos megáricos, segundo o que lhes é expressamente atribuído pelos testemunhos antigos; depois, trataremos da lógica dos estóicos em geral, porque, salvo em alguns casos bastante excepcionais, não podemos separar, mesmo entre as teses que são expressamente atribuídas a Crisipo, as que são originais nele das que ele teria simplesmente adoptado.

É que, para o conhecimento desta lógica, estamos colocados em condições muito mais desfavoráveis que para a de Aristóteles. Deste último conservaram-se as obras lógicas posteriormente reunidas no *Organon*; e além disso, sobre estas obras possuímos comentários antigos do valor dos de Alexandre, que reúne as duas qualidades de ser um simpatizante do autor que estuda, e de ter ele próprio a competência lógica necessária para interpretá-lo. Nada de semelhante para os megáricos e os estóicos, dos quais nenhuma obra lógica chegou até nós. As obras estóicas clássicas datam de uma época tardia, em que os problemas de ordem moral tinham abolido o interesse pelas questões de lógica. Para o antigo *Pórtico*, temos pois de contentar-nos com informações fragmentárias, actualmente reunidas na recolha de Arnim², que devemos aos mais diversos autores. Ora, no que se refere à lógica, verifica-se que essas informações são na maioria das vezes devidas quer a autores pouco competentes em lógica, quer a adversários, quando não se trata de ambos os casos ao mesmo tempo. As nossas duas melhores fontes são Diógenes Laércio e Sexto Empírico³. O primeiro, pouco instruído em lógica, teve a sabedoria de inspirar-se sobre este ponto numa espécie de manual da doutrina estóica da autoria de Diocles de Magnésia. O segundo, muito mais perito na matéria, é um céptico que, como tal, se opõe aos estóicos assim como a todos os dogmáticos. Mas o frequente acordo entre estas duas fontes independentes é uma garantia da sua fidelidade.

¹ Esta filiação dos megáricos nos estóicos não se limita só à lógica. Zenão de Cício, fundador do estoicismo, tinha sido discípulo de Estilpon de Mégara; sofrera, além disso, a influência dos seus contemporâneos Diodoro e Filon.

² J. von Arnim, *Stoicorum veterum fragmenta*, Leipzig, Teubner, 1902 e ss., 3 vol.; o que se refere à lógica encontra-se no vol. II, *Chrysippi fragmenta logica et physica*. Uma tradução italiana da recolha de Arnim, ligeiramente remodelada, foi levada a cabo por N. Festa.

³ Diógenes Laércio, *Vies, doctrines et sentences des philosophes illustres*, trad. R. Genaille, 2 vol., Paris, Garnier, 1965; a passagem sobre a lógica estóica está no livro VII, cap. i; sobre os megáricos, livro II, cap. x e xi. Sexto Empírico, ed. moderna por I. Bekker, Berlin, Reimer, 1842; trad. parcial por J. Grenier e G. Goron, *Oeuvres choisies de S.E.*, Paris, Aubier, 1948. O texto mais importante para a lógica estóica está em *Adversus mathematicos*, VIII. No que se refere à lógica, as duas traduções atrás mencionadas devem ser utilizadas com precaução.

Este mau conhecimento que nós temos da lógica estoica é, sem dúvida, uma das razões pelas quais esta foi, até uma época muito recente, ao mesmo tempo mal compreendida e pouco apreciada. Mas esta razão não é a única, pois que, por um lado, a melhor compreensão que hoje temos não é devida à descoberta de novos textos, e que, por outro, desde a Antiguidade, a consideração em que geralmente eram tidos os seus autores não tinha impedido que ela própria fosse muitíssimas vezes depreciada, e que praticamente não tivesse sido reconhecido aquilo que constituía a sua originalidade e o seu mérito. Na sua rivalidade com a de Aristóteles, não se tinha a ideia de ver uma complementaridade: fazia-se disso uma oposição, como se ambas tratassem do mesmo tema e apenas fosse preciso escolher entre duas maneiras de apresentá-lo ou, por outras palavras, como se a diferença não fosse praticamente além da da linguagem. Não se imaginava que, se os estoicos tinham tido o cuidado de designar as suas variáveis por símbolos diferentes dos de Aristóteles — numerais ordinais e não letras — era precisamente para assinalar que não eram da mesma natureza; e as pessoas obstinavam-se, contrariamente ao que indicavam com bastante clareza tanto as fórmulas abstractas como os exemplos concretos, em interpretar tais variáveis como variáveis nominais à maneira de Aristóteles. Quando eles dizem «Se o primeiro», traduzia-se «Se o primeiro é», juntando este verbo incongruente como se «o primeiro» simbolizasse um conceito e fosse necessário acrescentar-lhe um verbo para completar a proposição, e como se, para tomar um dos seus exemplos, fizesse sentido juntar o verbo *ser* a um enunciado como «há clareza». Uma tal aberração mostra suficientemente que, para ler os estoicos, começava-se por pôr os óculos de Aristóteles.

Donde, em primeiro lugar, as censuras que comumente lhes são dirigidas. Parecia a muitos que retomando os mesmos problemas de Aristóteles, eles tinham querido singularizar-se criando um vocabulário novo e comprazendo-se num formalismo repulsivo e aliás supérfluo. Alexandre censura-os pelos seus inúteis excessos de rigor na análise dos raciocínios e por terem dado demasiada importância à forma; Galiano julga que eles fizeram mal em aplicar o seu espírito mais às expressões que às próprias coisas. Na época moderna, Prantl levará a sua crítica até um inacreditável grau de grosseria, indo até ao ponto de falar da sua estupidez sem limites, *grenzlose Stupidität*, e do seu formalismo imbecil, *blödsinniger Formalismus*. Zeller declara por sua vez que praticamente eles se limitavam a vestir com uma nova terminologia a lógica peripatética, sendo infelizes as raras mudanças que nela introduzem, e que eles perderam de vista o objectivo real da lógica, ao caírem num formalismo vazio e estéril. No início do nosso século, Maier atém-se ao juízo desfavorável de Prantl e de Zeller, acusando-os também ele de um «formalismo gramatical indigente e estéril, sem princípio e sem consistência». E a *Encyclopaedia Britannica*, na sua edição de 1911, escreve ainda que «as suas correcções e pretensas melhorias da lógica aristotélica são, na sua maioria, pedantes e inúteis»¹. E é de facto seguro que, se se pensa

¹ A maioria das gentilezas mencionadas, assim como muitas outras, encontrar-

que eles quiseram dizer a mesma coisa que Aristóteles, deve reconhecer-se que não só o dizem de outro modo, como o dizem também muito menos bem.

Uma outra consequência ainda deste menosprezo na interpretação da lógica estoica. Uma vez que se supunha ter esta o mesmo objecto que a de Aristóteles, porque não fazer beneficiar esta última de algumas novidades válidas que a outra podia ter trazido? Ao fim e ao cabo, é assim que a ciência progride pela soma das descobertas sucessivas dos diversos autores. Assim se tinha chegado, nesse período de sincretismo que é o fim da Antiguidade, a incorporar na lógica de Aristóteles este ou aquele fragmento tirado da dos estoicos, sem se dar conta de que essa assimilação por um corpo estranho modificava a sua natureza. O exemplo mais marcante de semelhante transplantação é-nos fornecido pela teoria dos silogismos hipotéticos, que a lógica clássica atribuirá em cerca de metade a Teofrasto e na outra metade aos estoicos.

Entretanto, no dealbar do século XX tinha já começado a reinterpretação e a reabilitação. Isso fez-se em duas etapas: a primeira marcada pelo artigo de Brochard *Sur la logique des stoïciens*, a segunda pelo de Lukasiewicz *Sur l'histoire de la logique des propositions*¹.

Brochard empenha-se em mostrar que os estoicos não plagiaram de modo nenhum a lógica de Aristóteles, mas constituíram de facto uma lógica original, reflectindo a diferença entre as duas lógicas a que se verifica entre as duas filosofias. A lógica de Aristóteles convém a uma filosofia da substância e da essência, é portanto uma lógica do conceito. Ora, os estoicos são nominalistas; para eles, não há géneros nem essências, as classificações são artificiais. O que caracteriza um ser não é a participação numa essência que lhe seria comum com outros seres e permitiria reuni-los numa classe natural, mas sim uma qualidade individual e concreta, um ἰδίως ποῖον: razão por que nunca há dois indivíduos semelhantes, e por que também a definição já não se fez pela diferença específica, mas pela enumeração das particularidades. O pensamento incide sobre o individual, não avança segundo um encaixe de espécies e de géneros. Além disso, não incide propriamente sobre substâncias, sobre aquilo que é, mas sobre aquilo que sobrevém, sobre acontecimentos. O que as nossas proposições exprimem não é uma ligação entre dois conceitos, ideias intemporais, como *homem* e *mortal*, mas sim factos que sobrevém no tempo, como *Dion passeia*, ou ligações entre factos, como *Se é dia há claridade*, ou *Se um homem foi ferido no coração morrerá*. É a uma tal filosofia que se adapta exactamente a lógica dos estoicos, e é por isso que eles não podiam contentar-se em ir buscar a dos peripatéticos.

¹ -se-ão nos livros já citados de Bochenski (p. 9), de Lukasiewicz (p. 49) e de Kneale (p. 164).

² O artigo de Brochard, publicado primeiro no *Archiv für Geschichte der Philosophie* (1892), é depois reproduzido nos seus *Études de philosophie moderne*, Paris, Vrin, 1912. O de Lukasiewicz, publicado inicialmente em polaco (1934), pode hoje ser lido em versão inglesa na recolha *Polish Logic 1920-1939*, Oxford, Clarendon Press, 1967.

Ao apontar assim a adaptação de cada uma das duas lógicas a uma filosofia determinada, a da substância e a do acontecimento, Brochard enveredava pelo bom caminho. Mas não foi até ao ponto de reconhecer que, dado que a substância se exprime naturalmente por um nome, e o acontecimento por uma proposição, a marca distintiva da lógica estóica em relação à lógica peripatética era o facto de ser uma lógica das proposições e não já uma lógica dos nomes. Ele continua a traduzir, como Prantl: *Se A é, B é, ora A é, logo B é*; e neste raciocínio ele continua a ver uma forma de silogismo que se aproxima do silogismo categórico. Além disso, a ligação que ele sublinhava entre a lógica dos estóicos e o conjunto da sua filosofia levou-o a atribuir a esta lógica alguns traços que têm a ver com a sua epistemologia e a sua física. Por isso, ele se deixava ir até ao ponto de aproximar a lógica dos estóicos da lógica indutiva de J. S. Mill, alegando que o *συνημμένον* estóico exprimia, tal como a lei natural segundo Mill, uma relação de sucessão ou de coexistência nunca desmentida. O que não era apenas um exagero, como ele próprio mais ou menos reconheceu após a crítica que Hamelin opusera à sua tese¹, mas o efeito de uma confusão entre a lógica como teoria formal e a concepção da ciência. Confusão confessa em fórmulas como esta: «A lógica dos estóicos é essencialmente uma semiologia»².

Lachelier, alguns anos mais tarde, também ele não fará mais que entrever a verdade quando, louvando os estóicos por terem substituído a silogística categórica de Aristóteles por uma silogística hipotética, acrescentará: «Estas inovações lógicas dos estóicos têm um verdadeiro interesse filosófico: as suas formas de raciocínio são de uma utilização mais geral que as de Aristóteles. Podem incidir sobre consecuições de fenómenos (se faz vento, choverá), assim como sobre implicações de atributos (se é homem, é mortal). A lógica de Aristóteles é exclusivamente a do ser; a lógica dos estóicos é ao mesmo tempo a do ser e a do devir»³. O reconhecimento da originalidade da lógica estóica está correcto, como correcta é também a distinção de uma lógica melhor adaptada ao pensamento do ser e de uma outra mais adaptada ao pensamento do devir. O que já o é menos é fazer da oposição filosófica entre o ser e o devir o próprio princípio da oposição entre as duas lógicas, o ver na lógica dos estóicos uma teoria mais ampla que a silogística de Aristóteles e englobando esta, tal como enfim reduzir a diferença fundamental entre as duas lógicas à do silogismo hipotético e do silogismo categórico.

Embora constituíssem seguramente um progresso sobre a incompreensão e a má vontade anteriores, tais interpretações estão hoje ultrapassadas. Enquanto que a teoria peripatética do silogismo, incluindo a do silogismo hipotético, pertence à lógica dos nomes, a marca distintiva da lógica megárico-estóica é o facto de incidir sobre as proposições

¹ O. Hamelin, «Sur la logique des stoïciens», *l'Année philosophique*, XII, 1901; V. Brochard, «La logique des stoïciens, deuxième étude», reproduzido nos *Études de philosophie ancienne et de philosophie moderne*.

² *Études*, p. 231.

³ No *Vocabulaire* de Lalande. v. *Hypothétique*, nota.

tomadas como entidades últimas. Aquilo sobre que esta lógica constitui uma antecipação não é pois de modo nenhum a lógica indutiva de Mill, mas sim o nosso moderno cálculo proposicional. Era, sem dúvida, preciso que este se tivesse constituído na nossa época de maneira independente para que finalmente se reconhecesse que a lógica iniciada pelos megáricos era uma sua primeira realização, e para que se chegasse assim ao ponto de interpretá-la correctamente e apreciar a sua originalidade. Peirce a partir de 1896, e depois Arnold Reymond em 1929, tinham feito a aproximação; mas foi o artigo magistral de Lukasiewicz que, retomando a interpretação que ele próprio havia já apresentado em 1923, fez admitir definitivamente que a dialéctica estoíca era a forma antiga do moderno cálculo das proposições. É nisso que ela difere profundamente da silogística aristotélica, que releva da lógica dos termos. O hábito que se tinha adquirido de opor a lógica estoíca à lógica aristotélica, como uma teoria das proposições e dos silogismos hipotéticos a uma teoria das proposições e silogismos categóricos, não se justificava de facto: porque, por um lado, os raciocínios de que tratam os estoícos distinguem-se dos silogismos pelo facto de não pertencerem, como estes, à lógica dos termos; e por outro lado, os silogismos enunciam-se, em Aristóteles, sob forma de implicações, e são já portanto proposições hipotéticas. A diferença que separa as duas categorias é outra, e é mais profunda que uma simples divisão interna na lógica dos termos:

Sobre um outro ponto ainda, os desenvolvimentos da lógica moderna contribuíram para virar a opinião a favor dos estoícos. Recorda-se que uma das censuras que, desde a Antiguidade, lhes eram muitas vezes dirigidas, era o facto de darem uma importância demasiada à forma. Com efeito, eles mostravam-se a esse respeito muito mais rigorosos que Aristóteles. Este, se tinha de facto substituído o conteúdo extra-lógico das proposições por variáveis, continuava no entanto a fazer fé, no que se refere às constantes lógicas, na intuição do seu sentido, e não se obrigava a empregar sistematicamente a mesma expressão quando várias expressões diferentes se referiam a uma mesma constante lógica, por exemplo, as que estabelecem a ligação entre as duas premissas, ou a ligação entre o sujeito e o predicado numa proposição. E também não tinha tido o cuidado, a não ser por algumas indicações tardias, de estabelecer as leis de lógica proposicional que ele em todo o caso aplicava nos seus raciocínios, por exemplo, a lei de transitividade da cópula, à qual faz apelo em todo o silogismo. Os estoícos não se permitiam semelhantes liberdades. Escolhem, para os seus esquemas de raciocínio, formas canónicas, a que se atêm escrupulosamente. E tinham chegado, tanto quanto podemos ajuizar, até ao ponto de reduzir os seus raciocínios a um cálculo sobre signos verbais, sem nada subentender como evidente, tendo pelo contrário o cuidado de explicitar todas as pressuposições necessárias às operações lógicas. Um exemplo característico é o do princípio de identidade, que lhes foi talvez inspirado pelos seus antepassados eleatas (o ser é, o não-ser não é), mas que eles souberam transpor do domínio do ser para o do pensamento, da ontologia para a lógica. Aristóteles, como toda a gente, fez uso deste princípio, que no entanto permanece nele em estado implícito: em vão se procuraria uma sua formulação na sua obra. Quanto aos estoícos, esses sentem a obri-

gação de enunciá-lo expressamente, pois que ele regula a nossa operação quando fazemos passar uma proposição do antecedente para o consequente. Donde a fórmula *Se o primeiro, então o primeiro*, de que os antigos troçavam, ao passo que nós reconhecemos nela o trabalho de verdadeiros lógicos. Quando se sabe que os progressos da lógica contemporânea andaram a par com o desenvolvimento dos processos formais, compreende-se que possamos hoje ver um mérito naquilo que constituía até ao nosso tempo o objecto de uma censura, e julgar que a este respeito a lógica dos estóicos marca um progresso em relação à de Aristóteles.

2. Os megáricos

Euclides¹, o fundador da escola de Mégara, era um discípulo de Sócrates, mas tinha sofrido com igual intensidade a influência dos eleatas. Ele pensava mesmo poder harmonizar os dois ensinamentos, e tentava assimilar o Bem de Sócrates ao Uno de Parménides. A bem dizer, da herança dos eleatas, os megáricos parecem ter retido mais a dialéctica de Zenão do que a ontologia de Parménides. «Já nos primeiros sucessores de Euclides, diz Zeller², a erística tinha cada vez mais levado a melhor sobre as doutrinas positivas, sendo estas demasiado pobres para que nelas possamos deter-nos muito tempo.» Para designar os adeptos desta escola, dizia-se correntemente, sem mais, «os dialécticos», ou mesmo «os erísticos», assinalando bem desse modo que aquilo em que eles eram mestres era na arte de discutir e, mais precisamente, de embaraçar o adversário. Tímon insurge-se contra «esse disputador Euclides, que dá aos megáricos a fúria de disputa». Diógenes informa-nos que ele «apoiava as suas demonstrações não nas premissas, mas na conclusão»: o que significa sem dúvida que ele se empenhava essencialmente em refutar os seus adversários, apropriando-se das suas conclusões para delas tirar consequências absurdas. Um dos seus discípulos, Alexinos, tinha sido alcunhado de Elenxinos, isto é, o altercador. Um outro, Eubúlides, inimigo de Aristóteles que atacou muitas vezes, deve a sua celebridade à invenção de vários argumentos capciosos. Quanto a Diodoro, Cícero qualifica-o de dialéctico vigoroso, *valens*, e Sexto vai até ao ponto de apelidá-lo o dialéctico por excelência, *διαλεκτικώτατος*³. O seu ponto de partida não é pois muito afastado do de Aristóteles, a saber: precisamente essa dialéctica da qual ele considerava inventor Zenão de Eleia. Só que enquanto que Aristóteles, desde os *Tópicos*, se aplicava tanto à arte de fazer aceitar uma tese como à de refutar o adversário, foi acima de tudo sobre este aspecto negativo que parece

¹ Não confundir com o seu homónimo, o geómetra de Alexandria.

² Ed. Zeller, *Philosophie der Griechen*, 3.^a ed., 1875, II, i, 225. Cf. Em. Bréhier: «Nos megáricos só se vêem ataques, e nenhuma doutrina positiva» (*Histoire de la philosophie positive*, Paris, Alcan, 1926, I, 268).

³ Cícero, *De fato*, VI, 12; Sexto, *Adv. Math.*, I, 309.

ter-se exercitado a sagacidade dos megáricos. E talvez seja preciso ver aí, como o sugere Bochenski¹, a origem da diferença capital que separa uma lógica assim empenhada da dos peripatéticos. Porque os problemas que um discípulo de Platão se põe, à procura do ser, são do tipo seguinte: «A pertence a B?» — o que leva a construir uma lógica que incide sobre as relações entre os termos. Mas as questões que ocupam os megáricos tomam a seguinte forma: «Como é que pode refutar-se tal afirmação?» — o que convida a considerar um enunciado tomado em bloco, e a construir uma lógica das proposições.

Dos filósofos desta escola cujos nomes chegaram até nós, três merecem uma lugar na história da lógica: Eubúlides, Diodoro e Filon.

A Eubúlides são atribuídos vários paradoxos, tais como o *Calvo*, o *Velado*, o *Cornudo*, e alguns outros que não são mais que variantes. Mas o mais célebre é o do *Mentiroso*. Um homem diz que mente: o que ele diz é verdadeiro ou falso? Podem olhar-se tais paradoxos como simples brincadeiras. Plutarco, por exemplo, vê aí apenas vãs argúcias e armadilhas sofísticas. Mas o mesmo Plutarco informa-nos de que Zenão de Cício, embora ele próprio se interessasse pouco pela dialéctica, lhe reservava contudo um lugar obrigatório na educação, porque ela ajudava a resolver os paradoxos. Parece pois que os megáricos reconheciam a estes um alcance lógico bastante sério. É que de facto cada um põe aos lógicos um problema: descobrir em que sítio se encontra, num raciocínio aparentemente inatacável, a falha que faz chegar, a partir de premissas plausíveis, a consequências inadmissíveis ou a uma verdadeira antinomia. De facto, o Mentiroso atormentou-os muitas vezes, não apenas na Antiguidade², mas também na Idade Média e até uma época muito recente³. Encontramo-lo, depois de Eubúlides, sob muitas variantes, a mais conhecida das quais é a de *Epiménides*, mas também sob formas mais complexas, por exemplo, desdobrado num par de premissas: «Sócrates diz que o que Platão diz é falso, Platão diz que o que Sócrates diz é verdadeiro.» Utilizaram-no também para fabricar anedotas, como aquela em que se vê a atrapalhação de Sancho Pança a quem se deu a ordem de enforcar o homem que passar na ponte se ele mentir, e só se ele mentir, e que ouve o homem que passa na ponte declarar: «Vão enforcar-me». A parábola dos gigantes subtis e cruéis de Gonseth é construída sobre o mesmo modelo. O paradoxo só se resolve pela distinção entre os níveis da linguagem, incluindo a proibição lógica de fazer dizer a uma frase alguma coisa sobre ela própria.

Com Diodoro Cronos⁴ e seu discípulo Filon, abandonamos a periferia da lógica para penetrarmos no seu centro, e a pura erística pela

¹ F. L., p. 125.

² Aristóteles faz menção disso nos seus *Sofismas* (25, 180 b), e nós sabemos através de Diógenes que Plutarco lhe tinha consagrado três livros, e Crisipo quatorze livros distribuídos por seis obras.

³ Cf. A. Koyré, *Epiménide le menteur*, Paris, Hermann, 1947. Sobre a história dos sofismas, desde a Antiguidade até aos nossos dias, ver C. L. Hamblin, *Fallacies*, Londres, Methuen, 1970.

⁴ Recordar-se que, não tendo podido resolver de imediato algumas dificuldades que lhe punha Estilpon na presença do rei Ptolemeu Sóter, este ter-lhe-ia dito, por

doutrina positiva. Estamos informados com bastante precisão sobre o diferendo que opôs o mestre e o discípulo sobre a natureza da implicação. Querela que deve ter-se alargado em controvérsias veementes na escola a dar crédito à zombaria do poeta Calímaco: «Os corvos grassam sobre os telhados quais são as implicações justas.» A implicação, ἀκολουθία, é o conector que liga, num συνημμένον — isto é, numa proposição hipotética em sentido estrito, uma condicional, da forma *se p, então q* — o seu conseqüente ao seu antecedente. Eis em que condições, segundo Filon, uma tal proposição é verdadeira: «Filon dizia que o συνημμένον é verdadeiro quando não começa com o verdadeiro para acabar com o falso; de modo que há para este συνημμένον três maneiras de ser verdadeiro e uma de ser falso. Porque ele é verdadeiro: [1] quando começando pelo verdadeiro acaba pelo verdadeiro, por exemplo, *Se é dia, está claro*, depois de novo [2] quando começando pelo falso acaba pelo falso, por exemplo, *Se a Terra voa, a Terra tem asas*, e de igual modo [3] quando começando pelo falso acaba pelo verdadeiro, *Se a Terra voa, a Terra existe*. É falso apenas [4] quando começando pelo verdadeiro acaba pelo falso, como, por exemplo, *Se é dia está escuro*.¹» Esta maneira de caracterizar os casos de validade do συνημμένον mostra claramente que Filon tinha chegado ao que nós chamamos hoje uma teoria das funções de verdade, e que a concepção que ele tinha da ἀκολουθία corresponde à da «implicação material» de Russell, que está na base do nosso moderno cálculo das proposições. O texto atrás citado deixa-se de facto exprimir muito exactamente no nosso actual simbolismo pela tabela seguinte onde se reconhece — só com uma alteração na ordem, que é arbitrária — a nossa matriz de verdade da implicação material:

	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>p</i> $\supset$ <i>q</i>
[1]	V	V	V
[2]	F	F	V
[3]	F	V	V
[4]	V	F	F

Não é inútil recordar aqui que a noção logística de implicação é mais ampla, e portanto mais fraca, que a de consequência: toda a consequência está implicada pelas premissas, mas mesmo implicada não é necessariamente uma consequência da implicante. Esta dissociação é difícil de fazer, como o sentem todos os principiantes em lógica. A confusão entre as duas noções é aliás favorecida pela expressão verbal da proposição

graça e brincando com as palavras, que ele merecia bem o seu nome de *Chronos*, porque levava de facto tempo a fazê-lo. A vergonha que com isso sentiu teria levado Diodoro a pôr fim aos seus dias. Diógenes Laércio, que nos relata este facto ou esta história, enfeita-a com um breve poema onde, retomando um jogo de palavras semelhante, acrescenta que também pelo seu suicídio ele se tinha mostrado de facto χρόνος, mas sem o χ nem o ρ (isto é, δυνος = burro).

¹ Sexto, *Adv. Math.*, VIII, 113-114. A numeração é nossa.

hipotética, onde o *se... então* sugere quase inevitavelmente a ideia de um vínculo lógico entre o antecedente e o consequente. Ora, a implicação logística não comporta um tal *nexus*: como diz Reichenbach, ela tem apenas uma significação puramente adjuntiva, marcando tão-somente uma certa maneira de operar a junção entre duas proposições assimétricas quanto à afirmação e à negação; de maneira que $p \supset q$ equivale simplesmente a dizer $\sim p \vee q$, ou ainda $\sim (p \cdot \sim q)$. Por isso, mais que um Lógico lamentou a escolha, pelos modernos, desta palavra enganadora que é «implicação», mesmo precisada pelo qualificativo de «material», também ele infeliz; e na procura de um termo de substituição foi precisamente o de «junção filoniana» que W. Kneale propôs. Não é pois um mérito pequeno para Filon o ter visto que, para construir uma teoria das relações entre proposições, convinha, como para toda a teoria, fazer assentar esta numa base mínima, e ter compreendido que bastava edificar sobre uma noção mais pobre que a de consequência. A dificuldade de separar as duas noções aparecerá ainda mais claramente se se notar que o próprio Filon só ainda insuficientemente parece ter lá chegado. Enquanto que todos os tratados modernos de lógica, para fazerem sentir bem a diferença, escolhem de propósito, nos seus exemplos, proposições totalmente heterogêneas, de maneira a afastar absolutamente a sugestão de uma relação de princípio a consequência, por exemplo, *Se 2 e 2 são 4, então Londres fica na Inglaterra*, notar-se-á que nenhum dos exemplos atribuídos a Filon ousa ir até aí: todos os seus pares de proposições são homogêneos e escolhidos de maneira tal que seja concebível entre as duas proposições elementares uma relação de consequência. O que, não tendo nós informações precisas sobre o contexto intelectual em que se inscrevia esta teoria filoniana da ἀκολουθία, nos convida a dar mostras de alguma reserva na aproximação que tínhamos feito, porque ela actualmente se impõe, entre a sua teoria e a teoria moderna da implicação material.

Diodoro opõe-se à tese filoniana, porque daí resultaria que o mesmo συνημμένον seria ora verdadeiro, ora falso, conforme a ocasião. Retomando cada um dos três casos de verdade reconhecidos por Filon, Diodoro mostra que se apresentarão, ao longo do tempo, mudanças de situação tais, que se terá um antecedente verdadeiro e um consequente falso: o que constitui precisamente, segundo Filon, a marca de um συνημμένον falso. *Se é dia, eu discuto*: se neste momento é dia e eu discuto, este συνημμένον é verdadeiro segundo Filon, pois que ele vai do verdadeiro ao verdadeiro; mas se eu deixo de falar, torna-se falso, pois que nesse caso ele vai do verdadeiro ao falso. *Se é noite, eu discuto*: se neste momento é dia e eu me calo, este συνημμένον é ainda verdadeiro segundo Filon, pois que vai do falso ao falso; mas caída a noite e continuando eu a estar calado, torna-se falso pois que então ele vai do verdadeiro ao falso. *Se é noite, é dia*: se neste momento é dia, este συνημμένον é verdadeiro segundo Filon, pois que vai do falso para o verdadeiro, mas uma vez caída a noite tornar-se-á falso, pois que então irá do verdadeiro para o falso. Para evitar estas consequências paradoxais, Diodoro propõe que se substitua a definição de Filon por uma definição mais complexa e mais restritiva, concebida de maneira a não mais permitir que se olhem como verdadeiros συνημμένα do género

dos que Filon admitia. Em vez de dizer que um $\sigma\upsilon\nu\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$ é verdadeiro quando não começa pelo verdadeiro para acabar pelo falso, é preciso dizer que ele é verdadeiro quando *ele não pôde nem pode* ($\mu\acute{\eta}\tau\epsilon \acute{\epsilon}\nu\epsilon\delta\acute{\epsilon}\chi\epsilon\tau\omicron \mu\acute{\eta}\tau\epsilon \acute{\epsilon}\nu\delta\acute{\epsilon}\chi\epsilon\tau\alpha\iota$) começar pelo verdadeiro para acabar pelo falso¹.

Notar-se-á que nesta nova definição se verificam duas inovações, pelo que ela marca a sua originalidade em face da de Filon: o apelo a uma noção modal, a do possível ou do impossível, e a intervenção de uma cambiante temporal com a distinção do passado e do presente. Qual é o alcance destas mudanças? E sobretudo, questão mais delicada: qual pôderia ser ela aos olhos de Diodoro?

O recurso a uma noção modal harmoniza-se com o interesse que Diodoro mostra por estas noções: de facto, as duas outras teorias dele que nós conhecemos referem-se-lhes. Aqui, nota-se bem que a sua intervenção se explica pela preocupação de restringir a noção da implicação, de maneira a aproximá-la o mais possível da de consequência, se não mesmo a fazer com que ambas coincidam, de maneira a afastar assim aquilo a que hoje chamamos os paradoxos da implicação. E é de facto o que parece exigir o uso da conjunção *se, e*, que acciona a proposição condicional. Poder-se-ia pois dizer, ao que parece, que Diodoro puxa a lógica num sentido exactamente oposto àquele em que Filon a empurrava. Ver-se-ia nisto uma manifestação de uma espécie de conflito interno no desenvolvimento da lógica megárico-estóica. Os seus autores parecem de facto divididos entre duas solicitações que não tardam em contrariar-se mutuamente. Por um lado, visando empenhar cada vez mais a lógica na via do formalismo, tendem a fundamentar a sua teoria das relações interproposicionais numa base puramente extencional e assertórica, e portanto a reduzir os conectores a simples functores de verdade. Mas ao mesmo tempo, permanecem muito atentos às estruturas gramaticais e esforçam-se por manter as suas teorias lógicas em concordância com as fórmulas da linguagem. Encontraremos mais adiante, na lógica estóica, outras manifestações deste conflito entre duas finalidades divergentes. Se nos detivermos neste aspecto modal da teoria de Diodoro e neste esforço no sentido de conciliar a relação de implicação com a de consequência lógica, pensar-se-á muito naturalmente numa tentativa análoga na lógica do nosso tempo, a saber: a introdução por Lewis da noção de implicação estrita. Enquanto que a implicação logística habitual, simples função de verdade isenta de todo o matiz modal, $p \supset q$, apenas significa que de facto não se tem ao mesmo tempo p e não- q , a implicação estrita $p \rightarrow q$ significa que *não se pode* ter ao mesmo tempo p e não- q , e equivaleria assim a estabelecer que q é dedutível de p . Por isso, era grande a tentação, para um moderno, de interpretar a implicação de Diodoro como uma antecipação da implicação estrita, opondo-se à implicação de Filon como a implicação de Lewis se opõe à de Russell. E encontra-se de facto em diversos autores² semelhante assimilação.

¹ Sexto, *ibidem*, VIII, 115-116.

² Por exemplo: Martha Hurst, «Implication in the fourth Century B. C.», *Mind*,

Ela sofre, no entanto, de um defeito duplo. Primeiro, o menosprezar as indicações temporais que Diodoro combina com o apelo a uma noção modal. Afastá-las como «despropositadas e supérfluas»¹ não é uma solução. Além disso, seria necessário também perguntar-se, pois que temos a sorte de possuir as definições que Diodoro dava das noções modais, se o modo como ele as concebia se harmoniza bem com o que virá a ser o de Lewis, ou se não apresentará alguns traços originais. Eis essas definições, tais como nos foram transmitidas por várias fontes independentes e concordantes²:

Necessário: o que é verdadeiro e não será falso.

Impossível: o que é falso e não será verdadeiro.

Possível: o que é verdadeiro ou será verdadeiro.

Não-necessário: o que é falso ou será falso.

Nestas definições, cujo conjunto forma um sistema perfeitamente estruturado e logicamente irrepreensível, notar-se-á desde logo que não apenas também elas fazem apelo a indicações temporais, mas que estas últimas são mesmo apresentadas como próprias para suplantar, de algum modo, as noções modais, dado que são elas que servem precisamente para defini-las. Longe de serem supérfluas, elas tornam-se preponderantes, sendo escolhidas como noções primeiras das quais as outras serão derivadas. É claro, segundo estas definições, que o propósito de Diodoro era reduzir as cambiantes modais a simples cambiantes temporais. Bastava acrescentar estas à definição filoniana para obter os equivalentes do possível e do necessário que lhe faltavam. Uma implicação só é verdadeira se o conseqüente é verdadeiramente a consequência do antecedente: é preciso pois, de uma maneira ou de outra, fazer figurar essa menção restritiva na definição. Considerar o que é verdadeiro agora, como faz Fílon, não basta, se mais tarde isso pode tornar-se falso: é dia, eu discuto, mas virá de facto uma altura em que cairá a noite, uma altura em que eu deixarei de discutir. Mas o que, sendo verdadeiro agora, nunca virá a ser falso, eis o critério ao qual reconhecemos a necessidade. Esta só se nos manifesta sob a forma da constância no tempo, que pode portanto ser-lhe substituída.

Somos assim convidados a rever a interpretação que sugeria uma atenção fixada exclusivamente, na definição que Diodoro dava da implicação, no seu aspecto modal. Torna-se pelo menos duvidoso que a correcção que ela trazia à definição filoniana tendesse a substituir uma lógica assertórica por uma lógica propriamente modal; bem pelo contrário, ela tenderia, inversamente, a reduzir as noções modais, julgadas ine-

1935, p. 484-495; Roderick Chisholm «Sextus Empiricus and modern Empiricism», *Philosophy of science*, 1941, p. 371-384.

¹ *Unfortunate and unnecessary*, escreve M. Hurst.

² Nomeadamente por Boécio, in *Inter. 9.*^o e Alexandre de Afrodísia, In *Prim. Anal.*, I, 15.

vitáveis, ao plano da asserção simples¹. O que não desembocava inteiramente, e é essa a diferença em relação à concepção filoniana, numa lógica das funções de verdade; mas a única adjunção que havia que fazer à oposição do verdadeiro e do falso, era a da diferença entre o presente e o não-presente ou mesmo, mais precisamente, o futuro. Uma noção extensiva, o *sempre*, pode e deve ser substituída à do *necessariamente*. Aqui, com muito mais justeza que no caso da necessidade que Aristóteles enuncia entre as premissas e a conclusão, pode dizer-se que é uma espécie de quantificador universal que desempenha o papel de functor modal. É por isso que, se se quiser encontrar mesmo, na lógica moderna, um análogo da implicação de Diodoro, não é na implicação estrita de Lewis que há que procurá-la, mas na «implicação formal» de Russell, $(x) \cdot fx \supset gx$, ou, o que vem a dar ao mesmo, $(x) \sim (fx \cdot \sim gx)$. Com uma interpretação conveniente das variáveis desta última fórmula, obter-se-á de facto, como propõe Bochenski², uma expressão muito aproximada da implicação diodoriana: para todo o tempo t , nunca se tem p verdadeiro no tempo t e q falso no tempo t . Se se preferir, peio contrário, permanecer nos quadros da escola megárica e comparar a implicação diodoriana com a filoniana, dir-se-á que a primeira é um caso especial da segunda, aquele em que essa implicação é válida *para todo o tempo*.

Tal como permite compreender a concepção que Diodoro tinha da implicação, a sua definição das modalidades dá-nos também uma chave para interpretar a terceira teoria que dele conhecemos, a que teve sem dúvida o maior eco junto dos seus contemporâneos: mesmo nos banquetes se discutia acerca dela, informa-nos Plutarco. Trata-se do argumento conhecido sob o nome de *χυρισμῶν λόγος*, e que pode traduzir-se por Argumento-mestre. Desenvolver-se-ia em três tempos³. Diodoro enunciava primeiro um conjunto triplo de fórmulas, colocadas sem asserção a título de simples hipóteses que constituem problema:

1. Tudo o que passou é necessariamente verdadeiro.
2. Do possível não se segue o impossível.
3. É possível o que não é verdadeiro nem o será.

Seguidamente, ele mostrava que estes três enunciados eram incompatíveis, de maneira que, se se admitissem como verdadeiros dois quaisquer dentre eles, tinha necessariamente de rejeitar-se o terceiro como falso. Ignoramos infelizmente como é que Diodoro demonstrava essa incompatibilidade⁴. Temos em todo o caso de admitir que a sua demonstração

¹ Coisa que Diodoro, ao que parece, conseguia melhor que o próprio Filon. Este definia o possível como aquilo que, por sua natureza, é verdadeiro ou susceptível de ser verdadeiro: definição evidentemente circular, pois que a noção de susceptível (*ἐπιδεκτικός*) envolve a do possível.

² *Ancient formal logic*, p. 90; e *F. L.*, p. 135.

³ Epicteto, *Diss.*, II, 19.

⁴ Alguns modernos tentaram reconstituir essa demonstração, nomeadamente Zel-

era cerrada e sólida, pois que nenhum dos que rejeitavam o conjunto do Argumento-mestre se lançou, que saibamos, contra esta parte central, que constitui verdadeiramente a sua nervura, e à qual é devida, segundo toda a verosimilhança, a própria qualificação de *χρειύων*, isto é, de poderoso, de triunfador, dado ao argumento. Finalmente, última etapa, Diodoro apoiava-se na credibilidade, *πιθανότης*, das duas primeiras fórmulas, para concluir, em razão dessa incompatibilidade, pela falsidade da terceira, e por conseguinte, pela verdade da sua negação: *não é possível o que não é verdadeiro nem o será*.

Esta última tese fez escândalo¹. Com efeito, via-se nela a expressão de uma metafísica necessária, segundo a qual o que não se realiza nem se realizará é impossível, de modo que o que é ou será é necessário². Ela era posta em oposição com a teoria aristotélica dos futuros contingentes: não sem razão, aliás, porque o paralelismo entre os dois argumentos é suficiente para que se possa mesmo supor³, sabendo-se que os megáricos estavam em polémica quase permanente com Aristóteles, que este acrescentou posteriormente esta teoria ao seu tratado *Da interpretação* para responder aos ataques dirigidos contra ele pelos filósofos daquela escola, e mais especialmente àquele Argumento-mestre. Esta interpretação da conclusão do *χρειύων* como uma certa tese de metafísica é um facto histórico incontestável. Mas era essa de facto a interpretação de Diodoro?

Pode duvidar-se acerca disso, se se ligar o argumento à teoria das modalidades, com a qual ele está manifestamente conexo. Este vínculo é-nos confirmado por Alexandre⁴, que nos traz mesmo uma precisão complementar sobre a ordem de dependência, precisão essa que é preciso ter na maior conta para a interpretação do Argumento-mestre. Ele diz-nos de facto que o objectivo que Diodoro visava com este argumento era provar a sua concepção do possível. Assim, ainda que se julgue que esta concepção do possível, e a das outras noções modais com as quais esta constitui sistema, tem como consequência uma ontologia necessária, há pelo menos que reconhecer que não era para semelhante consequência que tendia o argumento de Diodoro: o que ele queria estabelecer era uma tese de lógica, não uma tese de metafísica. Recorde-se, aliás, que os megáricos não tinham praticamente doutrina

ler e, mais recentemente, Prior. Mas quanto a isso só pode tratar-se de conjecturas, bem entendido.

¹ Notar-se-á que ela só resulta da argumentação do *χρειύων* se se admitirem, com Diodoro, as duas primeiras proposições do trilema. Razão por que se pode, ao mesmo tempo que se reconhece a invencibilidade da demonstração de incompatibilidade, aceitar a proposição que Diógenes rejeita como falsa, desde que se rejeite uma das duas outras. É assim que Cleantes recusava a primeira proposição e Crisipo a segunda. O argumento de Diodoro só impõe portanto a conclusão que ele próprio daí tira mediante certas pressuposições; a obrigatoriedade lógica do argumento reside apenas na demonstração de incompatibilidade.

² Ver, por exemplo, o *De facto* de Cícero.

³ P.-M. Schuhl, *Le dominateur et les possibles*, Paris, P. U. F., 1960, p. 32, 34.

⁴ In *Prim. Anal.*, I, 15.

metafísica positiva, não falando de algumas teses fundamentais herdadas dos eleatas, e que eles eram acima de tudo dialécticos — e Diodoro, o διαλεκτικώτατος, mais sem dúvida que nenhum outro. Se eles atacavam a metafísica de Aristóteles, sabemos que o ponto essencial sobre o qual incidia a sua crítica era a noção de potência, de potencialidade, parente próxima da do possível. Para eles, é o próprio Aristóteles quem no-lo diz¹, só há potência no acto. Uma vez que, segundo eles, o ser e o não-ser constituem alternativa, não há lugar para essa noção bastarda de potencialidade, flutuando entre o ser e o não-ser. Se é de facto verdade que o ser não se reduz ao actual presente, a dimensão que é preciso acrescentar-lhe é a da temporalidade, não a de uma modalidade: um actual não presente, e não um presente não actual. As expressões modais não são mais que uma maneira cómoda e abreviada de marcar cambiantes temporais. As definições que Diodoro delas deu têm por objecto, como vimos, reduzir essas expressões ao plano da asserção simples, de maneira a poder fazê-las figurar na noção da implicação evitando os paradoxos da implicação filoniana. Tomemos portanto os seus enunciados como ele próprio no-los apresenta, e vejamos neles teses de ordem semântica, fixando o significado das expressões modais e destinadas a integrar-se numa lógica bivalente do verdadeiro e do falso — e não teses ontológicas, incidindo sobre a natureza das coisas. Quanto ao necessário, por exemplo, há que entender, como ele próprio o enuncia, que *o necessário é o que é verdadeiro e não será falso*, no sentido de uma definição do necessário — e não, como lhe fazem dizer, que *o que é e será é necessário*, mantendo nesta última palavra o sentido que lhe damos habitualmente, e que é precisamente o que a sua definição rejeita. Porque para nós a palavra evoca a ideia de um constrangimento que pesaria sobre as coisas para dobrá-las à sua lei; ora a definição dada por Diodoro equivale a afastar esse sentido forte substituindo-o por um mais fraco. E de igual modo no que se refere às outras noções modais, as do possível e do impossível. Notar-se-á, de facto, que a conclusão que Diodoro tira do χυριεύων — *é impossível o que não é verdadeiro nem o será* — coincide com a sua própria definição do impossível, *o que é falso e não será verdadeiro*². Dar às palavras que Diodoro emprega, só porque ela nos é mais familiar, a própria significação que ele expressamente lhes recusa, é exactamente o que se chama cometer um contra-senso.

Tal contra-senso é um facto histórico, que é preciso reter, sem dúvida, mas retê-lo apenas como tal. É a ele que há que reportar outras interpretações incontestavelmente erradas, como, por exemplo, a afirmação muitas vezes repetida de que Diodoro assimilava o possível ao necessário³. Incontestavelmente erradas, pois que basta examinar de

¹ *Metaf.*, H, III, 1.

² Sendo a lógica megárico-estóica estritamente bivalente, a negação do verdadeiro não poderia ser outra coisa que o falso.

³ Por exemplo, A. Yon, na *Introdução* da sua edição do *De fato*, Paris, Belles-Lettres, 1933, p. XX; P.-M. Schuhl, *op. cit.*, p. 56 (onde os textos citados em apoio não dizem nada disso) e p. 59.

perto as definições que Diodoro apresenta destas duas noções para convencer-se que elas não podem reduzir-se uma à outra. Como o observa justamente Bochenski¹, e como cada qual poderá certificar-se, as suas quatro definições modais prestam-se a serem dispostas segundo o «quadro lógico» com as suas relações características, sendo aí as duas apodícticas subalternantes em relação às duas problemáticas, de maneira que o necessário implica aí o possível *sem reciprocidade*: o que é precisamente negar que haja equivalência (dupla implicação) entre as duas noções. Mas a história da filosofia conta com outros exemplos de contrasensos análogos aos do «necessitarismo» de Diodoro².

Feita esta rectificação³, vê-se como é que se organizam entre si as três teorias de Diodoro que nos foram transmitidas. No poderoso lógico que todos concordam em reconhecer nele, dificilmente pode supor-se que elas não estivessem articuladas como elementos de uma doutrina bem unificada. A tese central é, sem dúvida, a sua concepção das noções modais. Estas, tais como ele as define, formam um sistema rigorosamente estruturado. Esse sistema, por um lado, permite manter a lógica das proposições no terreno extensivo das funções de verdade, precisando apenas estas por meio de condições temporais graças às quais se foge às dificuldades da implicação filoniana; por outro lado, esse sistema encontra-se justificado pela argumentação do Κυριεύων: porque basta estabelecer a legitimidade de uma das definições — neste caso, a do impossível — para que, exactamente em virtude das relações sistemáticas entre as definições das quatro noções modais, a legitimidade das outras três se ache igualmente estabelecida.

3. Os estóicos

Enquanto que os aristotélicos viam na lógica um instrumento para a filosofia, preparatório e portanto exterior a esta, os estóicos integravam-na na filosofia como uma das suas três partes. Comparando a filosofia a um ser vivo, eles diziam que a lógica é como os ossos e os músculos, a física como a carne, e a moral como a alma. É por esta ordem que, senão todos os estóicos, pelo menos Zenão e Crisipo, apresentavam estas três disciplinas. Segundo o que nos relata Diógenes, eles introduziam seguidamente na lógica divisões e subdivisões. Dividiam-na em duas ciências: a retórica e a dialéctica, sendo esta sempre essencialmente concebida, à maneira dos *Tópicos* de Aristóteles, como a arte da discus-

¹ *Ancient formal logic*, p. 86

² Mencionemos, por exemplo, o «solipsismo» de Berkeley e o «cepticismo» de Kant. O caso de Berkeley apresenta aliás uma marcante analogia formal com o de Diodoro, prestando-se a sua definição da existência (*esse est percipi*) à mesma ambiguidade que a definição diodoriana da necessidade.

³ Tentámos justificá-la mais longamente num artigo que apresenta uma tese que é, reconhecemo-lo, heterodoxa, «Sur l'interprétation du Κυριεύων λόγος», *Revue Philosophique*, Abril-Junho de 1965.

são. Por sua vez, a dialéctica era dividida em duas partes, referindo-se uma aos significantes, τὰ σημαίνοντα, tratando da gramática e de tudo o que toca à linguagem, e a outra os significados τὰ σημαινόμενα¹. É sobre esta última disciplina que se concentra o que nós hoje chamamos a lógica. Negligenciaremos aqui o que se refere à gramática e à retórica, mas há que reter o interesse que os estóicos dedicavam à análise da linguagem², a sua preocupação em manter as estruturas lógicas em acordo tão completo quanto possível com as estruturas gramaticais. Algumas confusões puderam daí resultar, senão nos melhores lógicos, pelo menos naqueles que nos transmitiram a doutrina.

O significado, objecto próprio da lógica formal, distingue-se ao mesmo tempo do significante e da coisa ou do acontecimento que visa o significado³. O significante, é a linguagem, som de voz ou secundariamente escrita, que pertence ao mundo dos corpos e que nós captamos pelos sentidos. Pertencem igualmente a esse mundo as coisas e os acontecimentos. Tudo isso é directamente acessível aos que ignoram a língua, aos bárbaros, aos animais. Ao passo que o significado, é exactamente aquilo que, captado pelos que compreendem a língua, escapa totalmente aos outros. Não se lho pode mostrar — como pode fazer-se-lhes ouvir a frase «Dion passeia» ou fazer-lhes ver a personagem a passear — porque é um incorpóreo. Os estóicos chamam-lhe um λεκτόν, palavra que é quase impossível de traduzir exactamente e que temos de contentar-nos em transcrever, o *lectón*. Ela ocupa um lugar excepcional na filosofia estóica, pois que esta é materialista, defendendo que tudo é corpo, mesmo a alma. Razão por que temos de evitar confundir este *lectón* não apenas com a coisa, πρᾶγμα, ou com o acontecimento, τυγχάνον, a que ele se refere, mas também, o que é mais subtil, com a representação no espírito ou o acto de pensamento pelo qual ele é apreendido, porque estas operações mentais pertencem também elas, como tais, ao mundo dos corpos — digamos mais geralmente, se esta nota materialista nos choca: ao mundo dos factos, ou mesmo, mais simplesmente, ao mundo. O *lectón* só é um pensamento no sentido de um pensamento pensado, não no sentido de um pensamento pensante. A palavra é tirada do verbo λέγειν, que significa *dizer*, mas também *querer dizer*, *significar*. O *lectón*, é portanto propriamente essa coisa incorpórea e extra-mundana que é o sentido de uma expressão.

¹ Este *significante*, que tem a ver com a dialéctica, não deve ser confundido com o *signo*, outra noção essencial à filosofia estóica, mas que pertence à teoria do conhecimento. Como o explica M. Kneale (*D. L.*, p.142), a relação entre σημαίνον e σημαινόμενον verifica-se entre a linguagem e aquilo que ela exprime, ao passo que a relação entre σημειον e σημειωτόν é aquela que se verifica entre um facto imediatamente conhecido e outro facto que nós conhecemos por inferência a partir do primeiro. Parece que alguns intérpretes, de Sexto Empírico a V. Brochard, nem sempre se precauíram suficientemente contra tal confusão.

² M. Kneale pôde dizer que eles foram sem dúvida os primeiros a fazer um estudo sistemático da gramática (*D. L.*, p. 143).

³ Notar-se-á que esta tripartição entre o significante, o significado e o objecto corresponde com bastante exactidão à que Frege fará entre *Zeichen*, *Sinn* e *Bedeutung*.

É a ele, e não ao enunciado verbal nem tão-pouco à coisa ou ao acontecimento, que convém propriamente a qualificação de verdadeiro ou de falso. É certo que ela não convém a todos os *lectá*, por exemplo, àqueles que correspondem a palavras isoladas, ou a frases interrogativas, imperativas, exclamativas, etc.; mas ela convém apenas a alguns *lectá*, a saber: àqueles que são proposições, ἀξιώματα¹. Tendo a palavra axioma adquirido depois um sentido muito mais estreito, é pela palavra proposição que convém traduzir o ἀξιωμα dos estoicos, mas tomando-a na acepção em que a entendem expressamente os lógicos de língua inglesa quando opõem *proposition* a *sentence* ou a *statement*, que são enunciados verbais. É certo que a proposição só pode analisar-se na sua expressão verbal e a dialéctica deve ter o seu ponto de apoio no significante, na linguagem, mas o objecto próprio da dialéctica é, por intermédio do enunciados, a proposição enquanto incorpóreo verdadeiro ou falso. Verdadeiro ou falso constituem para toda a proposição uma estrita alternativa, sem terceira via possível: é este um ponto sobre o qual Crisipo insistia particularmente².

Os *lectá* dividem-se em duas grandes classes: os que são deficientes expressos por palavras isoladas como nomes ou verbos, e os que são completos, exprimindo-se por frases inteiras. É entre estes últimos que figuram as proposições, ao lado das perguntas, dos pedidos, etc. As proposições dividem-se, por sua vez, em simples e não-simples ou compostas: o que corresponde bastante bem ao que hoje chamamos as proposições atômicas ou as proposições moleculares.

Uma proposição simples é, por exemplo, uma afirmação como *É dia*. Os estoicos consideram-na ainda como simples quando se lhe dá a forma negativa, *Não é dia*. Mas a tradução francesa não exprime uma característica essencial que os estoicos impõem à expressão da proposição negativa. Eles insistem de facto na obrigatoriedade de colocar a partícula negativa não no corpo da frase, mas no seu início, de maneira a marcar bem que ela incide sobre o conjunto. E como a língua grega dispõe neste caso de duas partículas, *οὐκ* e *οὐχί*, eles escolhem a segunda para assinalar a negação contraditória de uma proposição: *οὐχί ἡμέρα ἐστίν*, e não *ἡμέρα οὐκ ἐστίν*. Esta precaução testemunha uma preocupação de exactidão lógica que a maioria das nossas línguas ignora. Quando nós dizemos em francês, por exemplo, *Tous les invités ne sont pas arrivés*, é claro que a nossa expressão, tomada à letra, significa uma coisa completamente diferente da que queremos que ela diga, pois que a universalidade domina aí a negação como numa Universal, *Tous non = Aucun*, ao passo que evidentemente nós pretendemos fazer incidir aqui a negação sobre a universalidade como numa

¹ A qualificação de verdadeiro será em seguida aplicada, por extensão, a certos raciocínios, que são conjuntos de proposições. Ver mais adiante.

² Os estoicos introduziam aqui uma distinção bastante subtil entre o verdadeiro e a verdade. Eles entendiam por verdade o conhecimento das proposições verdadeiras; ora, o conhecimento está no intelecto, que é um corpo; além disso, a verdade consiste num grande número de proposições verdadeiras; enfim, ela só pertence ao sábio, ao passo que acontece também ao insensato dizer algo que seja verdadeiro.

particular negativa, *Non tous*, contraditória da universal afirmativa. Neste exemplo, não acontece grande mal porque o sentido não é de facto duvidoso, mas que pensar de informações do género desta: *Toutes les victimes n'avaient pas été vaccinées?* O redactor ou o locutor quererá dizer *Toutes non vaccinées* ou *Non toutes vaccinées?* Esta obrigatoriedade de antepor a negação impõe-se mais imperiosamente ainda quando se estiver perante uma proposição complexa porque, como o observa Sexto, a verdadeira negação contraditória de *É dia e está claro* não é *É dia e não está claro*, mas uma expressão em que uma negação domina toda a fórmula. É por isso que não basta dizer que a contraditória de uma proposição se obtém quando se junta à sua fórmula a partícula negativa; há que precisar que esta deve ser colocada de tal maneira que tenha incidência sobre o conjunto dessa fórmula. Dessa negativa contraditória, ἀποφατικόν, que é a negação propriamente dita, é preciso distinguir a simples denegativa, ἀρνητικόν, a que enuncia um predicado de um termo negativo, por exemplo, *Ninguém passeia*, e a privativa, στερητικόν, aquela em que é por sua vez o predicado que é um termo negativo, por exemplo, *Este é inumano*. Estas duas últimas são, de algum modo, negações intraproposicionais, aquelas em que se está perante uma lógica que analisa a estrutura interna das proposições; e reconhece-se, de facto, na denegativa dos estóicos, a negativa de Aristóteles, e na sua privativa a que Kant denominará a indefinida, e que Aristóteles, embora não fazendo dela uma nova espécie de proposição, conhecia em todo o caso, pois que distinguia entre *O homem não é justo* e *O homem é não-justo*¹. Ao passo que para uma lógica que incide sobre as proposições tomadas em bloco, como é o caso com os estóicos, a verdadeira negação é a que incide sobre a proposição no seu conjunto, e importa então, para evitar as confusões, fazer com que isso apareça na expressão. Por este processo, uma proposição negativa pode sem dificuldade ser ela mesma negada, e esta dupla negativa, ὑπεραποφατικόν, reconduz à afirmativa.

Depois de ter referido os elementos desta teoria da negação, Diógenes² dá-nos a seguinte lista das proposições compostas: a proposição hipotética, συνημμένον, por exemplo, *Se é dia está claro*; a consecutiva ou inferencial, παρασυνημμένον, *Dado que é dia está claro*; a conjuntiva, συμπεπλεγμένον, *É dia e está claro*; a disjuntiva, διεζευγμένον, *Ou é dia ou está claro*; a causal, αἰτιῶδες, *Porque é dia está claro*; finalmente a comparativa, quer aumentativa, διασφαῶν τὸ μᾶλλον, *É mais dia que noite*, quer diminutiva, διασφαῶν τὸ ἥττον, *É menos noite que dia*. Esta lista traz-nos um exemplo manifesto de uma contaminação entre o ponto de vista da lógica formal e o da análise da linguagem. Verifica-se de facto que nela são apresentadas a esmo espécies de proposições susceptíveis de entrar num cálculo extensional, porque a verdade da proposição total está aí em função da das proposições sim-

¹ *Interpretação*, 10, 19 b 25 e ss.

² VII, 69 e ss.; a passagem que se refere à negação foi completamente desvirtuada na tradução francesa de Genaille.

ples que a compõem — é o caso da hipotética, da conjuntiva e da disjuntiva — e outras que, análogas às suas vizinhas de um ponto de vista gramatical, delas diferem essencialmente do ponto de vista lógico pelo facto de, precisamente, a sua verdade não estar em função da verdade das suas componentes — é o caso da consecutiva ou inferencial, da causal e da comparativa. E vê-se bem, de facto, por tudo o que sabemos dos seus trabalhos propriamente lógicos, que os mestres da lógica estóica deixavam aí de lado estes últimos tipos de proposições. É assim que não se encontra nenhuma intervenção, no que nós conhecemos desses trabalhos, das proposições causais, que desempenham um tão grande papel na epistemologia destes filósofos. Ignoramos apenas se essa confusão, cuja ameaça há pouco anunciávamos, entre estruturas gramaticais e estruturas lógicas, se verificava já em alguns estóicos pouco peritos em lógica, ou se ela é devida a historiadores igualmente pouco peritos, como era o caso de Diógenes Laércio.

Se a formação de uma proposição molecular supõe a utilização daquilo a que os gramáticos chamam conjunções, que asseguram a unidade dessa proposição a partir das suas componentes atômicas, a verdade é que a lógica formal só tem que reter, dessas «conjunções», as que dentre delas se prestam a uma teoria das funções de verdade, e que hoje denominamos conectores. É por este último termo que convém traduzir o σύνδεσμος dos estóicos. A conjunção, no sentido estreito em que os lógicos entendem esta palavra, permite de facto formar uma proposição conjuntiva, que só é verdadeira se as duas componentes são verdadeiras. A disjunção, que eles entendem em sentido exclusivo, forma uma alternativa, sendo a proposição disjuntiva verdadeira só no caso de uma das componentes ser verdadeira e a outra falsa. Mas ao lado desta disjuntiva eles conhecem também, embora não figure na lista de Diógenes, a paradisjuntiva, παραδιεζευγμένον, que faz apelo a uma disjunção não exclusiva, mais fraca que a anterior, dado que estabelece apenas que pelo menos umas das componentes é verdadeira. A que pode também juntar-se uma forma mais exclusiva ainda que a primeira, no sentido de que admite a falsidade das duas componentes, ou seja, a incompatibilidade do nosso cálculo extensional, que é a negação da conjunção: é a ela de facto que se reduz a primeira premissa da sua terceira indemonstrável, de que em breve falaremos. Há que evitar aqui uma confusão porque, como também veremos, parece que quando os estóicos dizem de uma proposição que ela é incompatível, μάχεται, com uma outra, eles dão a este termo um sentido modal. Enfim, bem entendido, a implicação.

Recorde-se que já reinava nos megáricos o desacordo sobre a maneira de entender este último conector. As discussões prosseguiram na escola estóica, porque nós conhecemos, juntando-se à de Filon e à de Diodoro, a existência de duas outras concepções. Ambas tendem manifestamente a assimilar a relação de implicação à de consequência lógica. De uma delas, a implicação inclusiva, ἐμφάσις, não sabemos grande coisa nem a quem referi-la. Sexto informa-nos apenas¹ que os que a

¹ Hipólito. *Pirrónicas*, B 112.

admitem dizem que o *συνημμένον*, é verdadeiro quando o consequente está contido em potência, *δυνάμει*, no antecedente. Ele acrescenta que segundo esta concepção, uma proposição como *Se é dia é dia*, e toda a proposição de repetição do mesmo género, deve ser encarada como falsa, pois que uma coisa não pode ser contida em si mesma. O que nos surpreende um pouco, porque admitimos de facto hoje que uma classe se contém a ela própria e que uma proposição se implica a si mesma, e esta última tese fazia parte do ensino lógico tradicional dos estóicos; Crisipo, como se verá, estabelecia como lei fundamental de lógica o princípio de identidade, *Se o primeiro, então o primeiro*. Sem dúvida que se trata aí apenas de uma observação crítica de Sexto. Podemos igualmente espantar-nos do apelo que aqui é feito, por descendentes dos megáricos e dos adversários da escola peripatética, à noção de potência.

A outra forma de implicação, dita conexa, é mais interessante. «Os que introduzem a conexidade, *συνάρτησις*, dizem que uma proposição hipotética é válida quando a contraditória da sua conclusão é incompatível, *μάχεται*, com o seu antecedente¹.» É, senão certo, pelo menos verosímil, que esta concepção da implicação fosse a de Crisipo. E parece que, numa tal concepção, a incompatibilidade era entendida num sentido modal; e, se assim é, seria essa implicação conexa, e não a implicação diodoriana, que seria o equivalente estóico da implicação estrita de Lewis. Admitindo-se esta última hipótese, poder-se-ia talvez compreender um ensinamento aparentemente estranho de Crisipo, que Cícero nos relata no seu *De fato*². E reciprocamente, o esclarecimento deste ponto traria alguma confirmação à dupla hipótese da atribuição a Crisipo da implicação conexa e da assimilação desta à nossa implicação estrita. É sabido que Crisipo, por um lado, admitia o destino, e via uma prova dele na possibilidade dos vaticínios em geral e, mais especialmente, da adivinhação, mas que, por outro lado, ele se recusava a submeter a vontade humana à necessidade. Ora, diz-nos Cícero, ele pensava resolver a dificuldade pedindo que às fórmulas habituais dos adivinhos, apresentadas sob a forma de proposições implicativas, por exemplo, *Se alguém nasceu no levantar da Canícula, não morrerá no mar*, se substituíssem fórmulas disjuntivas, com as negações oportunas, assim: *Não há ninguém que tenha nascido no levantar da Canícula e que venha a morrer no mar*. Cícero faz chacota disso. Com que então Crisipo julga escapar ao necessitarismo ensinando aos Caldeus como é que eles devem formular os seus vaticínios! É difícil de facto atribuir a um filósofo da envergadura de Crisipo semelhantes puerilidades; por isso, preferir-se-á talvez pôr aqui em dúvida a inteligência filosófica de Cícero. A coisa explica-se de facto se se entender a implicação no sentido estrito, em que ela marca a necessidade do consequente em relação ao antecedente, e se, por outro lado, se reservar à lógica essa necessidade recusando introduzi-la no mundo. Distinguindo assim o que não deixará de acontecer do que

¹ *Ibidem*. B 111.

² VII-IX, 14-17.

aconteceria necessariamente, notar-se-á que o primeiro é suficiente para as predições, para a adivinhação do futuro, e portanto para a afirmação do destino. É o próprio Cícero quem nos diz, na passagem em questão, que Crisipo admitia que a necessidade do segundo termo em relação ao primeiro não funciona em todos os casos, *hoc Chrysippo non videtur valere in omnibus*. Nestas condições, se é sem dúvida fútil substituir $p \supset q$ por $(p \cdot \sim q)$, dado que estas duas expressões são equivalentes, não acontece o mesmo se se passar de $p \supset q$ a $\sim (p \cdot \sim q)$, porque desta vez as duas expressões não são equivalentes: a primeira, pela qual exprimimos a *συνάρτησις* crisipiana, é de facto mais forte que a simples conjunção a que se reduz a implicação filoniana; ao passo que uma fórmula simplesmente conjuntiva é a que convém para exprimir uma sucessão regular, e portanto previsível, mas nem por isso necessitante, de acontecimentos. Assim conciliar-se-iam, em Crisipo, as três teses: da implicação apodíctica em lógica, da previsibilidade e do destino em física, e da recusa do necessitarismo em moral¹.

Se se admitir esta interpretação, ela significaria que Crisipo fazia bem a distinção entre duas espécies de proposições implicativas, consoante o conseqüente nelas é concebido como uma *consequência* ou como uma *consecução*: no primeiro caso, trata-se de uma necessidade lógica, e a negação do conseqüente é simplesmente falsa. O embaraço vem do facto de ambas se exprimirem pelo mesmo tipo de frase²: *Se é dia está claro* ou mesmo *Se é dia é dia* por um lado, e por outro, *Se um homem nasceu no levantar da Canícula não morrerá no mar*, ou *Se ele está ferido no coração morrerá*. Ora, Crisipo, se nos reportarmos ao texto de Cícero, recusava-se a reduzir a segunda forma à primeira e propunha, para marcar a diferença, que se traduzisse a segunda por uma simples conjuntiva que lhe é equivalente. Houve quem se perguntasse se a *ἀκολουθία* dos estóicos marcava uma dependência lógica ou uma simples ligação sempre verificada³. Talvez tenha de responder-se que, enquanto que os megáricos visavam reduzir a implicação lógica a uma espécie de conjunção, pois o próprio Diodoro só nela introduzia a necessidade para logo exprimi-la numa linguagem puramente assertórica, Crisipo, pelo contrário, mantinha a irredutibilidade. Só que nesse caso não se vê bem como é que a concepção fenomenista do real que resulta-

¹ Recorde-se que Crisipo rejeitava a terceira proposição do Argumento-mestre, interpretado como uma tese necessitária.

² Cf. A. Virieux-Reymond, *La logique et l'épistémologie des stoïciens*, Chambéry, ed. «Lire», s. d. (1930), p. 231. Note-se que os modernos propuseram por vezes designá-las por dois nomes diferentes. Assim, Sigwart divide as «hipotéticas» em «pro-féticas» (*Se é verdade que...*) e «condicionais» (*Todas as vezes que...*). J. M. Keynes chama também às segundas «condicionais», e reserva às primeiras a denominação de «hipotéticas» ou, para maior precisão, «propriamente hipotéticas».

³ Tal é o objecto da controvérsia entre Brochard e Hamelin, que assenta na assimilação, em dois sentidos contrários, de uma das acepções à outra, invocando Brochard as consecuições empíricas constantes à maneira de Mill, e remetendo Hamelin para a necessidade espinosista.

ria dessa dualidade se conciliaria com a tese, essencial no estoicismo, de uma perfeita racionalidade do universo. Cai-se assim de novo na dificuldade bem conhecida de todos os intérpretes do estoicismo em geral, que é compreender como se conciliam o aspecto empirista e o aspecto racionalista da doutrina. Estamos reduzidos a conjecturas, e não disfarçamos a fragilidade da que acabamos de sugerir.

Certas combinações de proposições formam raciocínios. Um raciocínio é um sistema de proposições, algumas das quais, chamadas premissas, *λήμματα*, têm por função provar uma outra, chamada *ἐπιφορά*, que é a conclusão¹. Por exemplo, a conjunção destas duas proposições *Se é dia está claro* e *É dia*, permite concluir: *Está claro*. Os estoicos faziam aqui, marcando-a pela linguagem, uma distinção que tinha permanecido implícita em Aristóteles, e que é essencial para uma lógica formal: a do raciocínio em termos concretos como é o exemplo atrás citado, e do esquema formal que se obtém substituindo estes termos concretos por variáveis, isto é, com o nosso exemplo, *Se o primeiro o segundo, e o primeiro, logo o segundo*. Eles denominavam estes esquemas de raciocínio dos modos, *τρόποι*, e reservavam a denominação de raciocínios, *λόγοι*, às aplicações concretas desses *tropos*². Russell indignava-se pelo facto de ter sido preciso esperar pelo final do século XIX para que os lógicos façam expressamente a diferença entre a proposição e a forma proposicional: vê-se que os estoicos faziam já, ao nível do raciocínio, uma distinção análoga; o que testemunha neles, relativamente a Aristóteles, uma melhor tomada de consciência do papel das variáveis.

Em que condições um raciocínio é concludente? Quando³ a implicativa que tem como antecedente a conjunção das premissas e como consequente a conclusão, é válida, *ὕγιής*, ou, como nós diríamos hoje, é uma lei lógica, uma tautologia. Assim, fazendo uso, para maior comodidade, da notação moderna, para que possamos reconhecer como válido o raciocínio seguinte, reduzido à forma do tropo:

$$\begin{array}{c} p \supset q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

¹ Notar-se-á que os estoicos empregam aqui uma outra terminologia diferente da de Aristóteles, que chamava às premissas *προτάσεις* ou *διαστήματα*, por vezes *ὑποθέσεις*, e à conclusão *συμπέρασμα*. De modo nenhum, como tantas vezes foram acusados, por simples desejo de originalidade, mas para marcar a diferença de natureza entre os seus «silogismos» e os de Aristóteles. Eles entendiam por vezes a palavra «lema» num sentido mais estreito, para designar a primeira premissa, chamando-se então a segunda *πρόσληψις*. O silogismo normal de duas premissas chamava-se portanto muito naturalmente, neles, um dilema; esta palavra só muito mais tarde, no século II da nossa era, no retórico Hermógenes, ganhará o sentido que lhe damos agora.

² Quando se combinavam os dois, por exemplo, *Se é dia está claro, e o primeiro, logo o segundo*, eles falavam de um *logótropon*; este serve para abreviar o discurso quando as proposições são demasiado longas.

³ Sexto, *Hipótiposes Pirrónicas*, B 137.

é preciso e basta que a implicativa $((p \supset q) \cdot p) \supset q$ seja uma tautologia. Esta tese é muito importante e merece algumas explicações.

Recorde-se que Lukasiewicz insistiu muito no facto de Aristóteles apresentar os seus silogismos sob a forma de teses, de leis lógicas, e os estóicos sob a forma de inferências ou de esquemas de inferência; a ponto de ver aí uma das duas diferenças capitais entre as duas lógicas, a pôr no mesmo pé que a que separa uma lógica dos nomes de uma lógica das proposições. É verdade que ele forçou aqui um pouco as coisas. Por um lado, acontece por vezes a Aristóteles enunciar os seus silogismos, sobretudo quando se fazem com base em termos concretos, sob a forma inferencial. Por outro lado, se os estóicos preferiram não enunciar os seus sob a forma de implicações, foi talvez menos por razões de ordem lógica que por causa de dificuldades de expressão que a língua comum, na ausência de um simbolismo lógico, lhes opunha. Porque como a sua maior era muitas vezes já uma implicativa, fazê-la entrar por sua vez no antecedente de uma implicativa obrigava a reduplicações gramaticalmente aberrantes: *Se se é dia está claro e é dia, está claro*. Perante construções tão «monstruosas», como as qualificou um filólogo moderno, compreende-se que os sucessivos editores de Sexto, por exemplo, tenham acreditado em erros dos manuscritos e se tenham esforçado por «rectificá-los», tornando assim o texto ininteligível para um lógico¹. Mas o importante é que os estóicos não tenham recuado, quando a teoria lógica a isso obrigava, perante construções de frase tão bárbaras. Marcavam assim a importância que eles atribuíam a que se distinguisse bem entre a forma inferencial e a expressão implicativa, distinção indispensável para um lógico moderno. E, o que é ainda melhor, eles estabeleciam correctamente a relação entre ambas: é precisamente essa relação que enuncia o seu critério do raciocínio concludente. Compreender-se-á o interesse que ele apresenta para um lógico se se observar, como o faz B. Mates², que este critério está estritamente aparentado com o que Quine chama a «regra de condicionalização», e com o que é conhecido em lógica moderna sob o nome de «teorema da dedução», que estabelece o elo entre a relação lógica de implicação e a relação metalógica de consequência. Ainda sobre este ponto, a teoria lógica dos estóicos tem um nítido avanço sobre a de Aristóteles.

Entre os raciocínios concludentes, os estóicos introduziam seguidamente várias distinções. Em primeiro lugar, e se bem que em princípio o qualificativo de verdadeiro convenha apenas à proposição, eles falavam de raciocínio verdadeiro no caso em que o raciocínio contém ape-

¹ Um exemplo marcante é dado por B. Mates («Stoic logic and the text of Sextus Empiricus», *American Journal of philology*, 1949, p. 290-298, especialmente p. 296). Trata-se de um texto perfeitamente límpido para um lógico (*Hipotip. Pirr.*, B 137; citado atrás, p. 99), e sobre o qual os dois principais manuscritos estão de acordo, mas onde tropeçaram, até Lukasiewicz, todos os editores e comentadores: Bekker (1842), Pappenheim (1881), Rüstow (1910), Mutschmann (1912-14), Heintz (1932), Bury (1933). Encontrar-se-á esse exemplo resumido no nosso artigo «Vues nouvelles sur l'ancienne logique», *Les Études philosophiques*, Abril-Junho de 1956, p. 199-200.

² *Arti. Citado*, p. 294 nota 17.

nas proposições verdadeiras ou, como diz mais precisamente Sexto¹, quando não é válida a implicação que liga a conclusão às premissas, mas quando é verdadeira também a conjuntiva que reúne as duas premissas. É aqui claramente feita a distinção entre a validade formal do raciocínio, que é independente da verdade das proposições que o compõem, e a verdade material dessas proposições. Uma tal distinção não podia sem dúvida ter escapado a Aristóteles, já que era essencial ao objectivo de uma lógica formal e já está bem implícita, por exemplo, na repartição que ele fazia dos silogismos em demonstrativos, dialécticos e erísticos, e depois, mais tarde e mais em geral, na substituição dos termos concretos da proposição por variáveis. Mas é a primeira vez, que nós saibamos, que esta tese fundamental é estabelecida e expressamente formulada.

Em seguida, entre esses raciocínios verdadeiros, alguns são demonstrativos, outros não. Um raciocínio é uma demonstração quando, a partir de coisas conhecidas, estabelece uma coisa nova até aí desconhecida, em resumo, quando vai do evidente, *προσδηλον*, para o não evidente, *ἄδηλον*, por exemplo: *Se o suor atravessa a pele há poros, ora o suor atravessa a pele, logo há poros*. Ao passo que uma raciocínio que vai do evidente ao evidente, como *Se é dia está claro, ora é dia, logo está claro*, não é uma verdadeira demonstração, pois que sendo a conclusão tão evidente como as premissas, não tem propriamente de ser demonstrada.

Os silogismos, no sentido em que os estóicos entendem este termo, e ao qual se referem todos os exemplos dados atrás, não são os únicos raciocínios concludentes. Porque um raciocínio pode ser concludente sem assumir a forma silogística². Na sua preocupação de formalismo, os estóicos reservavam de facto a palavra silogismo unicamente aos raciocínios apresentados sob certas formas canónicas. Por exemplo, se em vez de enunciar a maior *Se o primeiro, o segundo*, se diz *Do primeiro segue-se o segundo*, o raciocínio ou o tropo nem por isso será menos concludente, mas já não será um silogismo. E ainda menos, consequentemente, com raciocínios concludentes como estes: *É dia, ora tu dizes que é dia, logo tu dizes a verdade*; ou ainda: *o primeiro é maior que o segundo e o segundo maior que o terceiro, logo o primeiro é maior que o terceiro*. Discutia-se a questão de saber se existiam, como o defendia Antipater, raciocínios concludentes com uma única premissa, *μονολήμματοι*.

Quais são portanto essas formas canónicas do silogismo? Há cinco fundamentais, cuja formulação é expressamente atribuída a Crisipo; só serão olhados como silogismos os raciocínios que, ou se exprimem sob uma dessas formas, ou a elas se deixam reduzir segundo certas regras bem definidas³. Esses cinco silogismos fundamentais, pelos quais se demonstram assim todos os outros, são eles próprios dados como inde-

¹ *Hipót. Pirr.*, B138.

² Parece que alguns, identificando então silogismo e raciocínio concludente, preferiam chamar «não silogísticos» aos raciocínios que tinham a aparência do silogismo mas não eram concludentes, por exemplo: *Se Díon é um cavalo é um ser vivo, ora Díon não é um cavalo, logo Díon não é um ser vivo* (Diógenes, VII, 78).

³ Diógenes, VII: *συλλογιστικοὶ μὲν οὖν εἰσιν οἱ ἥτοι ἀναπόδεικτοι ὄντες ἢ ἀναγόμενοι ἐπὶ τοῦ ἀναποδείκτου κατὰ τὶ τῶν θεμάτων ἢ τινά.*

mostráveis, ou mais exactamente, como não-demonstrados, ἀναπόδεικτοι¹. Eles desempenham o papel das proposições primeiras num sistema axiomático, uma vez postos eles próprios sob a forma de uma proposição implicativa. Chegaram ao nosso conhecimento através de várias fontes independentes e concordantes². Recorde-se que as variáveis, simbolizadas aqui por numerais ordinais, representam proposições, e não termos como em Aristóteles:

1. Se o primeiro o segundo, ora o primeiro, logo o segundo.
2. Se o primeiro o segundo, ora não o segundo, logo não o primeiro.
3. Não ao mesmo tempo o primeiro e o segundo, ora o primeiro, logo não o segundo.
4. Ou o primeiro ou o segundo, ora o primeiro, logo não o segundo.
5. Ou o primeiro ou o segundo, ora não o segundo, portanto o primeiro.

Vê-se que na base do seu sistema lógico os estóicos punham quatro operadores proposicionais: a negação e três conectores binários que são: a implicação, a conjunção e a disjunção exclusiva. A combinação, no terceiro indemonstrado, da negação e da conjunção, equivale à incompatibilidade assertórica, que é uma não-conjunção. Mas era inútil acrescentar este quarto conector, pois que já se dispunha da conjunção e da negação, que bastam para exprimi-lo. A preocupação de reduzir ao mínimo o número das noções primeiras junta-se naturalmente a de reduzir o número das proposições primeiras. Vê-se bem que, por exemplo, para cada um dos seus últimos silogismos, pode ter parecido natural, por analogia com o par dos dois primeiros, desdobrar a fórmula, e enunciar os três silogismos seguintes:

3. *bis*. Não ao mesmo tempo o primeiro e o segundo, ora o segundo, logo não o primeiro.
4. *bis*. Ou o primeiro ou o segundo, ora o segundo, logo não o primeiro.
5. *bis*. Ou o primeiro ou o segundo, ora não o primeiro, logo o segundo.

Se Crisipo não cedeu a essa tentação e se sentiu a inutilidade de tal sobrecarga, isso prova: 1.º que ele sabia distinguir entre o caso dos conectores simétricos e o do conector assimétrico; 2.º que ele sabia pra-

¹ Não demonstrado é a tradução exacta. Indemonstrável, por que muitas vezes se traduz o ἀναπόδεικτος dos estóicos, tem o defeito de sugerir que os estóicos davam um carácter absoluto a esta ausência de demonstração, enquanto que a adopção de *não demonstrado* sugere que eles tinham de facto consciência da relatividade da escolha das proposições primeiras do sistema. *

² Nomeadamente: Sexto, *Hipótiposes Pirr.*, II, 157 e ss.; *Adversus Mathem.*, VII, 224 e ss.; Diógenes, VII, 79-81.

ticar a substituição das variáveis e portanto tratar estas de outro modo que não como simples abreviações de linguagem¹.

Estas cinco fórmulas, exprimíveis em axiomas do sistema, definem implicitamente os termos primeiros que aí figuram e que são os indefiníveis, ou antes, os não-definidos, do sistema. Verifica-se que, assim caracterizados pelo uso que deles é feito, estes quatro operadores são tomados no mesmo sentido² que os operadores correspondentes do nosso cálculo moderno. Podemos portanto exprimir esses cinco indemostrados na nossa linguagem simbólica:

$$\begin{array}{ccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 \frac{p \supset q}{p} & \frac{p \supset q}{\sim q} & \frac{\sim(p \cdot q)}{p} & \frac{p \vee q}{p} & \frac{p \vee q}{\sim q} \\
 q & \sim p & \sim q & \sim q & p
 \end{array}$$

As implicações que os justificam escrever-se-iam assim:

1. $((p \supset q) \cdot p) \supset q$
2. $((p \supset q) \cdot \sim q) \supset \cdot p$
3. $(\sim(p \cdot q) \cdot p) \supset \sim q$
4. $((p \vee q) \cdot p) \supset \sim q$
5. $((p \vee q) \cdot \sim q) \supset p$

Dos cinco indemostrados tiravam-se, diz-nos Cícero, inúmeras conclusões, ou seja, demonstrava-se através deles um grande número de raciocínios, reduzindo estes a um dos indemostrados com a ajuda de um pequeno número de regras, chamadas temas, θέματα. Sabemos que os estóicos reduziam essas regras a quatro, das quais só conhecemos duas, a primeira e a terceira. A primeira é uma regra de redução ao impossível. A outra equivale a dizer que quando de duas proposições resulta uma terceira, e que uma das primeiras pode ela própria ser concluída de um outro par de premissas, nesse caso temos o direito de concluir a terceira proposição desse segundo par de premissas e da premissa que resta do primeiro par. É pena que as duas outras regras não tenham chegado até nós, porque esta lacuna da nossa informação retira-nos o meio de controlar se a lógica dos estóicos constituía realmente, como eles se ufanavam, aquilo a que hoje chamaríamos um sistema completo. Contudo, não temos conhecimento de que essa pretensão tenha sido contestada pelos antigos.

Uma outra lacuna é igualmente lamentável: dessas «inúmeras conclusões» que se tiravam dos cinco axiomas, só um número muito

¹ Depois de Crisipo outros lógicos, muito provavelmente estóicos, acharam bem alongar esta lista. A que era usual, ao que parece, no fim da Antiguidade, incluía sete tropos, assentando os dois adicionais, tal como o terceiro de Crisipo, na negação da conjunção, mas introduzindo além disso a negação num dos termos conjuntos (*Não ao mesmo tempo: não o primeiro e não o segundo...*).

² Só há incerteza para a implicação, a qual sabemos se prestava a quatro interpretações diferentes. Adoptaremos, na nossa transcrição simbólica moderna, a interpretação de Filon.

pequeno chegou até nós, de maneira que ignoramos os desenvolvimentos alargados que Crisipo tinha dado à lógica nos muito numerosos tratados que ele consagrara a esta ciência¹. É um pouco como se, dos *Elementos* de Euclides, só nos tivessem chegado, juntamente com a base axiomática, alguns teoremas isolados, e privados das suas demonstrações. Pelo menos os que conhecemos são bastante instrutivos. A título de exemplos eis, enunciados sob a forma inferencial correspondente, dois dos teoremas lógicos, que são expressamente atribuídos a Crisipo, e cuja relação ao primeiro e ao quinto indemonstrados é bastante manifesta:

Se o primeiro, ora o primeiro, logo o primeiro.

Ou o primeiro ou o segundo ou o terceiro, ora não o primeiro e não o segundo, logo o terceiro.

Belas descobertas! ironizará um ingénuo, provando assim que se equivoca sobre o objecto da lógica. Estes exemplos dão, pelo contrário, testemunho do sentido agudo que Crisipo tinha do objecto desta ciência e, mais geralmente, das exigências de um sistema dedutivo formalizado. Ele não ignora certamente que estes dois teoremas são, por si mesmos, perfeitamente evidentes: o primeiro assemelha-se como um irmão ao princípio de identidade; quanto ao segundo, o próprio Crisipo nos diz que ele é acessível mesmo a um cão, pois este o põe em prática quando, seguindo uma pista e chegando a uma trifurcação, ele fareja sucessivamente e sem êxito a primeira e a segunda via, e se encaminha então resolutamente pela terceira. Se Crisipo enuncia estes teoremas, é pois porque, em avanço sobre os seus predecessores, atribui como objecto à demonstração não o estabelecer coisas não-evidentes, mas o organizar um conjunto de proposições até então isoladas, e unificá-las num sistema dedutivo. Verificámos um progresso deste género no pensamento de Aristóteles. Do mesmo modo que os princípios da contradição, do terceiro excluído, da dupla negação, não figurarão entre os axiomas do sistema russelliano, mas entre os seus teoremas, assim e no mesmo espírito Crisipo demonstra evidências. O problema é pôr no ponto de partida, não necessariamente todas as proposições evidentes, mas as proposições que são susceptíveis de fornecer a base mínima para o sistema. Além disso, se Crisipo sente a necessidade de fazer figurar, entre os teoremas do sistema, proposições tão banais, é sem dúvida porque tem consciência da necessidade de nada subentender ao longo das demonstrações, num sistema lógico, e de formular expressamente todas as proposições, ainda que elas sejam perfeitamente evidentes, que será necessário utilizar ulteriormente.

Se nos faltam as demonstrações destas proposições, há uma outra proposição acerca da qual Sexto, felizmente, nos indicou como ela era demonstrada. Trata-se, a bem dizer, de um argumento céptico de Enesídemo dirigido contra a teoria estóica dos signos, mas tratado, certamente de propósito, no próprio estilo dos filósofos que ele atacava. Após tê-lo enunciado, Sexto continua²: «Isso tornar-se-á claro se apre-

¹ Diógenes Laércio tem necessidade de várias páginas para enunciar simplesmente os seus títulos.

² *Adv. Math.*, VIII, 235-236.

sentarmos o raciocínio sob a forma do tropo, o que dá: *Se ao mesmo tempo o primeiro e o segundo, o terceiro; ora não o terceiro, mas o primeiro; logo não o segundo*. Pois que temos aí em primeiro lugar um $\sigma\upsilon\nu\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$ no qual o antecedente é a conjunção do primeiro e do segundo, e o consequente o terceiro, em seguida a negação contraditória deste consequente com *Não o terceiro*, daí concluímos, em virtude do segundo indemonstrado, pela negação contraditória do antecedente, isto é, *Logo não ao mesmo tempo o primeiro e o segundo*. Esta conclusão está contida em potência no raciocínio, dado que temos premissas que a incluem, ainda que ela não chegue à expressão verbal. Se a colocamos ao lado da premissa que resta, que é *O primeiro*¹, temos, pelo terceiro indemonstrado, a conclusão *Logo não o segundo*. Temos assim dois indemonstrados: Primeiramente *Se ao mesmo tempo o primeiro e o segundo, o terceiro; ora não o terceiro; logo não ao mesmo tempo o primeiro e o segundo*, o que é o segundo indemonstrado; em seguida o terceiro indemonstrado sob a forma *Não ao mesmo tempo o primeiro e o segundo, ora o primeiro, logo não o segundo*.» Valia a pena citar este texto, que apresenta um grande interesse para um moderno, porque mostra que, como escreve Lukasiewicz a propósito precisamente desta demonstração, «os lógicos competentes raciocinavam, há dois mil anos, do mesmo modo que nós o fazemos hoje»². A questão tornar-se-á sem dúvida ainda mais clara se se transcrever o conjunto, tropo e demonstração, na linguagem simbólica moderna:

$$\begin{array}{l} \text{Tropo: (1) } (p \cdot q) \supset r \\ (2) \sim r \\ (3) p \\ \hline (4) \sim q \end{array}$$

Demonstração:

1.º de (1) e (2), pelo segundo indemonstrado, obtém-se:

$$(5) ((p \cdot q) \supset r) \cdot \sim r: \supset \cdot \sim (p \cdot q)$$

2.º Da conclusão de (5) por um lado, e de (3) por outro, pelo terceiro indemonstrado, obtém-se:

$$(6) \sim (p \cdot q) \cdot p: \supset \sim q.$$

Este único exemplo basta para nos mostrar que as demonstrações lógicas dos estoicos, se eram sem dúvida menos desenvolvidas, eram no entanto, pela sua postura, tão próximas das demonstrações formalizadas da nossa lógica actual quanto o permitia a ausência de uma língua simbólica.

Sendo os textos antigos assim reinterpretados graças à luz que sobre eles projecta, nos nossos dias, a renovação da lógica, verifica-se

¹ Bochenski, F., p. 149, traduz: «a primeira» (premissa), ao passo que o contexto impõe evidentemente que se traduza: «o primeiro», isto é, a variável que contém a premissa que resta, ou seja, a menor.

² Aristi. Syll., p. 59; encontrar-se-á, em nota desta mesma página, o texto grego de Sexto que traduzimos atrás.

que, se os estóicos inovaram nas palavras, é porque tinham antes inovado nas coisas. A sua lógica não é apenas, como o tinham compreendido Brochard e Lachelier, diferente da de Aristóteles e melhor adaptada à sua filosofia. Ela é mais fundamental que a de Aristóteles, no sentido de que as relações interproposicionais, que ela toma por objecto de estudo, estão pressupostas em toda a teoria do raciocínio, e portanto na própria silogística de Aristóteles, onde elas apenas se encontram, salvo em algumas excepções esporádicas, em estado implícito. Além disso, pode dizer-se que, no seu domínio próprio, ela levou mais longe a análise lógica. A distinção expressa entre o que chamaríamos a verdade formal e a verdade material, a distinção também entre o raciocínio e o tropo, a relação estabelecida entre este e a implicação tautológica que o justifica, a explicação das regras segundo as quais funciona um raciocínio formalizado: tudo isso testemunha uma melhor tomada de consciência das exigências de uma lógica formal. Constatação que nada tem de desatencioso para com Aristóteles, se nos lembrarmos que, fundada pela mesma altura que os megáricos fundaram a sua, a lógica dos estóicos só mais tardiamente atingiu o seu pleno desenvolvimento, e pelos contributos sucessivos de vários. Finalmente, a censura tão frequentemente dirigida aos estóicos de caírem num formalismo miudinho, volta-se quanto a nós a seu favor, porque compreendemos que tais escrúpulos eram, para a lógica, uma condição indispensável dos seus progressos, e já mesmo da sua constituição como ciência formal.

Capítulo V

O FIM DA ANTIGUIDADE

Após Teofrasto e Crisipo, o período criativo aberto por Aristóteles e pelos megáricos terminou, como se nada mais de essencial restasse para descobrir em lógica. As escolas filosóficas persistem, mas estão ocupadas com outros problemas. Os autores que, depois do início da era cristã, farão alusão aos sucessores de Crisipo ou de Teofrasto, exprimir-se-ão do modo mais vago, designando-os simplesmente como «os modernos», οἱ νεώτεροι: o que sugere que nenhum deles impunha a sua personalidade. Uma das características deste período, que se estende do século II antes da nossa era até ao século VI depois de Cristo, é, além da falta de invenção, aquilo a que Bochenski chama o seu «sincretismo», isto é, a sua tendência para amalgamar num ensino lógico unitário o que vem das duas grandes escolas rivais, a peripatética e a estóica. É realmente de ensino que há que falar, porque se verifica que as obras de lógica desta época tinham, na sua maioria, o carácter de manuais, a menos que se tratasse de comentários de textos clássicos e nomeadamente de Aristóteles.

Deste conjunto bastante neutro e largamente anónimo, alguns nomes se destacam entretanto, os de autores que, a títulos diversos, desempenharam um certo papel no desenvolvimento da lógica ou, pelo menos, no conhecimento que dela temos. Em primeiro lugar, naturalmente, os que trouxeram de facto alguma coisa de novo, por modesto que seja esse contributo, e contribuíram assim para a formação daquilo a que se chamará a lógica clássica. É o caso de Apuleio e de Galeno no século II, de Porfírio no final do século III, de Boécio no século VI. Depois, os comentadores, que nos são preciosos para fixar a interpretação dos textos conhecidos, e para nos darem a conhecer, eventualmente, textos perdidos. Algumas vezes, os seus comentários acrescentam novas precisões: por exemplo, quando Alexandre de Afrodísia (século III)

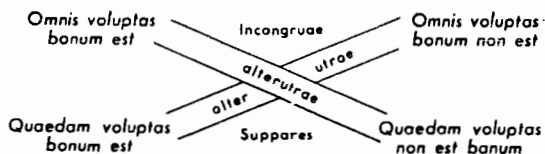
estabelece o papel das variáveis e pratica, para demonstrar a convertibilidade da universal negativa a substituição das variáveis; é também a ele que remonta senão a iniciativa — porque isso já se encontra em Apuleio e mesmo por vezes, como se viu, em Aristóteles — pelo menos o hábito de enunciar os silogismos sob a forma inferencial. Um outro comentador de Aristóteles, João Filopono (séculos VI-VII), deu uma definição dos termos do silogismo que evita as dificuldades até então encontradas, isto é, uma definição que seja igualmente válida para todas as figuras, propondo definir o termo grande como aquele que é predicado na conclusão: definição que será em seguida largamente adoptada. Destes comentadores, aos quais se pode juntar Simplicio (século VI), podem aqui aproximar-se os autores que, sem propriamente comentá-las mas discutindo-as por vezes, nos informam sobre doutrinas para as quais não possuímos as obras originais. Ao lado do honesto Diógenes Laércio (século III?), é preciso sobretudo mencionar Sexto Empírico (século III), cujos três livros das *Hipótiposes Pirrónicas* e onze livros *Contra os Matemáticos* são a nossa principal fonte para o conhecimento da lógica megárico-estóica.

Há também que não esquecer que este período é aquele em que, a partir de Cícero, a filosofia vê a sua expressão grega desdobrar-se numa expressão latina, que prepara assim o vocabulário lógico da Idade Média. Sabe-se que Cícero se tinha a si próprio atribuído como função o aclimatar na língua latina, por meio de traduções apropriadas, os termos técnicos da filosofia grega. As suas traduções, no que se refere à lógica, nem sempre são felizes; por exemplo, ele traduz o *ἀξιωμα* dos estóicos por *enuntiatio*, o que faz suspeitar que ele não tenha captado a diferença entre um *λεχτόν* e a sua expressão verbal¹. Apulei no século II, Mário Vitorino no IV, Marciano Capella no V, contribuíram para tais transcrições. Mas foi sobretudo Boécio que, tanto pelas suas traduções das obras lógicas de Aristóteles como pelos seus comentários e pelas suas obras próprias, fixou o vocabulário lógico de base para os séculos seguintes.

Apuleio, o poeta da *Asno de ouro*, também escreveu em filosofia, e a sua obra *De dogmate Platonis* chegou até nós. Compõe-se de três livros, que correspondem à divisão tradicional da filosofia em física, moral e lógica. É neste terceiro livro, *De philosophia rationali*, por vezes designado *περὶ ἐρημνεύσεως*, que ao abordar o estudo das relações entre as quatro proposições clássicas distinguidas segundo a qualidade, o autor declara que não será descabido apresentá-las *in quadrata for-*

¹ De fato, I, I; X, 20. A palavra *propositio*, que ele introduz, tem nele um sentido mais estreito, designando a premissa do silogismo hipotético, o *ἡγεμονικὸν λῆμμα* dos estóicos. É um pouco mais tarde, em Quintiliano, que a palavra designará, mais amplamente, todo o enunciado declarativo; passará neste sentido da linguagem da retórica para a da filosofia, por exemplo, em Apuleio. Foi este sentido que a palavra francesa correspondente conservou, com a confusão que ele favorece entre o enunciado verbal e o seu conteúdo objectivo.

mula¹. Depois de ter enunciado, muito correctamente, todas essas relações, com as regras de inferência que elas permitem, dispõe-nas assim:



Notar-se-á que, se figuram de facto neste quadro as contraditórias (*alterutrae*), as contrárias (*incongruae*) e as subcontrárias (*suppares*), não se encontram aí mencionadas as subalternas. Contudo, as relações que lhes dizem respeito não tinham sido esquecidas: «Uma e outra universal, se é aprovada, confirma a sua particular, ao passo que se é rejeitada não a infirma. Inversamente a particular, se é rejeitada, infirma a sua universal, ao passo que se é aprovada não a confirma». Se estão ausentes do quadro, é porque não têm de figurar, de facto, num quadro das *opostas*. Porque só com as três outras relações é que há verdadeiramente oposição, *pugna*: oposição perfeita e inteira, *perfecta et integra*, para as contraditórias; oposição parcial, *dividua*, para as outras duas.

Recorde-se que o *Organon* aristotélico, tal como nos foi transmitido, abre com uma introdução, *εἰσαγωγή*, escrita por Porfírio, discípulo de Plotino. Traz uma modificação à teoria daquilo a que seguidamente se chamará os *predicáveis*, que se distinguem dos *predicamentos* que são as categorias. Enquanto que as categorias são as diversas maneiras de predicar (segundo a qualidade, o lugar, a relação, etc.), os predicáveis são os diversos tipos de predicados possíveis, e eis como Aristóteles os distribuía. Uns exprimem a essência do sujeito, a sua *quiddidade* como se diria na Idade Média para traduzir o *τι ἦν εἶναι* de Aristóteles: a proposição é então uma *definição*, para o homem, por exemplo, ser um animal racional. Se o predicado enuncia alguma coisa que, sem ser a essência do sujeito no entanto lhe pertence e só a ele pertence, é um *próprio*, por exemplo, para o homem o ser dotado da faculdade de rir. Se enuncia o que o sujeito tem de comum com outros sujeitos especificamente diferentes, ele marca o *género*, por exemplo, para o homem, ser um vivente. Finalmente, se enuncia um predicado que pode pertencer ao sujeito, mas pode igualmente não lhe pertencer, é um *acidente*, por exemplo, para um homem o estar a dormir. É esta lista dos predicáveis, tomada na ordem inversa, que dita o plano dos *Tópicos*. Porfírio introduz-lhe duas modificações: substitui a definição pela *diferença*, e ao género acrescenta a *espécie*. Algumas diferenças não são

¹ L. *Apuleii Opera omnia*, ed. G. F. Hildebrand, Leipzig, 1842, vol. II, p. 265 e ss. Diga-se que a atribuição deste terceiro livro a Apuleio foi contestada. Sobre Apuleio lógico: M. W. Sullivan, *Apuleian logic, the nature, sources and influence of Apuleius' «Peri hermeneias»*, Amesterdão, North Holland Publishing C.º, 1968.

mais que diversidades, mas as que merecem mais propriamente ser chamadas diferenças são as que permitem distinguir as espécies dentro de um mesmo género. Fazendo-se a definição pelo género e pela diferença específica, a introdução desta permitia definir a definição, e portanto afastá-la da lista dos predicáveis. Por outro lado, enquanto que Aristóteles apenas retinha na sua silogística as proposições que tinham por sujeito um termo conceptual, isto é, mesmo no caso de uma extensão mínima desse conceito, já uma espécie, de modo que lhe bastava contar o género entre os predicáveis, Porfírio toma também em consideração as proposições singulares, aquelas cujo sujeito designa um indivíduo; ora, este já não pode ser referido directamente a um género, mas apenas à espécie de extensão mínima, uma espécie que seja apenas espécie, espécie especialíssima, τὸ εἰδικώτατον : é preciso pois fazer figurar a espécie entre os predicáveis. Esta teoria, que se chamará então a das *cinco voces*, tornar-se-á uma das bases do ensino da lógica, no início da Idade Média.

A lógica de Porfírio distingue-se também, e mais profundamente, da de Aristóteles, pelo seu aspecto francamente extensional. Embora falando de predicados, Porfírio pensa realmente em classes e em encaixe de classes. Ele já não diz que o predicado *pertence* ao sujeito, ὑπάρχει, mas apenas que ele é *afirmado* do sujeito, κατηγορεῖται, ou que é *dito* do sujeito, λέγεται; o género engloba a espécie, περιέχει, é superabundante, πλεονάζει, em relação à espécie, e de igual modo a espécie em relação ao indivíduo.

O exemplo que se tornou clássico do encaixe das classes, desde o género generalíssimo, τὸ γενικώτατον, até à espécie especialíssima e o indivíduo, passando por todos os graus intermédios em que cada termo é espécie em relação ao que o precede e género em relação ao que se lhe segue, é a série seguinte: substância, corpo, corpo animado (vivente), animal, animal racional, homem (animal racional e mortal), Sócrates. Não tardará a representar-se esta hierarquia por esquemas diversos, o mais célebre dos quais, conhecido sob o nome de árvore de Porfírio, apresenta uma árvore em que de um tronco comum, por exemplo, a substância, partem vários ramos, substância corporal e substância incorporeal, estas diversificam-se então em vários ramos, por exemplo, os corpos em animados e inanimados, e assim por diante.

O renome que Galeno, conhecido sobretudo como médico, adquiriu na história da lógica, assenta em parte sobre um erro. A tradição atribui-lhe o ter instituído, com a ajuda dos silogismos que Teofrasto tinha classificado na primeira figura como «modos indirectos», uma quarta figura, que por isso se qualificou de «galénica». Esta atribuição só se fundamenta no entanto num número muito reduzido de declarações muito posteriores e razoavelmente suspeitas. Com efeito, ela achase contradita por um texto do próprio Galeno, em que a possibilidade de uma quarta figura é expressamente excluída: «Estes silogismos categóricos não podem ser formados em outras figuras que não nas três que foram citadas..., como mostrei no meu tratado *Da Demonstração*¹.» O

¹ *Instit. log.*, XII, 26, 14-17; citado por Bochenski, *F. L.*, p. 162. À parte um breve tratado sobre os sofismas, a única obra lógica de Galeno que nos chegou é a sua

problema foi resolvido por Lukasiewicz¹, de uma maneira que parece decisiva. Se se fizer um estudo sistemático dos silogismos compostos ou polissilogismos, ver-se-á que um silogismo de quatro termos reunidos em três premissas, portanto, com dois termos médios, se se tratar segundo os mesmos princípios que fazem com que se reconheçam três figuras no silogismo simples, contará com quatro. Ora, que é isso que Galeno tem em vista, é precisamente o que nos informa o texto de um escoliasta desconhecido, texto publicado em 1899, mas que então passou despercebido: «Se Aristóteles diz que há apenas três figuras, é porque ele não considera senão os silogismos simples, os que contam três termos. Ao passo que Galeno diz, no seu tratado *Da Demonstração*, que há quatro figuras, porque considera silogismos compostos que contam quatro termos. «Foi pois na sequência de uma confusão que a quarta figura «galénica» foi assimilada àquilo que será a quarta figura do silogismo clássico de três termos e duas premissas. É qualquer outro, de nós desconhecido, que introduzirá muito mais tarde uma quarta figura.

Galeno tem no entanto outros títulos para figurar na história da lógica. Ele oferece em primeiro lugar um exemplo desse sincretismo que associa lógica aristotélica e lógica estoica. Não tem escrúpulo em misturar os dois vocabulários, por exemplo, em chamar «indemonstrados» aos modos da primeira figura aristotélica; justapõe, recusando-se a tomar partido sobre a questão do primado de um ou de outro, o silogismo categórico e o silogismo hipotético², tendo cada um deles, na sua opinião, um domínio de aplicação que lhe é próprio. Em seguida e sobretudo, ele acrescenta a estes dois tipos de raciocínios uma terceira espécie, a dos silogismos da relação, κατὰ τὸ πρὸς τι, acerca dos quais ele pensa que poderiam constituir o objecto de uma teoria comparável à das outras duas espécies de silogismos. Se é verdade que ele próprio a não fez, pelo menos os exemplos que dá mostram que ele já tinha estabelecido o que nós chamamos a conversão das relações (*Sofronisco é o pai de Sócrates, logo Sócrates é filho de Sofronisco*) e a sua multiplicação (*Téon possui duas vezes mais que Díon, e Fílon duas vezes mais que Téon, logo Fílon possui quatro vezes mais que Díon*).

De Boécio conservámos, além dos seus escritos de moral e de apologetica, a tradução latina do *Organon* aristotélico, à excepção dos *Segundos Analíticos*, mas com a *Isagoge* de Porfírio, assim como comentários abundantes sobre esta *Isagoge*, sobre as *Categorias* e a *Interpretação*, também sobre os *Tópicos* de Cícero, mais algumas obras de lógica das quais as duas mais importantes tratam respectivamente do silogismo hipotético³. Foi por seu intermédio que a Idade Média come-

Introdução à Dialéctica, εισαγωγή διαλεκτική (*Institutio logica*, ed. Kalbfleisch, Leipzig, 1896).

¹ *Arist. syll.*, p. 38-42.

² Foi igualmente Galeno que estabeleceu o costume de chamar «hipotéticas» ao conjunto das proposições compostas, isto é, não apenas às «condicionais» (ou «hipotéticas» *stricto sensu*), mas também às conjuntivas e às disjuntivas, em resumo, às que correspondem às três premissas iniciais das cinco indemonstradas.

³ As obras lógicas de Boécio encontram-se, em edição moderna, na *Patrologia latina* de Migne, vol. 64. Paris, 1860.

çou a conhecer Aristóteles, e mesmo de início unicamente pelas suas traduções das *Categorias* e da *Interpretação*. As suas exposições apresentam diferentes traços não aristotélicos, que se perpetuam, através da Idade Média, até à lógica clássica. É assim que ele enuncia habitualmente os seus silogismos categóricos sob a forma de inferências. Encontra-se nele também, várias vezes¹, o quadrado lógico de Apuleio, mas com as duas diferenças seguintes: ele é completado pelo acrescento da subalternação, e revestido de um outro vocabulário, o que acabou por ficar no uso corrente: *contradictoriae*, *contrariae*, *subcontrariae*, *subalternae*. Deve-se-lhe igualmente a introdução de alguns outros termos que se tornaram clássicos, tais como, *sujeito*, *predicado*, *contingente*.

É sobretudo o *De syllogismo hypothetico* que merece atenção³. Em primeiro lugar, ele traz-nos um bom exemplo desse sincretismo pelo qual se combinam elementos provenientes das duas grandes correntes da lógica grega, a peripatética e a estóica. A influência peripatética parece nitidamente dominante. No início do tratado, Boécio refere-se a Teofrasto, *vir omnis doctrinae capax*, ao qual associa Eudemo, ao passo que não faz menção dos estóicos. O seu vocabulário é de dominante aristotélico, e sobretudo o seu espírito está manifestamente equipado por uma conceptualização aristotélica. Mas alguns exemplos vêm-lhe dos estóicos (*Se é dia está claro*); e enquanto que Teofrasto apenas considera os silogismos hipotéticos totais, Boécio concede um amplo lugar aos silogismos hipotético-categóricos, o que sugere uma fonte estóica, ainda que indirecta. É particularmente instrutivo, sobre esta questão, examinar o modo como ele faz uso das variáveis. Verifica-se em primeiro lugar que ele as representa sempre por letras, como Aristóteles, e não por numerais ordinais à maneira estóica. Além disso, ele faz habitualmente seguir ou preceder essas letras do verbo *ser*: *Si A est, B est*, ou *Si cum sit A, est B...* É verdade que esta introdução do verbo não é absolutamente decisiva, porque pode acontecer que *est* signifique *é verdadeiro* e se refira então a uma proposição, e não a um nome. Mas, de facto, os exemplos dados como substitutos das variáveis são quase sempre nomes, tais como, *homem*, *animal*, *médico*, *branco*. É pois muito duvidoso que possa dizer-se, como não temeu fazê-lo um dos seus modernos intérpretes, que a lógica de Boécio é uma lógica das proposições³, mesmo que seja verdade que ela se deixa traduzir bastante bem assim. Mas o que é preciso sobretudo notar, porque isso mostra bem que Boécio não via claramente a diferença, é que lhe acontece introduzir um exemplo tirado dos estóicos, e pô-lo no mesmo plano que os que são

¹ 471 B, 775 A, 800 A.

² R. van den Driessche, «Sur le *De syllogismo hypothetico* de Boèce», *Methodos* (Milão), 1949, p. 293-307.

³ K. Dürr, *The propositional logic of Boethius*, Amsterdão, North Holland publishing Co, 1951. Esta interpretação é tanto mais surpreendente da parte deste autor, quanto ele insiste precisamente na influência de Aristóteles, reduzindo a quase nada a dos estóicos.

de inspiração aristotélica. Assim, quando descreve as quatro combinações possíveis da proposição hipotética consoante cada uma das suas componentes é afirmativa ou negativa, ele dá, para as afirmativas duplas¹, *Si dies est lux est*, e para as negativas duplas, *Si non est animal, non est homo*: sem ver, aparentemente, que num caso a variável é *dies est*, isto é, uma proposição, e não *dies* sozinho, ao passo que no segundo caso a variável parece ser apenas um nome, *animal*, que é preciso então completar com o verbo *ser*.

Antes de tratar dos silogismos, Boécio apresenta uma teoria das proposições hipotéticas, assinalando o que as distingue das categóricas, que são as predicativas. Não deixa de ter interesse notar que elas lhe parecem ter um alcance mais geral que as categóricas, no sentido de que se pode sempre exprimir uma categórica por uma hipotética que lhe é equivalente², mas não inversamente. Para as proposições tal como para os silogismos, ele emprega indiferentemente as duas palavras «hipotéticas» e «condicionais», não sendo para ele a segunda palavra nada mais que a tradução latina do primeiro³. Ele introduz a proposição hipotética ora por *si*, ora por *cum*; não é seguro que ele não ponha por vezes, sem dúvida sem se dar conta disso, um matiz diferenciador entre as duas palavras, mas, em princípio, ele tem-nas por sinónimas⁴, e tira apenas vantagem desta dualidade para evitar essas acumulações de *si* que tornavam «monstruosas» certas fórmulas estóicas. Ele distingue entre duas espécies de proposições hipotéticas: aquelas em que o consequente só está ligado ao antecedente de maneira accidental, aquelas em que ele lhe está ligado como uma consequência natural. No primeiro caso, por exemplo, *Se o fogo é quente, o céu é redondo*, a proposição significa simplesmente que no momento em que o fogo é quente, o céu é redondo, e não que é porque o fogo é quente que o céu é redondo. No segundo caso, quando se diz, por exemplo, *Cum homo sit, animal est*, tira-se uma consequência que não é verdadeira, mas necessária, *rectam*

¹ 835 B. Em razão da ambiguidade dos textos de Boécio, temos de citá-los na língua original, já que qualquer tradução sugere inevitavelmente uma certa interpretação. Parece que nele o verbo *ser* tem ora o sentido de uma simples cópula, ora o do verbo *existe*, ora finalmente o de *é verdadeiro*. Poder-se-ia, sem dúvida, em virtude desta flutuação, interpretar o exemplo atrás citado como significando *Se um animal existe*; mas então o exemplo já não seria de facto homogêneo com *Si dies est*; além disso, esta interpretação já não conviria para um outro exemplo inteiramente semelhante que Boécio dá um pouco mais atrás (834 C): *cum homo est, equus non est*, porque se é verdade que um homem não é um cavalo, não é verdade que a existência de um homem implique a não-existência de um cavalo.

² 832 C: *Videntur enim in aliquibus propositionibus nihil differre praedicativa propositio a conditionali, nisi tantum quodam orationis modo: velut si quis ita proponat, homo animal est, id ita si rursus enunciet, si homo est, animal est; hae propositiones orationis quodammodo diversae sunt. rem vero non videntur significasse diversam*. Cf. um pouco mais adiante, 833 A.

³ 833 C: *... qui hypothetici dicuntur, quos latino nomine conditionales vocamus*.

⁴ 834 C: *... cum dicimus, cum homo est, animal est, vel cum homo est, equus non est; quae enuntiatio propositionis ejusdem potestas est cujus ea quae hoc modo proponitur, si homo est animal est, si homo est equus non est*.

*ac necessariam consequentiam facit*¹. Reconhece-se aí, sob um vocabulário de aspecto aristotélico, a recordação das controvérsias megáricas e estoicas sobre a natureza da ἀκολουθία. Este texto de Boécio servirá por sua vez de ponto de partida para as especulações dos medievais sobre a implicação. E certo lógico moderno² não terá escrúpulos em traduzir a fórmula de Boécio, *uno secundum accidens, altero ut habeant aliquam naturae consequentiam* por: «1. *by material implication*, 2. *by formal implication*».

Passando seguidamente aos silogismos, Boécio entrega-se a um minucioso inventário das formas que eles podem revestir, aparentemente com a preocupação de construir, para a teoria do silogismo hipotético, um equivalente ao que são os *Primeiros Analíticos* para o silogismo categórico. A *propositio* (é assim que ele chama a primeira premissa) é primeiro apresentada sob a sua forma mais simples, com as suas quatro variantes conforme cada uma das suas duas componentes é afirmativa ou negativa: *Si est A, est B; si est A, non est B; si non est A, est B; si non est A, non est B*³. Ele encara seguidamente combinações mais complexas, sempre com as diversificações que a intervenção da negação traz consigo, por exemplo, as que partem de *Si sit A, cum sit B, est C*, ou de *Si cum sit A, est B, est C*⁴. Entre os silogismos assim inventariados, encontram-se os dois primeiros indemonstrados dos estoicos e os dois últimos, estes reunidos numa única fórmula, mas não o terceiro⁵:

¹ 835 B-D.

² J. T. Clark, *Conventional logic and modern logic*, Woodstock, Md. 1952, p. 38.

³ 845 B.

⁴ 849 B e 853 A. Para tornar a coisa mais legível para um moderno, transcreveremos, com todas as reservas que se impõem na situação de dúvida em que estamos tanto sobre a natureza das variáveis como sobre o sentido da implicação: $p \supset \cdot q \supset r$ e $p \supset q \cdot \supset r$.

⁵ Encontramo-lo entretanto, com uma mudança na ordem, nos *Tópicos* de Cícero, livro V, e no comentário que dele nos deu Boécio. É provável que a lista crisipiana dos cinco indemonstrados tenha sido um tanto modificada, sem dúvida na própria escola estoica, antes da época de Cícero. Seguidamente, encontrá-la-emos geralmente diversificada em sete axiomas, por exemplo, em Marciano Capella (século V) e em Cassiodoro, contemporâneo de Boécio. É interessante notar que Capella os enuncia, à maneira estoica, com números ordinais, como variáveis, e sem o acrescento de um desastrado *est*. Reconhecem-se nele, numa outra ordem, os indemonstrados I, III e IV de Crisipo, aos quais ele junta os quatro seguintes (notar-se-á que o último é falso):

2. *Si non primum nec secundum; secundum autem, et primum igitur.*

3. *Non et primum et non secundum; primum autem, igitur et secundum.*

5. *Aut primum aut secundum; non autem primum, igitur secundum.*

7. *Non et primum et secundum; non primum autem, igitur secundum.*

Transcrevendo, tanto quanto isso pode fazer-se, na notação simbólica moderna, e sob a forma de teses, teríamos

$$(\neg p \supset \neg q) \cdot q : \supset \cdot p$$

$$\sim (p \cdot \neg q) \cdot p : \supset \cdot q$$

$$(p \vee q) \cdot \sim p : \supset \cdot q$$

$$\sim (p \cdot q) \cdot \sim p : \supset \cdot q$$

Se est A, est B; atqui est A; est igitur B.

Si est A, est B; et non est B; non est igitur A.

*Aut est A, aut est B; siquidem A fuerit, B non erit; quod si A non fuerit, erit B; et si B non sit, erit A; si B fuerit, non erit A*¹.

Entre as formas mais complexas, relevaremos, a título de exemplo, as duas seguintes, que são aparentadas aos dois primeiros indemonstrados, mas cuja proposição comporta três componentes, e que fazem um apelo implícito à transitividade da implicação:

Si est A, est B, et si est B, necesse est esse C; tunc enim si est A, etiam C esse necesse est.

*Si est A, est B, et si est B, etiam C esse necesse est; at non est C, igitur A non est*².

Mencionaremos por fim, para servir de exemplo de um silogismo hipotético total, a fórmula:

*Si est A, non est B; si non est A, non est C; dico quoniam si est B, non est C*³.

Os escritos lógicos de Boécio são mais laboriosos do que verdadeiramente originais. Mas com ele, que Grabmann denominou «o último dos Romanos e o primeiro dos escolásticos», passamos da lógica antiga para a lógica medieval. A sua importância tem menos a ver com o que ele trouxe de próprio à lógica, que não é de facto muito considerável, do que com as informações que ele nos dá sobre a lógica antiga e com o papel de transição que ele desempenhou na elaboração da lógica da Idade Média.

¹ 845 B, 846 D, 874 D.

² 856 b e 858 b.

³ 861 B.

Capítulo VI

A LÓGICA MEDIEVAL

1. Características gerais do período

A lógica medieval é-nos ainda mal conhecida. Praticamente só há algumas dezenas de anos, mais precisamente por volta de 1935, é que se começou a estudá-la a sério, com um atraso de um bom meio século sobre a renovação de interesse que a filosofia escolástica em geral tinha suscitado nos modernos. Sobre muitos pontos, está-se ainda, hoje, no período da decifração. Porquê esta longa ignorância?

Primeiro, por uma razão totalmente exterior e de algum modo material: a dificuldade de ter acesso ao conhecimento dos textos. Anteriores à imprensa, os tratados medievais só existiam sob a forma de manuscritos. Só os mais célebres foram distinguidos pela impressão no fim do século XV e no início do século XVI, em Paris, Oxford, Bolonha, Veneza, mas essas edições tornaram-se também elas raras. Quanto ao conjunto dos outros trabalhos, os seus manuscritos dormiam enterrados em bibliotecas, não estando a sua maioria nem sequer inventariados. As condições do estudo não eram portanto de modo nenhum comparáveis àquelas de que beneficiavam as obras lógicas que nos chegaram da Antiguidade. Estas últimas foram reeditadas na época moderna com um aparato crítico muitas vezes acompanhado de notas ou de comentários, e se necessário de traduções: podem adquirir-se no comércio, ler-se comodamente em casa, à vontade, com a ajuda de todas as informações que a erudição acumulou a seu respeito. Nada disso, até uma época muito recente, para os tratados lógicos da Idade Média, a não ser quando se encontravam incluídos numa obra filosófica de conjunto, como era o caso para Alberto Magno ou Tomás de Aquino.

Ora, essa carência era ela própria significativa. Se não se editavam ou reeditavam essas obras, é porque isso não interessava a ninguém. Os lógicos, ocupadíssimos em reconstruir a lógica sobre bases novas, ali-

mentavam em relação à lógica do passado uma indiferença comparável à que podia encontrar-se, por exemplo, no físico, relativamente à física aristotélica ou escolástica. Os medievalistas dedicavam-se acima de tudo às ideias metafísicas e teológicas dos seus autores, abandonando a eventuais especialistas o cuidado de estudar os seus escritos propriamente lógicos. Finalmente, era nos neo-escolásticos que se podia esperar encontrar uma imagem da lógica da Idade Média; e, de facto, não faltam, na época moderna, tratados de lógica neo-escolástica. Mas a sua relação com as fontes é geralmente distante, e a imagem que eles nos oferecem apresenta-se, aos que puderam remontar até essas fontes, empobrecida e deformante. Eis, por exemplo, o juízo que Ph. Boehner, que foi um dos primeiros a renovar o nosso conhecimento da lógica medieval, faz sobre essa lógica dita neo-escolástica: «Uma tal lógica está num estado tal que exige a crítica não só da parte dos lógicos modernos não escolásticos, mas também de todo o neo-escolástico versado na história da sua própria tradição: os primeiros negarão que ela seja nova, os segundos que ela seja escolástica¹.»

Esta falta de interesse, nos modernos, pela lógica medieval, explica-se aliás muito bem, se se recordar a ideia que correntemente se fazia da lógica: esta era considerada como tendo sido criada, uma vez por todas, pelo génio de Aristóteles, e só ter conhecido seguidamente alguns aperfeiçoamentos de pormenor, para não falar de muitas excrecências inúteis que se lhes devem retirar. Porquê então ocupar-se de autores que não teriam feito mais que repisar, complicando-a apenas com vãs subtilidades, uma ciência já feita? Prantl, que foi quase o único, no século passado, a dedicar-se a um tal estudo, declara que por muito que se esforce por não se deixar descoroçoar pelo seu palavreado, sente em todo o caso pena quando vê autores sem génio aplicarem-se até à exaustão, numa disciplina de campo relativamente restrita, dilucidando até aos mínimos pormenores e desperdiçando assim séculos em vão esforços, cujo único resultado é levar o método até ao absurdo, *Methode in den Unsinn zu bringen*². Ainda que nem sempre fizesse um juízo tão severo sobre os autores medievais, a opinião geral era que, à parte alguns pormenores e algumas diferenças de expressão e de vocabulário, lógica aristotélica, lógica medieval e lógica clássica formavam apenas uma única doutrina. A ideia da ausência de originalidade da lógica pós-aristotélica estava tão enraizada nos espíritos que ainda nos nossos dias, um século depois de Boole, a vemos por vezes manifestar-se, como em certo tratado neo-escolástico³ onde se pode ler, a propósito da lógica de Aristóteles: *Logica tamen ipsius perfecta est: nihil ipsi addi potest, neque additum est in decursu saeculorum*.

¹ Ph. Boehner, *Medieval logic*, p. XI. O autor vai mesmo até ao ponto de defender, como um facto que as investigações em curso confirmam cada vez mais, que os desenvolvimentos recentes da lógica se afastam menos da lógica dos séculos XIII e XIV que a dos nossos manuais neo-escolásticos (*ibidem*, p. XIII).

² Prantl, *op. cit.*, II, 8; citado parcialmente por Bochenki, *F. L.*, p. 9-10.

³ Trata-se de um *Compendium philosophiae*, da autoria de jesuítas brasileiros, publicado em 1947; citado por Ph. Boehner, *Medieval logic*, p. 115.

Foi a renovação da lógica no nosso tempo que, de uma maneira um pouco paradoxal, ao mesmo tempo chamou a atenção para a lógica do passado e forneceu os instrumentos intelectuais que permitiam compreendê-la melhor e apreciar a sua originalidade. Tal como a dos estoicos e mesmo a de Aristóteles, a lógica medieval beneficiou dessa nova visão. Isso supõe que se fez uma conjunção entre novos lógicos que estavam interessados na história da sua ciência, e neo-escolásticos abertos à lógica moderna. Lukasiewicz desempenhou um grande papel neste encontro, e compreende-se porque é que os autores que se aplicaram, desde há uns trinta anos, a estudar de perto a lógica medieval, foram numa boa parte, sobretudo inicialmente, eclesiásticos polacos. Começou-se assim a inventariar e a decifrar manuscritos, a publicar textos, a elaborar monografias, e a arriscar-se mesmo a algumas breves sínteses, apresentadas modestamente como provisórias¹.

Provisórias, porque enquanto a publicação dos manuscritos da época permanecer parcelar, toda a tentativa para ligar com a linha contínua de uma história alguns pontos isolados tem apenas um valor aproximativo e conjectural. Como certificar-se se a primeira manifestação de uma dada teoria é verdadeiramente a sua origem, como acompanhá-la seguidamente aos seus desenvolvimentos, nas suas relações com as teorias que lhe estão próximas, como ajuizar acerca das influências? Porque quase não entrava nos hábitos desses autores o mencionar as suas fontes. Para começar houve que ater-se, forçosamente, às obras cuja celebridade lhes valeu o sobreviverem através da imprensa; mas as mais célebres não são necessariamente as mais originais; e à medida que se publicam, ou que pelo menos se analisam, obras manuscritas caídas no olvido, a perspectiva modifica-se. Nestas condições, e embora se trate de um desenvolvimento que se estende por vários séculos, a prudência convida a apresentar, mais que uma verdadeira história, um simples quadro em que sejam esboçadas, em largas pinceladas, as etapas mais importantes desse desenvolvimento, e a apontar em seguida, globalmente, cada um dos principais temas, com a preocupação de aí introduzir, quando isso se torna possível, a referência a este ou àquele autor.

Alguns traços gerais caracterizam, no entanto, o conjunto do período e asseguram a sua originalidade, não apenas em relação à lógica simbólica moderna, mas também, contrariamente à opinião durante muito tempo reinante, em relação à lógica antiga e, mais especialmente, aristotélica. Bochenski distingue assim, na lógica ocidental, três grandes «figuras» sucessivas, tendo cada uma os seus traços próprios, e reconhece uma fisionomia particular, entre a lógica grega antiga e a lógica matemática contemporânea, à lógica escolástica da Idade Média.

Recorde-se em primeiro lugar qual era então a situação da lógica — dizia-se também dialéctica — no conjunto do saber, tal como ele se

¹ As duas principais visões de conjunto assim renovadas são as de Ph. Boenher, *Medieval logic, an outline of its development from 1250 to c. 1400*, Manchester University Press, 1952; 2.^a ed., 1959; e de Ernest A. Moody, *Truth and consequence in medieval logic*, Amsterdão, North Holland Publishing Co., 1953; podem acrescentar-se as partes correspondentes das duas histórias gerais da lógica, a de Bochenski, p. 167-293, e a de W. e M. Kneale, p. 198-297.

mentavam em relação à lógica do passado uma indiferença comparável à que podia encontrar-se, por exemplo, no físico, relativamente à física aristotélica ou escolástica. Os medievalistas dedicavam-se acima de tudo às ideias metafísicas e teológicas dos seus autores, abandonando a eventuais especialistas o cuidado de estudar os seus escritos propriamente lógicos. Finalmente, era nos neo-escolásticos que se podia esperar encontrar uma imagem da lógica da Idade Média; e, de facto, não faltam, na época moderna, tratados de lógica neo-escolástica. Mas a sua relação com as fontes é geralmente distante, e a imagem que eles nos oferecem apresenta-se, aos que puderam remontar até essas fontes, empobrecida e deformante. Eis, por exemplo, o juízo que Ph. Boehner, que foi um dos primeiros a renovar o nosso conhecimento da lógica medieval, faz sobre essa lógica dita neo-escolástica: «Uma tal lógica está num estado tal que exige a crítica não só da parte dos lógicos modernos não escolásticos, mas também de todo o neo-escolástico versado na história da sua própria tradição: os primeiros negarão que ela seja nova, os segundos que ela seja escolástica¹.»

Esta falta de interesse, nos modernos, pela lógica medieval, explica-se aliás muito bem, se se recordar a ideia que correntemente se fazia da lógica: esta era considerada como tendo sido criada, uma vez por todas, pelo génio de Aristóteles, e só ter conhecido seguidamente alguns aperfeiçoamentos de pormenor, para não falar de muitas excrescências inúteis que se lhes devem retirar. Porquê então ocupar-se de autores que não teriam feito mais que repisar, complicando-a apenas com vãs subtilidades, uma ciência já feita? Prantl, que foi quase o único, no século passado, a dedicar-se a um tal estudo, declara que por muito que se esforce por não se deixar descoroçoar pelo seu palavreado, sente em todo o caso pena quando vê autores sem génio aplicarem-se até à exaustão, numa disciplina de campo relativamente restrita, dilucidando até aos mínimos pormenores e desperdiçando assim séculos em vãos esforços, cujo único resultado é levar o método até ao absurdo, *Methode in den Unsinn zu bringen*². Ainda que nem sempre fizesse um juízo tão severo sobre os autores medievais, a opinião geral era que, à parte alguns pormenores e algumas diferenças de expressão e de vocabulário, lógica aristotélica, lógica medieval e lógica clássica formavam apenas uma única doutrina. A ideia da ausência de originalidade da lógica pós-aristotélica estava tão enraizada nos espíritos que ainda nos nossos dias, um século depois de Boole, a vemos por vezes manifestar-se, como em certo tratado neo-escolástico³ onde se pode ler, a propósito da lógica de Aristóteles: *Logica tamen ipsius perfecta est: nihil ipsi addi potest, neque additum est in decursu saeculorum*.

¹ Ph. Boehner, *Medieval logic*, p. XI. O autor vai mesmo até ao ponto de defender, como um facto que as investigações em curso confirmam cada vez mais, que os desenvolvimentos recentes da lógica se afastam menos da lógica dos séculos XIII e XIV que a dos nossos manuais neo-escolásticos (*ibidem*, p. XIII).

² Prantl, *op. cit.*, II, 8; citado parcialmente por Bochenki, *F. L.*, p. 9-10.

³ Trata-se de um *Compendium philosophiae*, da autoria de jesuitas brasileiros, publicado em 1947; citado por Ph. Boehner, *Medieval logic*, p. 115.

Foi a renovação da lógica no nosso tempo que, de uma maneira um pouco paradoxal, ao mesmo tempo chamou a atenção para a lógica do passado e forneceu os instrumentos intelectuais que permitiam compreendê-la melhor e apreciar a sua originalidade. Tal como a dos estoícos e mesmo a de Aristóteles, a lógica medieval beneficiou dessa nova visão. Isso supõe que se fez uma conjunção entre novos lógicos que estavam interessados na história da sua ciência, e neo-escolásticos abertos à lógica moderna. Lukasiewicz desempenhou um grande papel neste encontro, e compreende-se porque é que os autores que se aplicaram, desde há uns trinta anos, a estudar de perto a lógica medieval, foram numa boa parte, sobretudo inicialmente, eclesiásticos polacos. Começou-se assim a inventariar e a decifrar manuscritos, a publicar textos, a elaborar monografias, e a arriscar-se mesmo a algumas breves sínteses, apresentadas modestamente como provisórias¹.

Provisórias, porque enquanto a publicação dos manuscritos da época permanecer parcelar, toda a tentativa para ligar com a linha contínua de uma história alguns pontos isolados tem apenas um valor aproximativo e conjectural. Como certificar-se se a primeira manifestação de uma dada teoria é verdadeiramente a sua origem, como acompanhá-la seguidamente aos seus desenvolvimentos, nas suas relações com as teorias que lhe estão próximas, como ajuizar acerca das influências? Porque quase não entrava nos hábitos desses autores o mencionar as suas fontes. Para começar houve que ater-se, forçosamente, às obras cuja celebridade lhes valeu o sobreviverem através da imprensa; mas as mais célebres não são necessariamente as mais originais; e à medida que se publicam, ou que pelo menos se analisam, obras manuscritas caídas no olvido, a perspectiva modifica-se. Nestas condições, e embora se trate de um desenvolvimento que se estende por vários séculos, a prudência convida a apresentar, mais que uma verdadeira história, um simples quadro em que sejam esboçadas, em largas pinceladas, as etapas mais importantes desse desenvolvimento, e a apontar em seguida, globalmente, cada um dos principais temas, com a preocupação de aí introduzir, quando isso se torna possível, a referência a este ou àquele autor.

Alguns traços gerais caracterizam, no entanto, o conjunto do período e asseguram a sua originalidade, não apenas em relação à lógica simbólica moderna, mas também, contrariamente à opinião durante muito tempo reinante, em relação à lógica antiga e, mais especialmente, aristotélica. Bochenski distingue assim, na lógica ocidental, três grandes «figuras» sucessivas, tendo cada uma os seus traços próprios, e reconhece uma fisionomia particular, entre a lógica grega antiga e a lógica matemática contemporânea, à lógica escolástica da Idade Média.

Recorde-se em primeiro lugar qual era então a situação da lógica — dizia-se também dialéctica — no conjunto do saber, tal como ele se

¹ As duas principais visões de conjunto assim renovadas são as de Ph. Boenher, *Medieval logic, an outline of its development from 1250 to c. 1400*, Manchester University Press, 1952; 2.^a ed., 1959; e de Ernest A. Moody, *Truth and consequence in medieval logic*, Amsterdão, North Holland Publishing Co., 1953; podem acrescentar-se as partes correspondentes das duas histórias gerais da lógica, a de Bochenski, p. 167-293, e a de W. e M. Kneale, p. 198-297.

tinha organizado nas Universidades que nascem no século XII. Ela é ensinada nas faculdades das artes, que são, de algum modo, o tronco comum que prepara o acesso às faculdades superiores, as de teologia, de direito e de medicina. Nestas *facultates artium*, a organização do ensino acompanha o programa que, desde o século V, Martianus Capella tinha traçado, numa obra que ficou famosa durante muito tempo e que tinha o título estranho *De nuptiis Philologiae et Mercuri*. Segundo este programa, a dialéctica toma lugar no fim do *trivium*, depois da gramática e da retórica, entre as *artes*, que precedem imediatamente as *disciplinas* que constituem o *quadrivium*, a saber: a aritmética, a geometria, a astronomia e a música. Isso não impede que ela reapareça, a um outro nível, nas faculdades superiores e principalmente na de teologia, onde se faz um grande uso dela como meio de argumentação e de prova. Faz-se-lhe apelo para justificar os dogmas e, mais ainda, para refutar as heresias: «É incontestável, nota Em. Bréhier, que a grande questão intelectual do tempo é a renovação do ensino da teologia pelo emprego da dialéctica; é à volta deste problema que têm lugar todas as discussões e todos os conflitos¹.» E quando se chega ao século XIV, continua ele, «a lógica é então considerada menos como uma ciência especulativa que como um arsenal que contém os meios para argumentar². Encontramo-nos então perante uma situação bastante paradoxal: é nas faculdades das artes e mesmo, nestas, mais particularmente entre as *artes*, que a lógica é ensinada como uma ciência, ao mesmo tempo que é em seguida utilizada como uma arte nas faculdades onde se ensinam as doutrinas. Razão por que é bastante vão perguntar-se se os lógicos medievais concebiam a sua disciplina como uma ciência entre as ciências, à maneira dos estóicos, ou como uma arte preparatória a toda a ciência, à maneira de Aristóteles. Eles subscreveriam de preferência a opinião de Boécio, que declarava que ela é ao mesmo tempo uma ciência e um instrumento para a ciência. E seria mesmo preferível dizer que a questão assim posta não tinha, para eles, grande significado. A distinção capital, para eles, não era a das artes e das ciências, mas a que separava as artes mecânicas ou servis das artes liberais, englobando estas últimas todas as actividades intelectuais nobres e desinteressadas, incluindo, conseqüente, o que nós chamaríamos as ciências.

O que é preciso sublinhar, como faz Moody, é que a lógica inter-vém em dois níveis, e é no nível inferior, o dos «artistas» como eram designados, que há que procurar a lógica que qualificaríamos hoje de científica ou formal. Só que, «ao passo que a lógica continuava a ser ensinada nesta base formal nas faculdades de artes, os teólogos do século XIII, influenciados pela nova literatura filosófica traduzida do grego e do árabe, enveredaram por especulações e discussões epistemológicas e metafísicas que deram origem a uma espécie de 'lógica filosófica'. E como estas discussões filosóficas utilizavam regularmente a ter-

¹ *La philosophie au Moyen Age*, Paris, Albin Michel, 1937, p. 110-111.

² *Ibidem*, p. 376.

minologia da lógica formal tradicional, esta achou-se contagiada de conotações especulativas que conservou até ao período moderno... O significado primeiro daquilo a que se chama o 'nominalismo' de Occam, é a sua recusa em confundir a lógica com a metafísica... É precisamente porque esta lógica occamiana era uma lógica formal que ela podia ser aceite e utilizada pelos escolásticos de todas as tendências, independentemente das oposições metafísicas ou epistemológicas que dividiam escotistas e tomistas, ou realistas e nominalistas... Foi por não terem captado esta distinção... que muitos historiadores da filosofia medieval se viram levados a esta conclusão paradoxal: todos os grandes escolásticos do século XIV eram 'occamistas'.. simplesmente porque todos eles empregavam a mesma lógica que Occam¹.

Se nos é hoje bastante fácil fazer abstracção, num esboço da lógica medieval, das suas relações com o dogma, não se pode passar completamente em silêncio um problema metafísico que lhe está mais estreitamente ligado, porque se ele não pertence à lógica propriamente dita, releva pelo menos da filosofia da lógica. Trata-se da famosa querela dos universais², que ocupou um lugar tão grande nas controvérsias filosóficas da Idade Média. Qual é o estatuto ontológico dessas entidades que os termos gerais designam, para além dos conceitos que esses termos evocam nos nossos espíritos? Esses *universalia* são *ante rem*, *in re*, ou *post rem*? Isto é: eles são, à maneira das Ideias platónicas, essências que existem por si mesmas, separadas dos indivíduos concretos nos quais se realizam, como o são os modelos em relação às suas múltiplas cópias? Ou então, como pensava Aristóteles, tais essências residem apenas nos indivíduos concretos, donde o nosso intelecto as extrai idealmente por uma operação de abstracção? Ou enfim, esses universais não terão outra existência que no espírito que os concebe, não serão nada mais que «ideias gerais», como diríamos hoje? E mesmo, indo ainda mais longe, não será preciso excluí-los do pensamento, e rejeitar tanto os conceitos gerais como as entidades gerais, e só reconhecer generalidades às palavras, na possibilidade que elas têm de remeter-nos, de maneira relativamente indeterminada, para uma pluralidade de indivíduos? Como se vê neste esquema, que deveria ele próprio ser matizado, a oposição entre «reais» não se reduz a uma brutal alternativa. Seria necessário pelo

¹ Moody, *Truth and consequence*, p. 5-6.

² Actualmente estabeleceu-se mais ou menos o costume de reservar o qualificativo de *universal*, por oposição a *particular*, às proposições, e de evitar aplicá-lo aos termos, que são ditos *gerais* ou *singulares* — e, no primeiro caso, mais ou menos gerais conforme a hierarquia dos géneros e das espécies. As proposições poderão ser ditas gerais ou singulares, conforme o seu sujeito for um termo geral ou singular, mas, neste sentido, as proposições particulares da lógica clássica serão gerais ao mesmo título que as universais. Goblott insistiu vigorosamente na necessidade de não confundir «*universal* e *particular*», que são características formais do juízo, com *geral*, *especial* e *singular*, que se referem à matéria dos juízos» (*Traité de logique*, Paris, Colin, 1918, § 160) e insurgiu-se contra a tendência para manter uma oposição, que ele considera coxa, entre o geral e o particular. Mas na Idade Média e sucessivamente durante muito tempo ainda, a palavra *universal*, tal como o *καθόλου* de Aristóteles donde ela deriva, aplica-se tanto aos termos como aos conceitos.

menos distinguir entre duas formas de realismo, que se poderia chamar um realismo transcendente e um realismo imanente, e distinguir igualmente entre um nominalismo temperado, aquele a que por vezes se deu o nome de conceptualismo, e um nominalismo propriamente dito, acerca do qual pode aliás duvidar-se que a sua forma extrema tenha alguma vez existido, a não ser no espírito dos que o atacavam, desfigurando-o.

A questão era posta nitidamente por Porfírio, no início da *Isagoge*, mas para ser imediatamente remetida para o metafísico. «Antes de mais, escrevia ele, no que se refere aos géneros e às espécies, quanto à questão de saber se são realidades subsistentes em si mesmas, ou apenas simples concepções do espírito, e, admitindo que sejam realidades substanciais, se são corpóreas ou incorpóreas, se por fim são separadas ou só subsistem nas coisas sensíveis e segundo elas, evitarei falar disso: trata-se de um problema muito profundo e que exige uma investigação muito diferente e mais alargada¹.» Esta simples frase é o germe donde sairá toda a aflorescência das controvérsias sobre os universais.

Durante a alta Idade Média em que, por intermédio do próprio Porfírio, de Agostinho e de Dionísio o Areopagita, dominam as influências platónicas e neoplatónicas, a maior aceitação vai para um realismo das essências. Assim João Escoto Erígena, no século IX, põe em Deus as «formas eternas» sobre cujo modelo são criadas, no mundo, as diversas espécies; em relação a essas formas-arquétipos, a existência dos indivíduos é apenas uma existência derivada e segunda. Mas no século XI, vemos manifestar-se em certos autores, como Garland o Computista e diversos métodos, uma tendência expressa para recusar a existência a outra coisa que não sejam os próprios indivíduos; e esta tendência tem como resultado bastante natural fazer refluir a generalidade unicamente sobre a linguagem. Um tal nominalismo será apresentado sob a sua forma mais aprofundada por Roscelino, e é nessa altura e nessa ocasião que começa verdadeiramente a querela dos universais. Este nominalismo do *flatus vocis* foi efectivamente combatido com vivacidade pela Igreja, e um dos seus mais ardentes adversários, Anselmo, fê-lo condenar oficialmente em 1092. É que uma tal doutrina parecia incompatível com os dogmas, e nomeadamente com o da Trindade; porque se não existe uma entidade comum que assegure a unidade das três pessoas divinas, chega-se ao triteísmo. Quando, nos séculos seguintes, a influência de Platão se apagar perante a de Aristóteles, e de um Aristóteles cristianizado por Tomás de Aquino, a tese que nós denominamos um realismo imanente será de algum modo consagrada como doutrina oficial. Entretanto, no final do século XIII e no início do século XIV, assiste-se a um vigoroso retorno ofensivo do nominalismo, fazendo-se a cisão entre os defensores da escola antiga, os *antiqui*, ligados à filosofia de Aristóteles no seu conjunto e na sua adaptação aos dogmas da Igreja, e os da nova, os *moderni* que, afirmando embora a sua ortodoxia, têm sobretudo a preocupação de separar a lógica das controvérsias metafísicas e teológicas

¹ Segundo a trad. de Tricot, Paris, 1947, p. 11-12.

para trazê-la para o plano da linguagem¹. O nominalismo ou, como se dizia de preferência, o «terminismo» dos occamistas, apresenta-se assim, mais do que como uma doutrina metafísica oposta à dos realistas, como uma recusa da metafísica ou, pelo menos, como uma recusa de introduzir a metafísica numa disciplina onde ela nada tem a fazer. Mais que uma tomada de posição dogmática, é uma atitude metodológica, que convida a reconduzir a lógica à sua função de *scientia sermocinalis*. Para um lógico, a universalidade pertence apenas aos termos; e ser universal, para um termo, é simplesmente poder funcionar como predicado de um conjunto de sujeitos. É universal por si próprio, como simples palavra, e não já por referência a uma entidade que seria universal, mas simplesmente pelo facto de ele poder ser atribuído com verdade a uma pluralidade de indivíduos.

Scientia sermocinalis: é assim, de facto, que a lógica é então correntemente designada, ou antes que é designado o género a que ela pertence, ao lado da gramática e da retórica, como uma das suas espécies. Era quando se queria distingui-la das suas espécies que se lhe chamava também uma *scientia rationalis*, jogando assim com os dois sentidos da palavra λόγος². Mas esta ciência do raciocínio não deixava por isso de ser uma das ciências da linguagem. A gramática ensina a falar correctamente, a retórica a falar elegantemente, a lógica por fim a falar veridicamente, aprendendo a evitar os erros de raciocínio e a fazer inferências válidas. Moody retrata-nos Abelardo, que se pode olhar sob muitos aspectos como o iniciador da lógica medieval, como trabalhando tendo numa das mãos as obras lógicas de Boécio, e na outra as *Institutiones grammaticae* de Prisciano³.

Uma linguagem apresenta-se sob três formas. Esta distinção, que se pode fazer remontar a Aristóteles e mesmo a Platão, tinha sido expressamente enunciada por Boécio, e é professada muito geralmente entre os medievais: ao lado da linguagem falada e da linguagem escrita, há também que ter em conta a linguagem silenciosa que a alma tem consigo própria. Mas, sob uma ou outra destas formas, é sempre a mesma lín-

¹ Cf. Kneale, *D. L.*, p. 245: «Nos séculos XIV e XV, os *moderni* (ou *nominales terministae*, como por vezes foram chamados) foram muito activos na elaboração de subtilidades lógicas; por reacção, os *antiqui* (ou *reales in metaphysica*) tornaram-se o grupo dos que desejavam fundar a educação sobre a *ars vetus* (em particular as *Categorias*) e sobre a *philosophia realis* (isto é, a física e a metafísica, fossem eles tomistas ou escotistas) e não sobre os desenvolvimentos recentes da lógica, que eles consideravam fastidiosos e inúteis. «Nas faculdades das artes, instituiu-se uma opção entre a *via antiqua* e a *via moderna*, e em algumas universidades chegou-se mesmo ao ponto de justapor duas faculdades das artes, distintas e até certo ponto rivais.

² Cf. Hugues de St-Victor: *Logica dicitur a graeco vocabulo λόγος, quod nomen geminam habet interpretationem. Dicitur enim λόγος sermo sive ratio; et inde logica sermotionalis sive rationalis scientia dici potest. Logica rationalis, quae discretiva dicitur, continet dialecticam et rhetoricam. Logica sermotionalis genus est ad grammaticam, dialecticam atque rhetoricam* (*Eruditionis didascalica*, I, xii; em Migne, *Patrologia Latina*, vol. 176, Paris, 1880, col. 749-750).

³ *Op. cit.*, p. 2.

gua, e essa língua é essencialmente o latim. Parece de facto nunca ter vindo ao espírito dos doutores medievais que se pudesse pensar cientificamente numa outra língua que não o latim, pelo menos numa língua cuja estrutura lógica fosse nitidamente diferente da do latim; a passagem das obras gregas de Aristóteles por línguas semíticas como o siríaco e o árabe não parece tê-los perturbado muito, sob este aspecto¹. A sua lógica assenta portanto, essencialmente, numa análise do latim científico, que eles olhavam, ao que parece, menos como um idioma entre outros que como a realização acabada de uma linguagem chegada ao seu mais alto grau de racionalidade. Sem querer forçar o contraste, pode dizer-se que a relação da lógica à linguagem é então a inversa da que virá a ser nos nossos contemporâneos, quando estes acabarem por aproximar as duas a ponto de definirem a lógica como uma língua. Porque a língua simbólica dos lógicos modernos é uma construção que se liberta das contingências e das irregularidades das línguas naturais, para se adequar às exigências de uma sintaxe lógica: a língua simbólica é decalcada, em princípio, sobre as estruturas lógicas, ao passo que pelo contrário os medievais se apoiam numa certa língua natural, que os acidentes da história quiseram que aquela que eles praticavam na sua actividade científica, para aí descobrirem, por meio de um trabalho de decalque, as estruturas lógicas.

Talvez assim se compreenda melhor um dos traços mais característicos da lógica medieval no seu conjunto — um traço que só recentemente foi reconhecido de maneira inteiramente clara, à luz das análises da lógica contemporânea. Em vez de enunciar os seus conhecimentos lógicos directamente sob a forma de leis, os medievais preferem descrever simplesmente essas leis, dizem o que elas são, ou então, formulam as regras que as autorizam; em resumo, exprimem-se, em relação às leis lógicas, na metalíngua. É verdade que os enunciados metalógicos também não faltam em Aristóteles, mas enfim, é de recordar que Aristóteles enuncia a sua silogística sob forma de leis. Ora, mesmo quando expõem a doutrina de Aristóteles, os medievais procedem de outro modo: enunciam as regras a seguir para construir um silogismo correcto, ou então descrevem os esquemas silogísticos concludentes. Vejamos, por exemplo, o silogismo que eles donominam *Barbara*. Aristóteles enunciava-o como uma lei, uma «tautologia», como diríamos hoje: *Se A pertence a todo o B e B a todo o C, então A pertence a todo o C*. Os medievais adoptaram, na sequência de Boécio, a formulação dos silogismos como esque-

¹ A seu ver, a unidade da língua é, de algum modo, de direito. As três línguas que tendem a reencontrar a unidade, perdida desde o castigo infligido por Deus aos seus constructores da torre de Babel, são a hebraica, a grega e a latina. São essas as línguas «sagradas», como as qualifica Isidoro de Sevilha, aquelas nas quais se exprimiu a revelação divina. Cf. Ph. Wolff, *The awakening of Europe*, Penguin Books, 1968, p. 85. Este preconceito manteve-se vivo até uma época muito recente. C. S. Peirce relata que a gramática árabe que acabava de ser publicada por um sábio ocidental que os próprios Árabes reconheciam possuir a sua língua muito melhor que eles próprios, foi criticada por um professor super-sábio que lhe censurava o ter seguido o sistema que parecia correcto aos que tinham o árabe como língua natural, em vez de, dizia ele, «seguir os métodos grego e latino» (*Collected papers*, vol. IV, p. 33 nota).

mas de inferências, e a sua exposição equivale a dizer: *Todo o silogismo da forma «todo o A é B, todo o C é A, logo todo o C é B» é válido*. E quando desenvolvem, independentemente de Aristóteles, teorias que lhes são próprias, como por exemplo a sua teoria das *consequentiae*, reconhecemos hoje aí, por certo, muitas leis da lógica moderna, como veremos mais adiante, mas sempre com esta diferença de que essas leis não são aí apresentadas propriamente, mas apenas retratadas. Consideremos, por exemplo, essas leis do cálculo das proposições que nós chamamos as leis de De Morgan. Nós exprimimos hoje uma delas da seguinte maneira: $\sim (p.q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$. Ora, esta lei era bem conhecida dos medievais, encontramos-a em Occam, em Alberto de Saxónia, em Buridano, em Burleigh, mas neles ela é apenas descrita, numa fórmula em que, em vez de enunciar as proposições, se fala dessas proposições, dizendo: «A negação de uma proposição copulativa é a proposição disjuntiva composta das negações dos elementos da copulativa»¹. Este emprego da metalingua permite, como se vê, economizar as variáveis e adequa-se melhor ao vocabulário usual.

Não é por certo inevitável, mas é bastante natural, para trabalhos que se fundam numa análise das formas da linguagem, que a sua expressão se situe, em relação a essa lingua objecto ao nível da metalingua. Essa metalingua é sempre, bem entendido, o latim, o que pode disfarçar, a um espírito não atento, o desnível. Sabe-se que a lógica moderna atribui uma grande importância a esta distinção, sem a qual rapidamente nos vemos metidos em dificuldades inextricáveis. Quando se dispõe de uma lingua simbólica, é bastante fácil fazer ressaltar a distinção, quer se faça uso da lingua vulgar para se falar das expressões da lingua simbólica, quer se tenha o cuidado de dobrar os símbolos lógicos com símbolos metalógicos tais que não corram o risco de ser confundidos com os primeiros. Os medievais não dispunham de semelhantes recursos. Mas não podiam deixar de marcar à sua maneira, a diferença, senão sob a sua forma geral, pelo menos em múltiplas aplicações. É o que acontece quando eles estabelecem, segundo um vocabulário que foram buscar a Avicena, a hierarquia das *intencções*. A «intenção primeira» é o acto intellectual directo pelo qual o nosso pensamento apreende o seu objecto; a «intenção segunda» é o acto intellectual reflexivo que toma como objecto a intenção primária, ou seja, o nosso próprio pensamento do primeiro objecto; e esta distinção reporta-se aos próprios objectos do pensamento, que se podem dizer de primeira ou de segunda intenção, assim como aos termos que nos servem para pensá-los. Um termo será dito «de primeira intenção» se for empregado, segundo o seu uso habitual, para designar algo para além dele próprio, ao passo que quando ele se designa apenas a si mesmo é dito de «segunda intenção». Por exemplo, na proposição *o homem é mortal*, os termos são de primeira intenção, ao passo que na proposição *a proposição «o homem é mortal» é verdadeira* figura, colocada entre aspas, uma expressão em segunda intenção.

¹ *Propositioni copulativae contradicit propositio disiunctiva composita ex partibus contradictoriis copulativae* (Alberto de Saxónia, *Logica*, III, 5).

Reconhece-se aí a diferença entre o que nós chamamos hoje o uso significativo e o uso autônomo de uma palavra ou de uma expressão, ou ainda o uso e a menção. A mesma distinção se verifica na teoria das *suposições*, em conexão estreita com a das intenções. A «suposição» de um termo, é o que se põe sob esse termo; ela diz-se *formal* quando o termo nos remete normalmente para as coisas que ele representa, como quando eu digo *o homem é mortal*; diz-se *material* quando o termo é em si mesmo o seu próprio suposto, como quando eu digo *homem é uma palavra de duas sílabas*. Acrescente-se que a análise dos paradoxos, e nomeadamente o do *Mentiroso*, a que os nossos autores longamente se aplicaram, impunha que se separasse nitidamente o que é dito *por* uma expressão e o que é dito *a respeito* dessa expressão. Assim, embora exprimindo-se sempre unicamente na língua latina, os lógicos medievais nem por isso deixavam de saber reconhecer, nessa língua única, vários níveis, e o facto de eles enunciarem as suas teorias sob forma metalinguística não provocava necessariamente confusão.

2. Súmula histórica

• Estritamente falando, dever-se-ia entender por *lógica medieval* a que recobre a totalidade do período que se convencionou designar como uma Idade Média, o que se estende do século VI ao século XV. Seria pois necessário distingui-la da lógica dita *escolástica*, que só pode evidentemente fazer-se iniciar a partir do momento em que a lógica é ensinada nas escolas — escolas que ultrapassem um nível absolutamente elementar, isto é, as Universidades, as primeiras das quais, as de Bolonha, de Paris, de Oxford, nascem no século XII. No entanto, embora as duas expressões não sejam sinónimas, pode-se em geral tomá-las indiferentemente uma pela outra, no sentido de que elas recobrem mais ou menos a mesma coisa: a lógica só começou de facto a desenvolver-se quando o seu estudo se espalhou de novo suficientemente. Com efeito, a lógica medieval praticamente só está activa num período de cerca de quatro séculos, que vai de Abelardo a Paulo de Veneza, isto é, do século XII ao século XV, situando-se o momento mais florescente na charneira dos séculos XIII e XIV. Os séculos que antecedem representam uma espécie de interregno, tanto para a cultura em geral, como mais especialmente para a lógica. Durante este longo intervalo, o trabalho, modesto mas indispensável para preparar uma retomada, consistiu em preservar e em transmitir o legado cultural da Antiguidade, gravemente atingido pelas invasões bárbaras. Estas só haviam poupado, no mundo ocidental, as Ilhas Britânicas, protegidas pela sua insularidade. Enxertando-se a miséria intelectual na miséria material, as condições de base eram evidentemente muito desfavoráveis ao estudo. Mesmo onde subsistia alguma instrução, ou seja, no clero, essa instrução permanecera durante muito tempo muito rudimentar: numerosos eram os clérigos que não sabiam escrever, mal sabendo ler. Por outro lado, o latim desaparecera como língua vulgar. É sob Carlos Magno que se começa a aprendê-lo como língua morta. Sabe-se que Carlos Magno tinha assumido a tarefa de organizar o ensino no seu império, e para isso tinha feito apelo

a um religioso irlandês Alcuino. Mas após esta «renascença carolíngia», novas invasões determinam ainda um recuo, e a retomada só lentamente se fará, a partir do século XI. Durante toda esta Alta Idade Média, foi nos mosteiros, primeiro na Irlanda e depois no continente à medida que aí se espalha a regra beneditina, que se conservaram, estudaram, recopiaram e pouco a pouco difundiram as obras da Antiguidade, apesar da desconfiança que esses autores pagãos inspiravam¹.

Essas obras espalharam-se inicialmente apenas sob a sua forma latina, sendo o conhecimento do grego então algo de absolutamente excepcional. Foi sobretudo nas traduções e nos comentários de Boécio que se começou a tomar contacto com as obras lógicas de Aristóteles. Podia também ler-se Apuleio, os *Tópicos* de Cícero, e mais alguns autores de menor importância como Marius Victorinus, Martianus Capella, Cassiodoro. Mas mesmo este Aristóteles latino só muito parcialmente era conhecido. Durante longo tempo, quase só circulam as *Categorias* e a *Intrepretação*, acompanhadas da *Introdução* de Porfírio. É sobre este *Organon* mutilado, e privado da sua peça essencial, que assenta então o ensino da lógica, sendo a silogística conhecida apenas indirectamente, pelos escritos da decadência romana. É só em meados do século XII que alguns autores como Thierry de Chartres e João de Salisbury introduzem nesse ensino o estudo do *Organon* completo. E é só ainda mais tarde, nos inícios do século XIII, que o conjunto da filosofia de Aristóteles, com a sua física e a sua metafísica, será incorporado no ciclo dos estudos nas Universidades. Quanto à corrente megárico-estóica, embora um seu fiozinho passe por Boécio, permanece quase ignorada.

O desenvolvimento da lógica medieval efectua-se assim em três etapas. Foram os próprios medievais que, à medida que esse desenvolvimento se ia processando, estabeleceram uma tal periodização. *Ars vetus*, *ars nova*, *logica modernorum*, tais são as etiquetas que eles aplicaram a esses três períodos. O primeiro tempo é aquele em que a lógica permanece centrada no conteúdo da *Isagoge*, das *Categorias* e da *Interpretação*. É esta lógica que se designará posteriormente como a *ars vetus*, para distingui-la da *ars nova*, fundada na totalidade do *Organon*. Mas à oposição da *ars vetus* e da *ars nova* virá em breve juntar-se uma nova oposição, interior desta vez à *ars nova*, referindo-se à maneira de tratar esta. Depois de a filosofia de Aristóteles no seu conjunto se ter tornado, convenientemente adaptada pelos cuidados de Alberto Magno e de Tomás de Aquino, na filosofia oficial da Igreja, uns, ligados à tradição, velarão por manter o ensino da lógica na órbita de Aristóteles; mais filósofos que propriamente lógicos, eles vêem na lógica um simples *organon*, um meio em vista de telas mais elevadas. A estes *antiqui*, como serão designados, opor-se-ão os *moderni*, que visam pelo contrário prosseguir o trabalho lógico por si mesmo e de maneira independente, sem se obrigarem a permanecer fieis em todos os pontos às doutrinas tradicionais. Esta divisão corresponde bastante bem à separação entre as fáculdades de teologia e as faculdades das artes. Os «teólogos»,

¹ Sobre a vida intelectual na Alta Idade Média e suas condições materiais, ver a obra de Ph. Wolff, já citada.

temendo que as obras de Aristóteles e dos seus intermediários árabes fossem perigosas para a ortodoxia, punham sob reserva a sua interpretação e acantonavam os «artistas» unicamente no estudo do *Organon*. Nestas condições, é naturalmente nos *moderni* do fim do século XIII e do início do século XIV que será preciso procurar o que constitui a principal originalidade da lógica medieval.

O período da *ars vetus* é dominado pela personalidade de Pedro Abelardo (1079-1142). Além de vários comentários sobre as noções que constituem o objecto da *ars vetus*, a sua obra capital no domínio da lógica é uma *Dialéctica*¹, largamente inspirada nos ensinamentos de Boécio, que organiza num tratado susceptível de servir de manual para o estudo da lógica. A silogística só ocupa nela um lugar diminuto. A inspiração geral é libertar a lógica das interpretações metafísicas, de inspiração neoplatónica, que nela andavam geralmente misturadas. Donde a oposição ao realismo dos universais². Só os indivíduos podem ser olhados como coisas reais, *res*. Sócrates, Platão, Aristóteles, têm em comum o facto de serem homens: eu não digo, precisa Abelardo, *in homine*, mas *in esse hominem*, «porque *ser homem* não é um homem, nem seja o que for». Analisando a proposição, ele precisa a noção de cópula, e é a ele que remonta o emprego deste termo. Recorde-se que Aristóteles, seguindo nisso Platão, compunha a proposição elementar de um nome e um verbo; e embora reconhecendo que se podia desligar do verbo e predicado, substituindo, por exemplo, *passeia* por *está passando*, ele dava como função essencial ao verbo o trazer a indicação do tempo: o que é na realidade uma função gramatical accidental, não uma função lógica essencial.

Segundo Abelardo, a função própria do verbo ser, seja ele expresso ou não separadamente do predicado, é assegurar a junção, *copulatio*, entre o sujeito e o predicado, sem a qual os dois termos não formam uma proposição. E é preciso distinguir de facto entre este sentido copulativo do verbo ser e o seu sentido existencial. Na proposição *Sócrates é*, a palavra *é*, como acontece com os outros verbos, reúne num só vocábulo as funções da cópula e do predicado, significando *é existente*. Sem esta interpretação não-existencial da cópula *é*, surgem dificuldades na análise de proposições tais como *a quimera é uma ficção*. Por outro lado, isso não impede Abelardo de continuar a dar um alcance existencial à proposição afirmativa universal. De resto, certas indicações servirão de ponto de partida a doutrinas propriamente medievais, por exemplo, a respeito das modalidades. O possível, tal como o necessário ou o

¹ Publicada por V. Cousin no seu *Ouvrages inédits d'Abélard*, Paris, Imprimerie royale, 1836, p. 173-503; ed. moderna por L. M. de Rijk, Assen, 1956.

² Já se encontram assim em Abelardo as tendências «terministas» que se desenvolverão, dois séculos mais tarde, nos *moderni*. Esta observação tem a sua importância, porque contribui para desacreditar, pelo menos em larga medida, uma tese de Prantl, que via no terminismo uma atitude estranha ao espírito da Idade Média ocidental, e provindo de fontes árabes e bizantinas. Ora, essas influências exteriores só se verificaram depois do tempo de Abelardo.

impossível, pode ser tomado, ao mesmo título que o verdadeiro ou o falso, por uma propriedade da proposição no seu conjunto: neste caso, Abelardo pensa que não se está perante uma verdadeira modal, já que a verdadeira modal é aquela em que o possível, o impossível ou o necessário é introduzido, geralmente sob a forma de um advérbio, no interior da proposição. Esta distinção entre o que ele chama a *expositio de sensu* e a *expositio de rebus* encontrar-se-á de novo numa distinção que se exprimirá no século seguinte entre duas maneiras de entender a modalidade, de *dicto* ou de *re*. Mais importantes sucessivamente são certas passagens onde, ao tratar longamente dos *lugares*, ele apresenta uma noção das *consequentes* que será uma das fontes da, sem dúvida, mais original teoria da lógica medieval, teoria que encontraremos mais adiante.

A importância de Abelardo na história da lógica medieval deve-se em parte ao facto de ter sido na sua época, e sobretudo graças a ele, ao seu ensino oral assim como aos seus livros, que a lógica começou a ser séria e largamente estudada na Idade Média. Numerosos tratados foram publicados nessa época. Ainda há pouco, Grabmann contava cerca de uma dúzia, mas L. Minio-Paluello descobriu depois que o seu número era muito mais elevado¹. Assinale-se particularmente o *Liber de sex principiis*, elaborado nos meados do século XII por Gilbert de La Porrée, obra que se apresenta como um complemento do tratado das *Categorias* de Aristóteles. Este, depois de ter enumerado as dez categorias e analisado bastante longamente as quatro primeiras, abreviava seguidamente e despachava em algumas linhas as seis últimas: é a elas que é consagrado o tratado de Gilbert.

É também nesta época que o conhecimento das obras da Antiguidade grega começa a estender-se graças às traduções latinas que se multiplicam. Algumas delas são feitas directamente sobre os originais gregos, sobretudo na Cilícia e na Itália onde os contactos com o mundo bizantino tinham permanecido bastante estreitos e onde se encontravam alguns eruditos quer de origem grega, quer mais ou menos helenizados. Mas um bom número de textos chegou-nos por intermédio dos Árabes². Estes, como se sabe, tinham trazido para o Ocidente a sua civilização que acabava de conhecer um período florescente. Em 832, o califa de Bagdad tinha fundado um colégio de tradutores, que se tinha mostrado muito activo: ao lado de Platão, de Euclides, de Ptolemeu, de Galeno, traduzira a totalidade das obras de Aristóteles, à excepção da *Política*, mas com os comentários de Alexandre de Afrodísia. Só que os próprios Árabes só tinham tomado contacto com Aristóteles por intermédio dos monges siríacos que, ao longo dos séculos VII e VIII, o tinham traduzido na sua língua. Do grego ao siríaco, do siríaco ao árabe, do

¹ Ele empreendeu a sua publicação, numa série sobre *A lógica no século XII*, que começou a ser publicada em Roma, em 1956.

² Ver Marie-Thérèse d'Alverny. «Les traductions d'Aristote et ses commentateurs», comunicação ao XII Congresso Internacional de História das Ciências (*Revue de synthèse*, 1968, p. 125-144).

árabe ao latim¹, é claro que não se duvida de que tais traduções latinas de Aristóteles estavam longe da perfeição, apesar da consciência que nesse trabalho tinham posto os sucessivos tradutores, aplicados em traduzir palavra por palavra. A dificuldade era acrescida pelo facto de as línguas semíticas serem bastante diferentes do grego e do latim, e pouco aptas, nomeadamente, para traduzir as palavras compostas, ou o alfa privativo. Mas mesmo com estas imperfeições, era importante que se pudesse ter um mais amplo acesso aos textos e, particularmente no que se refere à lógica, à totalidade do *Organon*, com os sábios comentários de Alexandre.

As traduções de Aristóteles feitas pelos Árabes manifestavam elas próprias o interesse que estes tinham ganho pela sua obra. Eles viam nele o «primeiro filósofo», sendo o segundo Alfarabi que, no início do século X, tinha feito do estudo da lógica de Aristóteles um elemento indispensável da cultura islâmica². O «terceiro filósofo», Avicena, tinha ele próprio escrito um tratado de lógica, alguns fragmentos do qual tinham sido traduzidos em latim no final do século XII. Mas a influência árabe sobre os escolásticos ocidentais é sobretudo a de Averróis, cujos comentários sobre a obra de Aristóteles são introduzidos em Paris e em Oxford, pouco após a sua morte em Espanha, em 1198. A importância que lhe era reconhecida é atestada pelo facto de os escolásticos terem o costume de denominá-lo, sem mais, «o comentador»³.

Tendo todos estes contributos alargado o domínio da lógica, esta torna-se, senão uma disciplina nova, pelo menos uma disciplina renovada: a *ars vetus* vinha juntar-se a *ars nova*. A integração no ensino tradicional destes elementos novos é o objecto desses grandes tratados, *compendia* ou *summulae*, que aparecem em meados do século XIII e que são os monumentos daquilo a que pode chamar-se, no sentido mais próprio da palavra, a lógica escolástica. São eles de facto que servirão de manuais para a aprendizagem da lógica, e são eles que, ainda hoje, podem dar-nos a imagem mais fiel do que era o ensino da lógica durante o século de ouro da escolástica. Os dois principais são *Introductiones in logicam* de William of Shyreswood, e *Summulae logicales* de Pedro Hispano⁴. O primeiro, bastante breve, introduziu o uso dos versos mnemónicos que conhecerão, subsequentemente, um tão grande sucesso. Quanto às *Summulae* de Pedro Hispano (que morreu em 1277 no trono de São Pedro, sob o nome de João XXI), podem ser olhadas como o

¹ Por vezes com um desvio suplementar pela língua vulgar. Acontecia de facto que a tradução árabe-latina fosse feita conjuntamente por duas pessoas, a primeira das quais sabia o árabe mas não o latim, e a segunda o latim mas não o árabe; então a primeira traduzia o texto árabe em voz alta, frase por frase, em língua vulgar, enquanto que a segunda ia pondo em latim à medida que a tradução ia sendo feita.

² Foi Alfarabi que introduziu o termo técnico «premissas».

³ Sobre a lógica de Aristóteles, ver o livro de N. Rescher, *The development of arabian logic*, Pittsburgh, 1964, acompanhado dos seus *Studies in the history of arabic logic*, *ibidem*, 1963.

⁴ Edição moderna das *Introductiones* por M. Grabmann, Munique, 1937; e das *Summulae* por I.M. Bochenski, Turim, 1947.

manual por excelência da lógica medieval, um manual cuja influência se prolongará para além da Idade Média, até ao século XVII: a existência de 166 edições posteriores à invenção da imprensa mostra até que ponto esta obra se espalhou. Paralelamente a estes manuais perpetua-se a tradição dos comentários de Aristóteles e particularmente dos *Primeiros Analíticos*; um dos melhores deve-se a Robert Kilwardby. E é preciso não esquecer o lugar importante que a lógica ocupava na obra dos grandes filósofos do tempo: Alberto Magno e Tomás de Aquino.

É em parte contra estes últimos ou contra a tendência que eles representavam na maneira de conceber a lógica, integrando-a num sistema filosófico-teológico, que os grandes terministas¹ do início do século XIV retomam a tradição que se tinha conservado, a um nível mais humilde, nas Faculdades das artes: a de uma lógica mantida no plano formal. O impulso é dado por Guilherme de Occam (1270-1347), *princeps nominalium*. Moody, que estudou de perto a sua lógica², considera que o que de facto o interessa reside menos no que ela traz, que não é nem muito novo nem muito original, que no espírito que o anima. «O significado essencial, escreve ele, daquilo a que se chama o 'nominalismo' de Occam, é o rejeitar a confusão da lógica com a metafísica, e o assumir vigorosamente a defesa da antiga concepção da lógica como *scientia sermocinalis*, cuja função é analisar a estrutura formal da linguagem de preferência a hipostasiar essa estrutura numa ciência da realidade ou do espírito³.» É a esta preocupação de sobriedade que se liga o famoso preceito conhecido sob o nome de «navalha de Occam», que propõe que não se multipliquem os seres para além do que é necessário⁴. Se é verdade que a sua obra principal, *Summa totius logicae*⁵, conserva o plano tradicional — os termos, as proposições, os raciocínios — já aí se descobrem nitidamente, com a teoria das suposições e a das consequências⁶, os principais temas que assegurarão a originalidade desta lógica do século XIV, e que farão dela algo de diverso de um simples desenvolvimento da de Aristóteles.

Os outros grandes lógicos desta primeira metade do século XIV são Walter Burleigh, condiscípulo de G. de Occam, e João Buridano, em

¹ Sobre os antecedentes imediatos deste período terminista no decurso dos séculos XII e XIII, ver a importante recolha (2.200 páginas, das quais cerca de 1.200 de manuscritos inéditos) de L. M. de Rijk, *Logica modernorum, a contribution to the history of early terminist theory*, Assen, Van Gorcum & Co, vol. I, 1962; vol. II em dois tomos, 1967.

² E. A. Moody, *The logic of W. of Ockham*, Nova Iorque e Londres, 1935.

³ Moody, *Truth and consequence in medieval logic*, p. 5-6.

⁴ A fórmula tradicional *Entia praeter necessitatem non sunt multiplicanda* não figura nos escritos de Occam, mas exprime bem o seu pensamento, e encontram-se nele, aliás, fórmulas cujo sentido é próximo: *nunquam ponenda est pluralitas sine necessitate*; ou ainda esta fórmula do princípio de economia: *frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora*.

⁵ Edição moderna por Ph. Boehner, St Bonaventure (N. I.) e Lovaina, 1951-1954. Uma edição completa das obras de Occam está em curso de publicação desde 1967 em Saint-Bonaventure, nos *Franciscan Studies*.

⁶ J. Salamucha, «Die Aussagenlogik bei Wilhelm Ockham», *Franziskanische Studien*, 1950, p. 97-134 (traduzido do polaco).

breve acompanhado do seu discípulo Alberto de Saxónia. E ao mesmo tempo que Buridano, e depois Alberto, ensinavam em Paris, um outro grupo mantinha-se activo em Oxford, em ligação bastante estreita com a escola de matemáticos conhecida sob o nome de «mertoniana». Todos sofrem, mais ou menos directamente, a influência de Occam¹. É com eles que a lógica medieval ganha a sua fisionomia própria. Um passo decisivo é dado por Burleigh, na sua obra *De puritate artis logicae*, onde a silogística tradicional, a dos *Primeiros Analíticos*: 1.º é tratada em algumas linhas, como coisa banal e absolutamente acessória; 2.º vê-se colocada sob a dependência de uma teoria geral das consequências, isto é, de uma lógica das proposições, posta como base do conjunto da lógica. Os progressos da lógica na nossa época não fizeram mais que confirmar a justeza desta mudança de perspectiva.

Sobre o primeiro ponto, vale a pena, atendendo àqueles que continuam a apresentar a lógica da Idade Média como uma simples repetição, enfeitada apenas com alguns ornatos, da de Aristóteles, vale a pena, dizíamos, citar a passagem, de uma espantosa brevidade num longo tratado, em que Burleigh expõe, iamos escrever despacha, a teoria do silogismo categórico: «Depois de ter falado das regras gerais que se aplicam a toda a consequência, há que acrescentar algumas observações especiais sobre as consequências silogísticas. Direi pois que há duas regras gerais que se aplicam a todo o silogismo sejam quais forem a figura e o modo, a saber: que ele tenha [pelo menos] uma proposição universal e uma proposição afirmativa; porque nada resulta silogisticamente de uma negativa nem de uma particular. Além destas regras comuns a toda a figura, há certas regras especiais para cada figura. Para a primeira figura, duas regras: nos modos que concluem directamente, a maior deve ser universal e a menor afirmativa. Na segunda figura, há outras regras. Uma delas é que a maior deve ser universal, e uma [das premissas] negativa. Na terceira figura, há outras regras: a menor deve ser sempre afirmativa e a conclusão particular, senão o silogismo não é válido. Dito isto, basta quanto às consequências².»

E eis, sobre o segundo ponto, o comentário de Boehner: «Com Burleigh produziu-se um acontecimento histórico de uma importância capital na história da lógica. Pela primeira vez, que saibamos, na escolástica medieval, um lógico colocou o capítulo sobre as consequências, que por sua vez contém a silogística como uma parte menor, no começo do seu sistema lógico. A importância deste acontecimento não é em nada diminuída pelo facto de as gerações seguintes terem esquecido completamente esta grande realização³.» É de facto claro que se assiste assim a

¹ Sem por isso serem necessariamente «nominalistas»; assim, Burleigh tinha entrado em discussão com Occam a respeito dos universais; mas o próprio título do seu livro marca bem a sua intenção de purificar a lógica libertando-a dos elementos que são estranhos à sua natureza.

² *De puritate artis logicae, tractatus longior*, editado por Boehner St Bonaventure (N. I.), Lovaina e Paderborn, 1955, p. 125-6.

³ Ph. Boehner, *Medieval logic*, p. 89.

uma completa inversão da ordem tradicional. Até então, a silogística era olhada como a forma elementar e tradicional da inferência válida; as outras inferências válidas eram analisadas quer como composições de silogismos (polissilogismos), quer como silogismos incompletos (entimemas), quer como uma combinação de ambos (sorites), só aparecendo claramente a sua validade lógica por referência à forma silogística. Agora, pelo contrário, o silogismo e seus derivados são colocados sob a dependência de formas de inferência mais elementares, as que regem as relações entre proposições não analisadas. Para falar em linguagem moderna, a anterioridade do cálculo das proposições sobre o cálculo das funções, de que a silogística releva, acha-se assim reconhecida.

Um novo passo, que aproxima ainda mais a lógica do século XIV da nossa lógica moderna, será dado por Buridano no seu tratado das *Consequentiae*¹, acompanhado nisso pelo seu discípulo Alberto de Saxónia. Não apenas aí são apresentadas, expressas na metalíngua, numerosas leis daquilo a que nós hoje chamamos o cálculo das proposições, mas aí se faz também uma tentativa para organizá-las sob a forma de um sistema dedutivo. «Ele compreende, escreve Moody, uma derivação axiomática das leis da dedução válida, e para isso toma as leis da lógica proposicional para fazer delas a base e a parte elementar da teoria da dedução... Além disso, nessa derivação, as regras da consequência que envolvem as proposições não analisadas são as primeiras a ser estabelecidas e provadas... Se se julgar segundo as exigências da lógica moderna, a execução deste projecto fica extremamente defeituosa; nem por isso ele deixa de ter uma importância e um interesse históricos, porque é a primeira tentativa que tenha sido feita conscientemente para axiomatizar a lógica das proposições².»

Com Alberto de Saxónia, que morreu em 1390, acaba-se o período fecundo da lógica medieval. Esta, em todo o caso, ganha em extensão. De Paris e de Oxford, alarga-se até à Itália e aos países germânicos. E no fim do século XV, a imprensa permitirá difundir mais largamente as principais obras lógicas clássicas, as dos séculos imediatamente anteriores assim como os da Antiguidade. Mas os escritos que datam deste período — tratado, manuais, comentários — nada trazem de verdadeiramente novo, e deixam mesmo escapar em parte as importantes novidades recentemente introduzidas. A mais espalhada dessas exposições de conjunto da lógica é a volumosa³ *Logica* de Paulo de Veneza, que apareceu no início do século XV. Divide-se em duas partes, a primeira sobre os termos, a segunda sobre as proposições, em que figura um capítulo

¹ No domínio da lógica, deve-se também a Buridano uma obra de conjunto, *Summula de dialectica*, que será ulteriormente impressa em Veneza sob o título, que se tornou mais habitual, de *Perutilis compendium totius logicae*; o seu início não faz praticamente mais que retomar a exposição de Pedro Hispano, mas a sequência é mais original, nomeadamente o tratado dos *Sophismata*.

² Moody, *op. cit.*, p. 8 e 80.

³ Com os nossos in-8^o de dimensões médias, seriam necessários quatro ou cinco volumes para contê-la.

sobre o silogismo. A teoria das consequências já não é lá exposta por si mesma, é modestamente incorporada no capítulo sobre as proposições hipotéticas. A partir daí, será evidentemente necessário distinguir entre lógica escolástica e lógica medieval, prolongando-se a primeira muito para além da Idade Média até aos nossos dias, mas sem grande invenção, e de maneira tal que se torna quase anónima.

Desse anonimato dificilmente emergem alguns nomes, como os de Caietano, no início do século XVI, ou de João de São Tomás, contemporâneo de Descartes. Comentadores tanto um como o outro de Tomás de Aquino, são mais teólogos que propriamente lógicos. Continuarão a ter um lugar de honra nos neo-escolásticos, e Jacques Maritain, nomeadamente, referir-se-á a eles com frequência. Mas os seus nomes nem sequer são mencionados na grande obra de M. e W. Kneale sobre *O Desenvolvimento da Lógica*.

3. Os arranjos da lógica antiga

O que durante muito tempo foi melhor conhecido, e mesmo quase a única coisa conhecida, da lógica medieval, foi o que é apenas o seu exterior. Foi a esse revestimento escolástico que se quis reduzi-la, foi ele que se perpetuou na lógica dita «clássica», onde acabou mesmo por ofuscar a lógica aristotélica que era suposto ele transmitir. Um dos traços que marcaram a lógica da Idade Média, é que ela está intimamente ligada ao ensino, donde muitas vezes certos aspectos escolares. A lógica faz doravante parte integrante do ciclo dos estudos, desde o nível elementar, o do *trivium*. Foi portanto necessário que os pedagogos encontrassem meio de torná-la mais facilmente acessível a espíritos mais jovens e menos seleccionados que aqueles a que Aristóteles se dirigia no seu ensino do Liceu.

A função dos grandes tratados de lógica da Idade Média é em primeiro lugar pedagógica. São manuais em que, na maioria das vezes, explicações longas e pormenorizadas testemunham, da parte dos seus autores, em primeiro lugar e seguramente um espírito de clareza e de rigor, mas também uma preocupação de serem acessíveis a espíritos mediocremente despertos. É evidentemente a uma tal preocupação que se deve a invenção desses processos abreviativos e mnemotécnicos que a lógica clássica, embora trocando um pouco, não deixará de acolher. Tais são o emprego das quatro primeiras vogais para designar as quatro espécies de proposições, e depois os versos em que figuram essas vogais em palavras que por vezes são forjadas expressamente, versos esses que, aprendidos de cor e assim gravados na memória, permitem reproduzir facilmente certos conhecimentos fundamentais. Assim, para a própria significação dessas quatro vogais:

Asserit A, negat E, verum generaliter ambo;

Asserit I, Negat O, sed particulariter ambo.

Tais práticas tornaram-se correntes em meados do século XIII, mas a sua origem é-nos ainda obscura. O que é certo é que as mais célebres

dessas fórmulas se encontram no tratado de Shyreswood, e depois no de Pedro Hispano, que datam da primeira metade do século XIII; mas tal facto não prova que tenham sido eles os seus inventores. No final do século passado e até uma época recente, admitia-se que eles remontavam a um autor grego do século XI, Miguel Psellos, ao qual os lógicos ocidentais do século XIII teriam ido buscar o processo, adaptando-o do grego ao latim. Com efeito, tendo encontrado tais fórmulas numa *Σύνοψις εἰς τὴν Ἀριστοτέλους λογικὴν ἐπιστήμην*, Prantl julgara poder atribuir esse escrito a Psellos, o que se conciliava com a sua ideia de que as modificações da lógica aristotélica no sentido de um formalismo cego resultavam de influências orientais. Mas trabalhos mais recentes mostraram que aquela *Σύνοψις* era devida a um autor do século XV, de maneira que, longe de as *Summulae* de Pedro Hispano serem uma tradução e uma adaptação do texto grego como supunha Prantl, foi pelo contrário o autor grego que traduziu e adaptou o latim de Pedro¹. Será então necessário atribuir esta descoberta a Shyreswood? É provável que ele a tenha recebido, pelo menos em parte, de uma tradição mais antiga, que eventualmente ele terá aperfeiçoado, pois que já se encontra uma tentativa nesse sentido, ainda desajeitada, num manuscrito do início do século XIII, e a própria palavra *Festino* figura num outro manuscrito, ainda um pouco anterior.

A mais célebre dessas fórmulas é a que simboliza os modos vários das três figuras do silogismo, indicando além disso a maneira de reduzir os modos imperfeitos aos modos perfeitos da primeira figura. Comporta algumas variantes, nomeadamente da parte dos autores que introduzirão mais tarde uma quarta figura. Eis como ela se apresenta em Pedro Hispano, que fez seguir imediatamente os quatro modos «perfeitos» da primeira figura dos modos «indirectos» dessa mesma figura:

Barbara Celarent Darii Ferio — Baralip-ton
 Celantes Dabitis Fapesmo Frisesomorum;
 Cesare Camestres Festino Baroco; Darapti
 Felapton Disamis Datisi Bocardo Ferison.

Em cada uma destas palavras, as três primeiras vogais simbolizam a natureza das três proposições do silogismo, na sua ordem canónica: maior, menor, conclusão. Em seguida, a consoante inicial da palavra indica que o modo designado por esta palavra deve reduzir-se ao da primeira figura que começa pela mesma letra, por exemplo, Baroco a Barbara, Datisi a Darii, etc. Finalmente, no corpo das palavras, certas letras indicam a operação que há que fazer sofrer à proposição designada pela vogal que está antes, a fim de obter essa redução: *s* convida à conversão simples, *p* à conversão por acidente, *m* à troca das premissas,

¹ Bochenski, *F. L.*, p. 244 e ss. Acrescente-se que as fórmulas gregas marcam um progresso sobre as fórmulas latinas, porque enquanto que estas últimas se tornaram simples justaposições de palavras, algumas das quais são mesmo fictícias, sem formar uma frase, as outras têm um sentido. Por exemplo, o verso que corresponde a Barbara Celarent... onde se reconhecerão em cada palavra as vogais características, é:

Γράμματα ἔγραψε γραφίδι τεχνικός o que significa: «Estas letras, escrevi-as eu com um estilete, como perito.»

c à demonstração pelo absurdo. Vejamos, por exemplo, um silogismo em Camestres¹:

Todo o X é M
Nenhum Y é M
Logo nenhum Y é X

Para reduzi-lo, é preciso ao mesmo tempo permutar as premissas (*m*) e converter simplesmente (*s*) menor e conclusão, o que dá um silogismo em Celarent:

Nenhum M é Y
Todo o X é M
Logo nenhum X é Y

Tomemos um segundo exemplo, que faça intervir uma demonstração pelo absurdo, um silogismo em Baroco, por exemplo. Para provar que a sua conclusão se segue necessariamente das suas premissas, supõe-se que essa conclusão é falsa e portanto substituímo-la pela sua contraditória (aqui, A), depois mostra-se que então, junta a uma das premissas, essa contraditória da conclusão inicial obriga, segundo um modo reconhecido «perfeito» (aqui, Barbara), a rejeitar a outra premissa: o que obriga em contrapartida, se se conservar esta segunda premissa, a conservar também a conclusão inicial. Pode figurar-se assim esta demonstração pelo absurdo:

{	Todo o X é M Algum Y não é M	}	Todo o X é M
	↓		
	Logo algum Y não é X	→	Todo o Y é X
			↓
			Logo, todo o Y é M

Sendo esta última conclusão, «Todo o Y é M», contraditória em relação à menor do silogismo inicial, é preciso, quando esta menor é posta, rejeitar uma tal conclusão, e por conseguinte rejeitar também a mudança que a tinha tornado possível; portanto, há que voltar à contraditória de «Todo o Y é X», isto é, à conclusão inicial «Algum Y não é X», que se encontra assim justificada.

Quanto à maneira de reter o que caracteriza cada uma das três figuras, segundo o lugar que nelas ocupa o termo médio nas premissas, ela é facilitada pela seguinte fórmula, em que as sílabas *sub* e *prae* são abreviaturas de *subjectum* e *praedicatum*:

Sub prae prima, *bis prae* secunda, *tertia bis sub*.

Aqueles que, ulteriormente, virão a admitir uma quarta figura, formularão o verso assim:

Sub prae, *tum prae prae*, *tum sub sub*, *denique prae sub*.

¹ Recorde-se que, na sequência de Apulcio, de Alexandre e de Boécio, o silogismo se enuncia agora regularmente como um esquema de inferência, e não já como uma lei.

Para terminar a respeito destas fórmulas, citemos ainda aquela que permite, em lógica modal, pelo jogo das negações, estabelecer as equipolências entre as quatro modalidades: possível, contingente, impossível, necessário. A partir de um enunciado modal elementar, em que o *dictum* e o modo são ambos afirmativos, pode-se, fazendo incidir a negação quer sobre o *dictum*, quer sobre o modo, quer sobre ambos ao mesmo tempo, obter um outro enunciado que tem o mesmo sentido, desde que se mude ao mesmo tempo o modo, segundo uma certa regra que a fórmula indicará precisamente. Convenciona-se em primeiro lugar designar pelas vogais A, E, I, U, as quatro combinações possíveis da afirmação e da negação, segundo o quadro seguinte:

		Dictum	
		Afirmativo	Negativo
Modo	Afirmativo	A	E
	Negativo	I	U

Dá-se então a fórmula seguinte:

Purpurea Iliace Amabimus Edentuli

cujo modo de emprego é o seguinte. Tomando um *dictum* qualquer, se o marcarmos sucessivamente com as quatro modalidades, tomadas na ordem atrás citada (isto é: possível, contingente, impossível, necessário), e desde que apliquemos, em cada mudança de modalidade, a combinação de afirmações e de negações que cada palavra da fórmula prescreve, obteremos quatro enunciados equipolentes. Designemos, para abreviar, o *dictum* pela letra *p*, e cada um dos quatro modos pela letra inicial do seu nome — a mesma em latim e em português, *P* para possível, etc. —, obtém-se, por exemplo, com Purpurea:

<i>P</i>	<i>C</i>	<i>I</i>	<i>N</i>
pUr	pU	rE	A
~ <i>P</i> ~ <i>p</i>	~ <i>C</i> ~ <i>p</i>	<i>I</i> ~ <i>p</i>	<i>Np</i>

isto é, são equivalentes as proposições seguintes: *não é possível que não-p*, *não é contingente que não-p*, *é impossível que não-p*, *é necessário que p*. Proceder-se-á de igual modo com Iliace, Amabimus, Edentuli. Com quatro modos, e para cada uma das proposições modais há quatro combinações possíveis das afirmações e das negações, isso dá $4 \times 4 = 16$ eventualidades, que são obtidas com as quatro vogais de cada uma das quatro palavras. Na verdade, estas dezasseis eventualidades teóricas reduzem-se realmente a doze. Porque os escolásticos, ter-se-á sem dúvida notado isso, não distinguem aqui entre o possível e o contingente; esta identidade manifesta-se, nas suas fórmulas, pela repetição da

mesma vogal no início de cada uma das quatro palavras, de maneira que a cada uma dessas palavras falta uma das quatro vogais. Neles tal como em Aristóteles pode julgar-se lamentável esse duplo emprego, quando faz de facto falta um termo simples para designar o não-necessário.

Todos estes artificios têm como efeito, e mesmo como finalidade, substituir uma aprendizagem maquinal a uma compreensão inteligente. Sob este aspecto, pode comparar-se-lhe um processo novo para estabelecer os modos válidos do silogismo, porque um tal processo tem, também ele, algo de mecânico e não apresenta, para esses modos, a razão profunda da sua validade. Os escolásticos foram buscá-lo a Averróis. Encara-se o problema ao invés, se assim se pode dizer. Em vez de reconhecer directamente, figura após figura, os modos concludentes, eliminam-se aqueles que o não são: os concludentes são os que ficam. Começa-se por enunciar as regras a que um silogismo deve obedecer para ser concludente. Depois, tendo traçado a lista exaustiva das combinações possíveis de três proposições cada uma das quais pode estar em

A, em E, em I, ou em O, ou seja, 64 para cada figura, rejeitam-se as que violam uma ou outra das regras previamente estabelecidas. Os modos que resistem a esta prova são então retidos como concludentes. Estas regras gerais são, durante a Idade Média, em número de cinco, às quais se juntarão algumas regras especiais para cada figura. Eis essas cinco regras, como as encontramos em Pedro Hispano, por exemplo, onde são formuladas em quatro versos latinos: de duas premissas particulares não se segue conclusão, e também não de duas premissas negativas; se uma das premissas é particular, a outra é-o também; a conclusão não deve conter o termo médio. Por exemplo, seja qual for a figura, estas regras excluem combinações em A E A, E E E, ou em O I O, etc. Pode fazer-se depender todas estas regras de duas leis fundamentais¹: o que é verdadeiro da totalidade do género (*omnis*) é verdadeiro também das espécies e dos indivíduos contidos nesse género; o que é falso da totalidade do género (*nullus*) é falso também das espécies e dos indivíduos contidos nesse género. Estas duas leis cuja origem se pode fazer remontar a Aristóteles², foram associadas e apresentadas pelos escolásticos como «o princípio do silogismo»; era designado correntemente, abreviando, como o *Dictum de omni et nullo*. Esta maneira de proceder é por certo rigorosa, mas tem um carácter cego e maquinal, razão por que alguns fizeram em seguida sobre ela um juízo desfavorável, por exemplo, Rabier: «Esta teoria, vazia de pensamento, e que se contenta com fornecer provas, substituiu infelizmente e fez esquecer a de Aristó-

¹ Mais tarde, na época do Renascimento, enunciar-se-ão oito regras, quatro para os termos e quatro para as proposições, cada uma delas formulada num verso latino, e foi esse conjunto de oito regras que passou para o ensino tradicional. Para não termos de voltar a isso, apresentamo-las aqui também traduzidas: Que haja três termos, médio, maior, menor; a conclusão nunca deve conter o médio; os termos não devem ser tomados numa maior extensão na conclusão que nas premissas; que o médio seja tomado universalmente pelo menos uma vez; duas premissas afirmativas não podem dar origem a uma negativa; se as duas premissas são negativas não há conclusão; a conclusão acompanha sempre a parte mais fraca; nenhuma conclusão se segue de duas particulares.

² *Categorias*, III, l b 10, e *Prim. Anal.*, I, I, 24 b 28-30.

teles, cujas provas são ao mesmo tempo *razões*. Ela contribuiu por certo para o descrédito em que a lógica caiu desde o século XVII¹»

Ao lado destas novidades totalmente exteriores, é preciso assinalar que a lista dos modos e das figuras conheceu também algumas modificações. A lista dos modos alonga-se com o acrescento daqueles que os medievais denominarão «subalternos», porque se obtém substituindo uma conclusão universal pela particular que lhe é subalterna: prestam-se a isso portanto, se se admitir a legitimidade da subalternação, os modos cuja conclusão está em A ou em E, por exemplo, Barbara dará Barbari. Celarent dará Celaront, etc. Ou ainda, novo acrescento, dado que as proposições em E e em I se convertem simplesmente, os modos que concluem segundo uma destas duas letras poderão receber uma outra forma, em que a conversão da conclusão fará permutar sujeito e predicado, por exemplo, Cesare dará Cesares. Na verdade, se estes modos não figuram expressamente em Aristóteles, alguns dentre eles não tardariam a ser mencionados; assim, os modos «subalternos» tinham sido estabelecidos por Aristão de Alexandria (século I a. C.) e sem dúvida também na própria escola peripatética. Mas habitualmente eles tinham sido descurados, com a justificação, dada por Apuleio, de que não é muito razoável concluir o menos quando se pode concluir o mais. A Idade Média parece no entanto ter-se interessado por eles, e no fim do período encontramos estes novos silogismos catalogados e designados — com alguns outros realmente incorrectos — em Pedro de Mântua.

Um desvio mais notável em relação à silogística de Aristóteles e ao mesmo tempo em relação aos ensinamentos da *Isagoge*, é a introdução dos silogismos que comportam um ou vários termos singulares. Recorde-se que estes estavam banidos dos *Analíticos*, e que, por outro lado, a árvore de Porfírio distinguia expressamente o *indivíduo* e a *infima species*. Ora, a maneira como os silogismos singulares são então introduzidos e justificados equivale a assimilar o indivíduo a uma classe ou, por outras palavras, a assimilar o termo singular a um termo geral, com uma simples diferença de extensão: sendo então essa classe uma classe singular, uma classe que conta apenas um único membro. A proposição singular vê-se portanto assimilada a uma universal, uma vez que o que é afirmado ou negado de uma classe singular é evidentemente afirmado ou negado dessa classe considerada em toda a sua extensão, não se deixando esta já dividir. Alguns autores denunciavam esta assimilação dos silogismos de termos singulares aos silogismos aristotélicos de termos gerais, fazendo preceder o nome do indivíduo pela expressão *Omne quod est* (por exemplo: *Tudo o que é de Sócrates é homem*). Encontra-se assim em Occam o exemplo que se tornará tradicional da mortalidade de Sócrates, em que o termo singular é o menor, sujeito da menor e da conclusão. Mas nele, tal como no Pseudo-Escoto ou em outros, encontram-se também silogismos em que o termo singular desempenha o papel de médio, figurando assim nas duas premissas. O caso mais normal é então o da terceira figura, em que ele é duas vezes

¹ *Leçons de philosophie, II, Logique*, Paris, Hachette, 1886: 6.^a ed., 1909, p. 59.

sujeito: *Sócrates é branco, Sócrates é um homem, logo um homem é branco* (Darapti). Entretanto, também se constroem nas outras duas figuras, onde ele é tomado, paradoxalmente, como predicado, quer na menor (1ª figura), quer nas duas premissas (2ª figura); e mesmo silogismos que comportam apenas termos singulares ou assimiláveis a singulares, tais como este, catalogado entre os Barbara: *Octávio é o herdeiro de César, eu sou Octávio, logo eu sou o herdeiro de César*. Em silogismos como este último, é claro que a repartição dos termos em grande, médio e pequeno quase não tem sentido, e seja como for só pode fazer-se segundo o lugar que eles ocupam no silogismo. Tais silogismos justificam-se pelo processo aristotélico da ectese, foram chamados silogismos *ectéticos* (*expositorii*), e houve quem se aplicasse a fazer a sua enumeração em cada uma das três figuras. Alguns dentre eles não entram nos quadros tradicionais, porque na terceira figura alguns terão uma conclusão singular, olhada portanto como universal (*Sócrates é branco, Sócrates é este homem, logo este homem é branco*), ao passo que na segunda figura alguns terão uma conclusão afirmativa (*Sofronisco é o pai de Sócrates, este homem é o pai de Sócrates, logo este homem é Sofronisco*).

A admissão dos silogismos singulares era seguramente necessária, e pode portanto ser olhada como um progresso. Contudo, o modo como eles foram então introduzidos parece-nos hoje infeliz. Tem como efeito esconder a sua originalidade, porque quando são assim apresentados, entre eles e os silogismos tradicionais, há apenas uma diferença «puramente verbal», como o reconhece Occam: o silogismo que conclui pela mortalidade de Sócrates tem então exactamente a mesma forma lógica que o que conclui pela mortalidade de todo o filósofo, é como ele um Barbara. Parece-nos pelo contrário, desde Peano, que é um erro assimilar o indivíduo a uma classe, mesmo singular, ou tratá-la, para empregar a linguagem de Porfírio, como a espécie especialíssima. A nosso ver, o único Barbara de Occam deve subdividir-se em duas formas distintas, consoante o sujeito da menor designa um conceito ou um indivíduo:

$$\begin{array}{l} (x)fx \supset gx \\ (x)hx \supset fx \\ \hline (x)hx \supset gx \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (x)fx \supset gx \\ fx_1 \\ \hline gx_1 \end{array}$$

Em resumo, três posições são possíveis em relação às proposições singulares e ao lugar a reservar-lhes na silogística: ou excluí-las dela (Aristóteles e seus sucessores da Antiguidade), ou admiti-las assimilando-as às universais (Occam, vários escolásticos, e mais tarde Wallis, os lógicos de Port-Royal), ou então por fim, admiti-los mas reconhecendo um carácter original aos silogismos em que elas figuram (como fará Ramus, e como fariamos nós hoje).

Não é conhecido nem o autor, nem o momento exacto em que foi introduzida uma quarta figura do silogismo, figura cuja própria existência não deixará, até ao nosso tempo, de ser contestada e de constituir objecto de polémicas. Não se encontram vestígios de uma tal figura na

lógica escolástica durante a Idade Média¹. É verdade que por vezes foram destacados da primeira figura os modos «indirectos» dessa figura que Teofrasto recenseara, mas esse grupo assim isolado não se identifica com o que seguidamente se designará como a quarta figura. Ou então, não podia deixar de ter-se compreendido que se obtinha uma nova configuração, a partir da primeira figura, ao inverter as suas premissas, mas uma tal intervenção não basta para constituir propriamente uma nova figura, realmente distinta da primeira. Eis, por exemplo, como se exprime Alberto de Saxónia a este respeito: «Há uma quarta maneira, a saber: quando o médio é predicado na primeira premissa e sujeito na segunda... Mas é preciso notar que esta quarta figura só se distingue da primeira pela permuta das premissas, o que não tem nenhum efeito quanto à derivabilidade ou não-derivabilidade da conclusão².»

Os medievais desenvolveram longamente a lógica modal. Retoma-se, sob os termos de modalidade *de re* a modalidade *de dicto*, ou ainda de sentido dividido e de sentido composto das proposições, o que Abelardo chamava a *expositio de rebus* e a *expositio de sensu*. Faz-se notar que um enunciado *de dicto* é sempre singular, tendo por sujeito o *dictum*, ao passo que um enunciado *de re* pode ser universal ou particular, consoante a quantidade do sujeito. Tal como em Aristóteles, o contingente e o possível são geralmente tomados como sinónimos, com alguma flutuação entre o sentido unilateral e o sentido bilateral. Os dois principais prolongamentos da teoria tradicional são os seguintes³:

1.º Às quatro modalidades aristotélicas, o Pseudo-Escoto junta, além do verdadeiro e do falso, modalidades ditas subjectivas tais como: duvidoso, conhecido, julgado, aparente, querido, escolhido, antecipando-se assim às teorias modernas de alargamento das modalidades pela consideração, ao lado das modalidades «aléticas», de modalidades «epistémicas», «deonticas», etc.;

2.º Enquanto que Aristóteles entendia as suas modais no sentido dividido (*de re*), e Teofrasto no sentido composto (*de dicto*), Occam não apenas encara ambos os casos, mas estuda também as suas combinações. De maneira que, em cada uma das figuras clássicas, ele distingue quatro variedades, consoante as premissas são ambas tomadas no sentido composto, ou ambas no sentido dividido, ou a maior no sentido composto e a menor no sentido dividido, ou enfim, inversamente. Se se acrescentar que ele distinguia, além disso, entre o possível (concebido como puro possível, subalterno do necessário) e o contingente (concebido como possibilidade bilateral), e enfim que ele considerava também modos subjectivos, à maneira do Pseudo-Escoto, compreender-se-á até que ponto se multiplica, com ele, a lista dos silogismos modais.

¹ Foi recentemente descoberto um texto hebraico do século XIII, cujo autor, um judeu chamado Albalag, se gaba de ter descoberto uma quarta figura, à qual atribuiu cinco modos. Mas parece ter sido totalmente ignorado dos escolásticos (Bochenski, *F. L.*, p. 251-254). Assinala-se que, inversamente, Lorenzo Valla (*Dialecticarum libri tres*, 1441) rejeita a terceira figura que considera inútil e destituída de sentido; o estatuto desta terceira figura continuará a ser assunto de discussão durante um século.

² *Perutilis logica*, IV, 7; em Bochenski, *F. L.*, p. 251.

³ Bochenski, p. 261-2 e 265-7.

4. Novos contributos

Para comodidade da exposição, distribuimos, a exemplo de Boehner, em dois grupos as teorias da lógica medieval: as que não fazem mais que retomar as teorias da lógica antiga, apenas com uma apresentação um pouco diferente e o acrescento de alguns pormenores, e as que trazem elementos novos, desconhecidos dessa lógica antiga. Mas, como nota Boehner¹, os próprios escolásticos sem dúvida que só com muitas reservas teriam admitido que se falasse aqui de novidade, a não ser num sentido débil da palavra. Em lógica, tal como em todos os domínios, eles estavam intimamente convencidos de que a sua função era a de perpetuar uma tradição. Não se vê como é que algum deles tenha sequer sonhado em pôr estes elementos novos em oposição aos ensinamentos da lógica aristotélica, olhada como a base necessária e definitiva desta ciência. Quanto a nós, que ajuizamos de um modo diferente, a distinção é permitida, ainda que o limite careça de nitidez.

Entre os diversos *tratados*, quer separados, quer incorporados nas *sumas*, que praticamente não têm correspondente na lógica antiga, mencionemos em primeiro lugar, para começar por algo de bastante exterior, os que se ocupam das «obrigações». Pode-se, a bem dizer, situá-los no prolongamento das prescrições que regulavam as discussões dialécticas na Antiguidade greco-romana. Algumas dessas obrigações eram puras convenções, que podiam variar de uma Universidade para a outra. É assim que um manuscrito nos dá a conhecer as que estavam em vigor em Cambridge. Mas encontravam-se lá também regras de carácter lógico ou metodológico, algumas das quais fazem pensar nas condições que impõem aos nossos sistemas axiomáticos para assegurar a sua validade.

Mais importantes são os tratados sobre os *syncategoremata*. A própria palavra remonta à Antiguidade², e é talvez de origem estoica. Os termos essenciais de um enunciado são os nomes e os verbos, que têm por si mesmos uma significação, porquanto são signos para certos objectos. Mas muitos enunciados fazem além disso apelo a outras palavras que têm por função modificar ou determinar de uma certa maneira esses nomes ou esses verbos, por exemplo, a conjunção, a negação, os quantificadores. Tais palavras têm de facto um sentido, porque despertam alguma coisa no nosso pensamento, mas não têm significação própria, não são signos de nenhum objecto. Só adquirem um significado pela sua combinação com os nomes e os verbos; são *consignificantia*, como por vezes se traduz em latim a palavra grega *syncategoremata*³, em vez de transcrevê-la simplesmente.

Eis como Alberto de Saxónia apresenta esta distinção: «Um termo categoremático é um termo que, tomado na sua função significativa, pode ser sujeito ou predicado, ou parte do sujeito ou parte do predicado

¹ *Medieval Logic*, p. 16.

² Prisciano, onde a encontramos, atribui-a aos «dialécticos».

³ Que deveria traduzir-se literalmente por: *co-predicata*, co-predicados.

distribuído¹, numa proposição categórica. Por exemplo, «homem», «animal», «pedra». Denominam-se termos categoremáticos porque têm uma significação limitada e determinada. Inversamente, um termo sincategoremático é um termo que, tomado na sua função significativa, não pode ser sujeito ou predicado, nem mesmo parte do sujeito ou parte do predicado distribuído, numa proposição categórica. Por exemplo, «todo», «nenhum», «algum», etc., que se chamam signos de universalidade ou de particularidade. De igual modo também as negações, por exemplo, «não», as conjunções como «e», as disjunções como «ou», as preposições exclusivas ou exceptivas como «salvo», «somente», etc., que são todas elas termos sincategoremáticos².

Duas fórmulas devem ser sublinhadas nesta passagem, como o explica seguidamente o próprio Alberto de Saxónia. Em primeiro lugar, aquela em que se diz que os termos sincategoremáticos não só não se prestam a ser sujeitos ou predicados, mas mesmo a ser partes do sujeito ou do predicado. Veja-se, por exemplo, a proposição *Todo o homem corre*. Se «todo» fosse olhado como fazendo parte do sujeito, seria preciso dizer que a proposição «Algum homem não corre» não tem o mesmo sujeito que a primeira e, por conseguinte, que as duas proposições não são contraditórias, o que é falso. Na realidade, as palavras «todo» e «algum» não pertencem ao sujeito, são simplesmente aqui modos de modificar o sujeito, de indicar de que maneira este é «suposto». Segunda observação: na definição dos termos categoremáticos e sincategoremáticos figura a expressão «tomados na sua função significativa». Porque se palavras como «todo», «e», «não», etc., eram tomadas, não na sua função significativa ou, mais exactamente, co-significativa, mas eram entendidas «materialmente», isto é, como simples palavras, então elas poderiam perfeitamente figurar como sujeitos ou predicados de uma proposição: «*Todo*» é um signo de universalidade, «*E*» é uma conjunção copulativa, «*Não*» é um advérbio. Vê-se bem, por exemplo, que nesta última proposição, «não» não funciona como uma negação, pois que esta proposição é afirmativa, afirma alguma coisa do seu sujeito, que é a própria palavra «não».

Os medievais atribuíam importância a esta distinção, pois que, nas suas obras de conjunto, consagravam geralmente, a partir de Shyreswood, um tratado especial aos *syncategoremata*. E com razão, dado que semelhante distinção é essencial à ideia de uma lógica formal. Ela permite de facto separar, no discurso, o que é como que a sua carne, a matéria, e o que é o seu esqueleto lógico, a forma. Os nossos autores tinham captado perfeitamente essa correspondência. Assim Alberto de Saxónia, segundo Buridano: «O que nós entendemos pela matéria de uma proposição ou de uma consequência, são os termos puramente categoremáticos, isto é, os sujeitos e os predicados, excluindo termos

¹ Distribuído, quer dizer tomado universalmente. *Distribui est a accepi universaliter* (Goelenius).

² *Perutilis logica*, I, 3; citado por Boehner, *Medieval Logic*, p. 22:23.

sincategoremáticos pelos quais os primeiros são conjuntos ou disjuntos ou determinados num certo modo de suposição. O resto pertence à forma¹.» Essa a razão por que Bochenski encara a teoria das expressões sincategoremáticas como podendo servir para definir a concepção que os medievais tinham de lógica formal, e ver aí, de acordo com Boehner, uma antecipação da nossa lógica formal moderna². Ambos sublinham que a distinção entre termos categoremáticos e sincategoremáticos corresponde à que fazemos hoje entre as constantes materiais ou as variáveis por um lado, e as constantes lógicas por outro. A bem dizer, a coincidência não é perfeita, já que os *syncategoremata* recobrem um campo um pouco mais alargado que as nossas constantes lógicas, onde nos repugna fazer figurar *syncategoremata* como «excepto», «enquanto», etc. Mas talvez esta limitação, imposta pelo formalismo contemporâneo, tudo somado, só tenha vantagens.

Uma parte importante das sumas lógicas da Idade Média dedica-se, muitas vezes sob o título geral de *parva logicalia*, a tratar das «propriedades dos termos». Esta teoria parece ter-se formado em fins do século XII. Encontramo-la pela primeira vez em Shyreswood, mas ele não a apresenta como uma coisa nova. Tem como objecto distinguir as diversas funções que as palavras ou as expressões podem ter de desempenhar quando figuram como termos numa proposição. É acompanhada geralmente de uma classificação das partes do discurso, consoante a aptidão de cada uma para desempenhar este ou aquele papel. Shyreswood distingue quatro espécies de propriedades: a significação, a suposição, a copulação e a apelação. A significação, por exemplo, é definida como a apresentação ao intelecto de uma certa forma (*forma*, no sentido de ideia, *εἶδος*). A suposição pode entender-se quer *secundum actum*, quer *secundum habitum*; será preciso recordar-se que o sentido literal de «estar colocado sob» permanece sempre presente, a título metafórico, no emprego da palavra su-posição. Não nos referimos às outras espécies, cuja lista se alonga com os autores, que lhe acrescentam a ampliação e a restrição, por exemplo, assim como o uso dos relativos, etc. Burleigh tentará uma sistematização apresentando a suposição como referindo-se ao sujeito da proposição, a apelação ao predicado, e a copulação ao verbo.

A mais importante destas noções é a da suposição, que apresenta muitos matizes, conforme os autores. Pode além disso entender-se em sentidos mais ou menos amplos. Num sentido restrito, ela convém apenas ao substantivo sujeito, que tem como papel representar os seres que ele «supõe», que existem como seus «supostos». Por exemplo, na proposição *O homem é mortal*, a palavra *homem* tem como supostos os homens, Sócrates, Platão, Alcibiades, etc., ao passo que nem a cópula nem o predicado têm supostos. Pode mesmo restringir-se mais ainda aceitando como supostos do substantivo sujeito apenas indivíduos

¹ *Perutilis logica*, IV, 1; citado por Boehner, *op. cit.*, p. 25 e por Bochenski, *F. L.*, p. 181.

² W. Kneale mostra-se, sobre este ponto, mais reservado (*D. L.*, p. 233/234).

actualmente existentes, excluindo portanto tudo o que se refere ao passado, ao futuro, ao possível, ao imaginário, etc. Se o alargarmos num sentido mais amplo, poder-se-á distinguir o sentido impróprio, quando o termo é entendido de maneira metafórica, e o sentido próprio, em que ele é entendido em virtude da expressão ela mesma, *de virtute sermonis*. Neste sentido próprio, ele divide-se, desde Shyreswood, em suposição material ou formal. A suposição diz-se «material» quando o termo é tomado de maneira não significativa, isto é, por ele próprio e não pelo que normalmente ele é chamado a significar; ou, como diríamos hoje, quando ele é entendido de maneira autônoma, designando-se a si próprio e não objectos que ele tem como função designar; por exemplo. «*homem*» é um substantivo. Caso contrário, a suposição diz-se «formal». Occam, neste último caso, dizia suposição «pessoal». Burleigh retoma esta última qualificação, mas entendendo-a de outro modo. Faz dela um caso da suposição formal, que divide em duas espécies: a suposição «simples», quando o termo é tomado pelo que ele significa, pelo seu *significatum*; e a suposição «pessoal», quando é tomado pelos indivíduos que ele representa, pelos seus *supposita*. Por outras palavras: os supostos do termo-sujeito são, quer esse mesmo termo (suposição material), quer os indivíduos concretos que ele designa (suposição pessoal), quer finalmente o seu sentido (suposição simples). Esta distinção está ligada ao realismo das essências em Burleigh, e não tinha naturalmente lugar em Occam. Na suposição a que dá o nome de pessoal, Occam faz, segundo Pedro Hispano, uma outra distinção, entre a suposição «discreta», aquela cujo sujeito representa um indivíduo, e a suposição «comum», aquela em que o sujeito funciona como um universal. Verificam-se seguidamente, para este último caso, subdivisões, que não é necessário mencionar¹.

Esta teoria das suposições parece-nos hoje antiquada. É que ela já não tem praticamente razão de ser com a criação das línguas simbólicas modernas, afastadas das contingências das línguas naturais e adaptadas tão exactamente quanto possível às exigências de um pensamento lógico. Pelo contrário, quando a análise lógica incide sobre uma língua como o latim, cuja sintaxe, muitíssimo complexa, só parcialmente coincide com a sintaxe lógica do pensamento, torna-se indispensável, para construir uma lógica formal em que não se corra o risco de se deixar enganar por semelhanças ou diferenças falaciosas nas formas gramaticais, analisar estas e, para fazê-las quadrar com as formas lógicas que é suposto elas exprimirem, introduzir nelas paralelos ou distinções, fazer divisões e subdivisões, numa palavra, enquadrá-las numa sistematização conceptual nova².

Um exemplo elementar, quase grosseiro na sua simplicidade, vai fazer-nos compreender isso mesmo. A teoria das suposições permitia, entre outras funções, desempenhar aquela que hoje atribuímos à teoria

¹ Para mais pormenores sobre esta teoria complexa da *suppositio* e sobre os seus desenvolvimentos, de Shyreswood a Burleigh, poder-se-á ler a análise muito aprofundada de W. Kneale, *D. L.*, p. 248:272.

² Cf. Boehner, *Medieval Logic*, p. 28-29; W. Kneale, *D. L.*, p. 274.

dos níveis da linguagem, níveis que assinalamos muito simplesmente por diferenças de escrita, pondo entre aspas o termo ou a expressão empregados de maneira autônoma, indo buscar os nossos símbolos a alfabetos diferentes para a língua e a metalíngua, etc. O latim dos medievais não utilizava tais processos. Então a teoria das suposições, em ligação com a da hierarquia das «intenções», tinha de intervir para clarificar as expressões e dissipar os seus equívocos. Vejamos, por exemplo, a proposição *homo est nomen*. Deverão distinguir-se duas interpretações possíveis. Se se entender o sujeito de maneira significativa, ou seja, como um termo de «primeira intenção», segundo a suposição «formal» ou «pessoal», a proposição é falsa, porque o sujeito tem nesse caso como supostos João, Pedro, Paulo, que seguramente não são nomes. Se ao contrário ele for entendido de maneira significativa, ou seja, como um termo de «segunda intenção», segundo a suposição «material», nesse caso a suposição é verdadeira, porque o termo-sujeito é para si mesmo o seu próprio suposto, e o termo *homo* é de facto um nome. Basta-nos hoje distinguir as duas formas com um mínimo de simbolismo, escrevendo quer *homo est nomen*, quer «*homo*» *est nomen*.

Os medievais consagraram igualmente numerosos tratados aos *sophismata*. Já na primeira metade do século XII, o inglês Adam de Balam, conhecido sob o nome de Parvipontanus porque ensinava em Paris na Petit-Pont, escrevera uma *Ars disserendi* (1152) onde declarava que o principal interesse do estudo da lógica era ensinar-nos a reconhecer os sofismas e a desmontá-los. Um dos paradoxos que ele dá como exemplo é, expresso em termos modernos, a possibilidade para um conjunto de ter um subconjunto comportando o mesmo número de elementos¹. Mas foi a difusão do *Organon* completo feita no século XII que fixou o interesse por estas questões. Mais que os *Primeiros Analíticos*, cujo conteúdo era já conhecido por meio dos intermediários latinos, é o tratado *Das Refutações Sofísticas* (*Sofismas*) que, pela sua novidade, choca os espíritos. A bem dizer, os *sophismata* dos medievais não são propriamente sofismas, mas antes expressões ambíguas que impõem certas distinções de ordem lógica para afastar uma interpretação errónea². Os *Sophismata*, que depois de muitos outros Alberto de Saxónia escreveu, analisam mais de duzentos casos. Eis dois exemplos, que fazem sentir a obrigação de precisar aquilo que hoje chamaríamos o «alcance» de um operador ou, por outras palavras, de fazer uma pontuação minuciosa. *Omnes homines sunt asini vel homines et asini sunt asini*. Esta proposição é verdadeira porque é uma copulativa cujos dois membros são verdadeiros, a saber: *omnes homines sunt asini vel homines*, e *asini sunt asini*. Mas ela pode também ser considerada falsa, porque é uma disjuntiva cujos dois membros são falsos, a saber: *omnes homines sunt asini*, e *homines et asini sunt asini*. Nós diríamos: há que não escrever $p \vee q \cdot r$.

¹ Ver I. Thomas, «A twelfth Century paradox of the infinite», *Journal of Symbolic Logic*, 1958, p. 133-134. O texto da *Ars disserendi* é reproduzido na recolha de L. Minio-Paluello, *Twelfth Century Logic*, vol. I, 1956. •

² É essa a razão por que Bochner inclui a teoria medieval dos *sophismata* no seu capítulo sobre os *novos* elementos da lógica escolástica.

fórmula equivocada, mas escolher entre $(p \vee q) \cdot r$ e $p \vee (q \cdot r)$. Outro exemplo. *Non aliquid est vel tu es homo*. Esta proposição é verdadeira porque é uma disjuntiva cujo segundo membro, *tu es homo*, é verdadeiro; mas é falsa, porque o seu oposto contraditório, *aliquid est vel tu es homo*, é verdadeiro. Por outras palavras: há que não escrever $\sim p \vee q$, mas escolher entre $(\sim p) \vee q$ e $\sim (p \vee q)$.

Com os *sophismata* podemos confrontar os *insolubilia*, tratados sobretudo durante o segundo período. A palavra não deve induzir-nos em erro: são dificuldades não insolúveis, mas cuja solução é difícil e põe problemas ao lógico. Trata-se essencialmente daquilo a que chamamos antinomias, isto é, proposições cuja verdade implica a sua própria falsidade, e reciprocamente. Alberto Magno definia-as assim: «Chamo *insolúveis* enunciados tais que, seja qual for o ramo da alternativa que se aceite, é-se levado por isso a aceitar a sua contraditória¹.» Eis alguns exemplos tirados, tal como os anteriores, de Alberto de Saxônia, nos quais se reconhecem variantes do *Mentiroso*. *Digo o falso*:

Esta proposição é falsa.

A proposição que eu enuncio é a mesma que a que enuncia Platão admitindo-se que a que Platão enuncia é falsa.

Sócrates diz: o que Platão diz é falso; Platão diz: o que Sócrates diz é verdadeiro.

Sócrates: o que Platão diz é falso; Platão: o que Cícero diz é falso; Cícero: o que Sócrates diz é falso.

Sócrates: Deus existe; Platão: não há outra proposição verdadeira para além das que Sócrates enuncia.

Nestes exemplos, a dificuldade vem do facto de a proposição conter um predicado que se refere à própria proposição. O Pseudo-Escoto² intitula um capítulo do seu tratado sobre as *Refutações Sofísticas* (*Sofismas*) de Aristóteles «Se um termo Geral pode aplicar-se ao conjunto do enunciado de que ele faz parte», e responde a esta questão pela negativa³. Buridano, que julga esta resposta insuficiente, analisou longamente dificuldades deste género⁴. Paulo de Veneza recapitulará, antes de propor a sua própria, uma boa dúzia de maneiras pelas quais se pode tentar resolver tais antinomias.

Mas a doutrina medieval que hoje se nos apresenta como a mais interessante, no sentido de que podemos encará-la como a prefiguração de uma parte essencial e fundamental da nossa lógica contemporânea, é a teoria das *consequentiae*. Ela própria se situa no prolongamento da

¹ Em Bochenski, *F. L.*, p. 276.

² As obras do Pseudo-Escoto figuram em *J. Duns Scoti Opera omnia*, Paris, 1891, vol. II.

³ Em Bochenski, *Ibidem*.

⁴ Ver A. N. Prior, «Some problems of self-reference in John Buridan», *Proceedings of the British Academy*, vol. XLVIII, Oxford University Press, 1963, p. 281-296; J. Salamucha, «Apparition du problème des antinomies dans la logique médiévale» (em polaco), *Przeg. Filoz.*, 40, 1937.

lógica estóica sem que possa de facto supor-se uma influência directa, mas antes uma transmissão por intermédio de Boécio e de Abelardo¹. A palavra «consequência» designa, desde Abelardo, a proposição condicional, a que se inscreve na matriz *Se... então...* «Uma consequência, diz por exemplo o Pseudo-Escoto², é uma proposição hipotética composta de um antecedente e de um conseqüente ligados de tal maneira que seja impossível que o antecedente seja verdadeiro e o conseqüente falso.» Mas a este sentido, que se manterá, virá em breve juntar-se um outro, que envolve a validade de um raciocínio, isto é, a justificação da consequência pelas premissas. Na expressão que se tornará usual, *valet consequentia*, a palavra *consequentia* não designa a proposição que é a consequência das premissas, mas o conjunto do argumento, que é o único que pode ser olhado como «válido», ao passo que não se pode dizê-lo de uma proposição, mesmo da conclusão, a qual é simplesmente verdadeira ou falsa³. Estas duas significações vão misturar-se, de tal maneira que daí resultará alguma confusão, pelo menos no vocabulário. Falar-se-á indiferentemente de *antecedente* e de *consequente*, o que se relaciona com o vocabulário da proposição hipotética, ou de *premissas* e de *conclusão*, o que se relaciona com o vocabulário do raciocínio. Por outras palavras, nem sempre se faz a distinção nítida entre a forma hipotética de uma proposição, verdadeira ou falsa, e a forma inferencial, a de um raciocínio, correcto ou incorrecto. Ou quando é feita, ela é manifestamente tratada como acessório, como se a diferença fosse puramente verbal. Assim Buridano diz: «Uma consequência é uma proposição hipotética, formada de várias proposições por meio do conector 'se' ou ainda da palavra 'igitur', ou uma outra equivalente. Estas palavras indicam que, das proposições que elas ligam, uma segue-se da outra. A diferença é que a palavra 'se' indica que a proposição que se segue de imediato é o antecedente, e a outra o conseqüente, ao passo que com a palavra 'igitur' sucede o contrário⁴.» Essa a razão por que, enquanto que de início só eram catalogadas entre as *consequências* as proposições de um só antecedente ou os raciocínios de uma única premissa, excluindo portanto o silogismo, a palavra alargar-se-á seguidamente a todo o raciocínio, de modo que a própria teoria do silogismo se encontrará finalmente incluída numa teoria geral das *consequências*.

¹ Há ainda desacordos sobre este último ponto. Assim Bochenski, de acordo com Boehner, encara a teoria escolástica das consequências como uma redescoberta; se era absolutamente necessário encontrar-lhe uma fonte, dever-se-ia na sua opinião procurá-la, mais que no *De syllogismo hypothetico* de Boécio, em sugestões saídas dos *Tópicos* de Aristóteles («De consequentiis scholasticorum earumque origine», *Angelicum*, 15, 1938, p. 92-109; e *F. L.*, p. 171-172). Pelo contrário, Moody declara-se convencido, pelo estudo que fez nomeadamente de Boécio e de Abelardo, de que há continuidade, por intermédio destes dois autores, entre a doutrina estóica e a dos escolásticos (*op. cit.*, p. 3 nota).

² Comentário ao primeiro livro dos *Primeiros Analíticos*, questão X; em Kneale, *D. L.*, p. 277, e em Moody, p. 68.

³ Para evitar o equívoco no que se segue, escreveremos a palavra «consequência» em itálico quando ela designa, não como no nosso uso actual a consequência de uma inferência, mas a *consequentia* dos medievais.

⁴ *Consequentiae*, I, 3; em Moody, p. 66.

Ter-se-á sem dúvida notado que, na sua definição da *consequência*, Pseudo-Escoto emprega a palavra «impossível», que volta a encontrar-se em diversos autores. Embora Buridano, por exemplo, rectifique em certos pontos a definição do Pseudo-Escoto, ele mantém essa palavra, como fará Alberto de Saxónia quando caracterizar a natureza da relação entre o antecedente e o consequente, isto é, a relação de implicação. Ser-se-ia portanto tentado a assimilar essa relação, constitutiva de uma *consequência*, à implicação estrita de Lewis. Há que evitar confundi-las no entanto. Enquanto que Lewis entende a impossibilidade no sentido estreito da impossibilidade lógica, os medievais esses tomavam a palavra num sentido mais amplo, em que ela pode englobar também a impossibilidade material. A este respeito, eles distinguiam várias espécies de *consequências*.

A distinção fundamental era a das *consequências* formais e das *consequências* materiais. «Uma *consequência* chama-se formal, escreve Buridano, se, continuando a forma a mesma, ela é válida para todos os termos; ou, para falar mais exactamente, uma *consequência* formal é uma *consequência* tal que toda a proposição que tem a mesma forma é uma *consequência* válida¹.» Isso corresponde àquilo a que chamamos uma tautologia, uma fórmula «sempre verdadeira», sejam quais forem as constantes que nela se substituam às variáveis. Ao passo que uma *consequência* diz-se material quando tal condição não é satisfeita, ou seja, quando ela pode deixar de ser válida quando, mantendo a sua forma, se lhe mudam os termos. Para tomar o exemplo de Buridano: «Se algum homem corre, então algum animal corre» é uma *consequência* que só materialmente é válida, porque deixa de o ser se se substituírem os termos, por exemplo, «Se algum cavalo passeia, então alguma floresta passeia.» Nas *consequências* formais, a impossibilidade de um consequente falso para um antecedente verdadeiro é uma impossibilidade lógica; com as *consequências* materiais, essa impossibilidade é função do valor de verdade das duas proposições, segundo a sua «materialidade», isto é, o sentido dos termos que nelas figuram.

Por sua vez, as *consequências* materiais eram subdivididas em *consequências* simples e em *consequências* válidas apenas *ut nunc*. Uma *consequência* é válida *simpliciter* quando em nenhum momento pôde ter o seu antecedente verdadeiro sem que o seu consequente o fosse, numa palavra quando é sempre válida. É válida apenas *ut nunc* quando esta condição não é preenchida. Esta distinção lembra a que separava a implicação diodorianana e a implicação filoniana, criticando Diodoro a implicação filoniana *se é noite está claro* porque a sua verdade varia conforme a altura do dia. A implicação que se verifica numa *consequentia ut nunc* é uma implicação filoniana, isto é, para nós, a implicação russelliana, a que figura num cálculo verifuncional. Por isso Buridano reconhecia de facto, a propósito das *consequentiae ut nunc*, os paradoxos da nossa «implicação material»: uma proposição falsa implica todas as proposições, uma proposição verdadeira é implicada por todas as

¹ *Ibidem*, I, 4; Moody, p. 70.

proporções¹. Numa tal implicação, a importação modal é evidente que desapareceu: aí o impossível reduz-se ao falso.

A relação entre estas três espécies de *consequências* é assim estabelecida por Buridano²:

1º As *consequências* materiais só se justificam na medida em que elas podem «reduzir-se, a consequências formais. Há por isso que encará-las como espécies de entimemas, e explicitar nelas uma nova proposição tal que, mediante essa premissa ou esse antecedente complementar, a *consequência* material daí se siga formalmente. A nova proposição assim introduzida será, no caso da *consequência* simples, uma proposição necessária, e no caso da *consequentia ut nunc*, uma proposição simplesmente verdadeira de facto. Assim, no exemplo anteriormente dado *Se algum homem corre, então algum animal corre*, o consequente é provado e a *consequência* justificada formalmente, se se juntar ao antecedente a nova condição: *e se todo o homem é um animal*.

2º Dentro das *consequências* materiais, a relação entre as *consequências* simples e as *consequentiae ut nunc* estabelece-se tratando o falso como um impossível *ut nunc*. Porque o que é impossível não pode ser verdadeiro *ut nunc*, isto é, de facto, ao passo que o que é necessário não pode deixar de ser verdadeiro. De modo que, nas *consequentiae ut nunc*, o desnível modal desaparece, reduzindo-se aí o impossível ao falso. Embora os lógicos medievais tenham desenvolvido lado a lado os dois sistemas, dando geralmente a preferência ao das *consequências* simples, a correspondência entre os dois sistemas nem por isso deixava de ser expressamente reconhecida por alguns dentre eles.

Encontram-se assim nos lógicos do século XIV, quer dispersas, quer apresentadas num esforço de unificação sistemática, numerosas fórmulas que correspondem às leis lógicas reconhecidas pela lógica contemporânea. No que se refere unicamente ao cálculo das proposições, Moody dedica quase vinte páginas do seu livro a apresentar e a traduzir em linguagem simbólica moderna as fórmulas latinas destes velhos autores³. Eis alguns exemplos:

Omnis bonae consequentiae, ad contradictoriam consequentis sequitur contradictoria antecedentis: (p q) (~ q ~ p); lei de contraposição.

Omnis propositio includens oppositum inferi suum oppositum: (p ~ p) ~ p; redução ao absurdo.

¹ *Consequentire*, I, 8, concl. I; em Moody, p. 74.

² Moody, p. 76-77, 97-98, 100.

³ § 15. Só com estas duas reservas: que esta tradução faz passar a expressão da metalingua à lingua, e por outro lado que, se as fórmulas das *consequentiae ut nunc* admitem o símbolo usual da nossa implicação material, convém, para as *consequências* simples, adoptar um símbolo de implicação que, embora lembrando o da implicação estrita, não se confunda exactamente com ele. Encontrar-se-ão outros exemplos destas traduções em J. T. Clark, *Conventional logic and modern logic, a prelude to transition*, Woodstock, Md., Woodstock College Press, 1952, cap. III.

Propositioni copulativae contradicit propositio disjunctiva composita ex partibus contradictoriis copulativae: $\sim (p.q) = (\sim p \vee \sim q)$; e Contradictoria disjunctivae affirmativae est une copulativa ex partibus contradictoriis partium disjunctivae composita: $\sim (p \vee q) = (\sim p. \sim q)$; leis de De Morgan¹.

5. Raimundo Lúlio

Com o maiorquino Raimundo Lúlio (1235-1315) surge claramente a obrigação de distinguir entre medievais e escolásticos. Medieval é-o certamente pela sua data, pelo contorno do seu espírito e também por essa mania das classificações com divisões e subdivisões sem fim. Mas a sua *Grande Arte*, se é verdade que conserva os ensinamentos tradicionais da lógica menor, não tem de facto comunicação com o trabalho dos lógicos da Escola. Quase poderia dizer-se que ele lhes volta as costas. Na altura em que, na charneira dos séculos XIII e XIV, a lógica escolástica tende a libertar-se cada vez mais da sua subordinação a fins metafísicos e teológicos, para tornar-se uma ciência que encontra o seu fim em si mesma, ligando-se unicamente às formas do raciocínio, a arte de Lúlio não quer ser de facto nada mais que uma arte, ao serviço de fins superiores. Toda a actividade fervilhante do *Procurador dos infieis*, como ele se denominava a si próprio, visava à conversão dos judeus e dos muçulmanos; e o que ele pedia acima de tudo à sua arte era que lhe fornecesse um meio infalível de forçar a convicção, para trazer os espíritos e as almas à religião cristã. Ele próprio aliás tomava as suas distâncias. A lógica, dizia ele falando da que é comumente aceite, considera as segundas intenções, que junta às primeiras; mas se estas não são primeiro exactamente conhecidas, o que assenta nelas também só imperfeitamente será conhecido. Pelo contrário, acrescentava ele, na nossa arte procedemos «naturalmente e filosoficamente» com um conhecimento claro e inteiro tanto das primeiras intenções como das segundas; e é por isso que, enquanto que a lógica é uma ciência instável e frágil, a nossa arte geral é permanente e estável². Assim, a arte luliana é uma coisa muito diferente de uma lógica formal; convencer-nos-emos disso facilmente, aliás, constatando que ele ignora o uso senão das abreviaturas, pelo menos das variáveis.

¹ A origem destas últimas leis da lógica escolástica parece remontar à *Summa logicae* de Occam (ver Ph. Boehner, «Bemerkungen zur Geschichte der De Morganschen Gesetze in der Scholastik», *Archiv für Philosophie*, 1951, p. 113-116).

² Estas declarações da *Ars generalis* são citadas, no seu texto latino, por A. Llinares, *Raymond Lulle, philosophe de l'action*, Grenoble, 1963, p. 217 e 229 nota. Um outro capítulo desta obra, p. 181-234, é consagrado à *Grande arte*; inspiramo-nos largamente nele. Ver também: E. W. Platzeck, *Raimund Lull, sein Leben seine Werke, die Grundlagen seines Denkens*, Düsseldorf, L. Schwann, 2 vol., 1962-64, com o artigo que esta obra inspirou a M. de Gandillac, «Le rêve logique de Raymond Lulle», *Rev. Philos.*, Abril-Junho de 1967, p. 187-221.

A elaboração da *Grande Arte*, que ocupa apenas um lugar relativamente restrito na imensa produção de Lúlio, estende-se ao longo de uns trinta anos, desde a *Art abreujada d'atrobear veritat* e a *Art demonstrativa*¹ até à forma definitiva que assumirá na *Ars magna, generalis et ultima* de 1308, resumida na *Art breu*².

A *Ars magna* divide-se em treze partes: o alfabeto, as figuras, as definições, as regras, a tabela, etc. O alfabeto compreende nove letras, B, C, D, etc., admitindo cada uma delas seis significações diferentes conforme representa um princípio absoluto, um princípio relativo, uma questão, um sujeito, uma virtude ou um vício. Eis, por exemplo, as significações das duas primeiras letras:

B = Bondade, diferença, *utrum*, Deus, justiça, avareza.

C = Grandeza, concordância, *quid*, anjo, prudência, gula.

Com a ajuda deste alfabeto são construídas quatro figuras. A primeira³ é de forma circular, estando o contorno do círculo dividido em nove casas iguais onde vêm alojar-se as nove letras do alfabeto; debaixo do substantivo que enuncia uma das significações da letra inscreve-se o adjectivo correspondente, por exemplo: *Bonitas, bonus; Magnitudo, magnus*. Uma recta liga cada casa a cada uma das outras oito, indicando assim os diversos predicados que se podem encargar para cada termo, por exemplo, *a bondade é grande*, ou *Deus é grande*, ou então inversamente *a grandeza é divina*. A segunda figura, composta de três triângulos de cores diferentes, tem como função permitir fazer uma escolha entre as múltiplas combinações que a primeira admite, fundando-se quer na diferença, na concordância e na contradição (primeiro triângulo), quer no princípio, no meio e no fim (segundo), quer na superioridade, na igualdade e na inferioridade (terceiro). A terceira figura conta trinta e seis casas dispostas sob a forma de uma escada tombada; combina as duas anteriores e tem por função proporcionar o termo médio. Finalmente a quarta figura, a que foi sobretudo notada, é uma espécie de máquina elementar, composta por três círculos concêntricos de diâmetros desiguais, cujo médio gira sobre o grande e o pequeno sobre o médio: cada um incluindo as nove casas onde se alojam as nove letras do alfabeto, assim se obtêm todas as combinações possíveis. *Et sic per media camerarum homo venatur necessarias conclusiones*⁴.

¹ Escritas em catalão, estas duas obras, que datam de cerca de 1275, divulgaram-se através da sua tradução latina: *Ars compendiosa inveniendi veritatem seu Ars magna et major* (Mogúncia, 1721) e *Ars demonstrandi* (Paris, 1509, e Mogúncia, 1722).

² Esta *Arte Breve* teve uma grande difusão até ao século XVII, a julgar pelas suas 17 edições latinas, que se escalonam de 1484 a 1744. Não é indiferente saber que nas vésperas do *Discurso do Método* acabavam de aparecer traduções francesas da *Arte Breve* e da *Grande Arte* (1634).

³ Encontrar-se-á uma sua reprodução em Bochenski, *F. I.*, p. 320. A figura que Leibniz colocou à cabeça do seu *De arte combinatoria* (Gerhardt, Ph. Schr., IV, p. 34) apresenta uma certa analogia, sem dúvida desejada, com a de Lúlio.

⁴ Em Llinares, p. 224, nota.

Não é por certo necessário prosseguir a descrição. Ter-se-á notado suficientemente o que a escolha dos conceitos fundamentais tem de arbitrário, e pressentido a insegurança das «conclusões necessárias» que o processo dos discos rotativos pode fornecer. Na verdade, mais que de um instrumento lógico, está-se em presença de uma arte que permite pôr instantaneamente um grande número de «lugares» à disposição do retórico. Pode estender-se à *Art. ultima* o que Llinares já dizia da primeira arte, ou seja, que ela «é, evicentemente, outra coisa que não um tratado de lógica. Ela pretende ser um tratado de argumentação ao serviço da acção, isto é, em vista da conversão dos infiéis e da salvação do indivíduo»¹. Por isso, apesar do fascínio que exerceu durante muito tempo sobre numerosos espíritos, ele acabou por ser rejeitado pelos modernos, e muitas vezes com desprezo. Sabe-se que Descartes censurava a esta arte o permitir «falar sem discernimento de coisas que se ignora». Mas Bacon, cujo espírito no entanto se conciliava melhor com este género de pesquisas, com o seu gosto pelas classificações intermináveis e o seu propósito de um *organon* de aplicação maquinal, não a julgou melhor: o seu método puramente verbal, escreve ele, é um método de impostura que, graças à aspersão de algumas gotinhas de ciência, engana os meios-ábios pelo seu especioso estendal de erudição². Quanto a Leibniz, cujos projectos se harmonizavam o melhor possível com os seus uma vez que tinha também ele como objectivo constrianger os espíritos, por meio de um cálculo lógico cujo rigor em nada se mostraria inferior ao das demonstrações matemáticas, a reconhecer as verdades da fé, não tardaria a retrair-se da atracção que Lúlio momentaneamente sobre ele exercera: o seu método, dirá ele, «é apenas a sombra da verdadeira combinatória, que não deixou de encontrar admiradores, embora não faça mais que alforar as coisas, e está tão afastada da verdadeira quanto um tagarela está abaixo de um homem ao mesmo tempo eloquente e sólido»³.

Os lógicos modernos não voltaram atrás sobre tais juízos. Peirce, por exemplo, fala a seu propósito de um absurdo que não merece ser mencionado numa história da lógica⁴. E no entanto, havia que reservar-lhe um lugar aqui, porque se encontram nele, pelo menos em germe e por mais desajeitadamente que ele tenha tirado partido delas, duas ideias que dominarão os trabalhos da lógica, primeiro em Leibniz e depois nos nossos contemporâneos, a saber: a ideia de uma característica e a de um cálculo. Ele fez uma utilização sistemática do simbolismo visual: letras, figuras geométricas, cores, esquemas como o da árvore, etc. «A quem quer procurar a arte e a via verdadeira pelas quais saberá descobrir a verdade ou o erro, convém apresentar figuras sensíveis com as quais saiba mostrar as figuras intelectuais. E por este meio poder-se-á

¹ *Ibidem*, p. 189, nota.

² *De dignitate*, VI, ii, II.

³ Citado por Y. Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard, p. 40, nota 4.

⁴ *Collected papers*, IV, § 36.

abrir e dirigir o seu entendimento a fim de conhecer que uma coisa é verdadeira ou falsa¹. «E ele pretende, com a ajuda desse simbolismo, poder substituir às operações intelectuais muitas vezes incertas a segurança de operações quase mecânicas propostas uma vez por todas. Oferece-nos assim, de maneira paradoxal, o exemplo de uma arte que se pretende, como a nossa lógica actual, ao mesmo tempo simbólica e reduzida a manipulações exteriores sobre símbolos, sem no entanto ser por isso, como ele, formalista, nem mesmo simplesmente formal.

¹ Citado por Llinares. p. 191.

Capítulo VII

O RENASCIMENTO E O INÍCIO DOS TEMPOS MODERNOS

1. O adormecimento da lógica

Com o humanismo do Renascimento, forma-se e fortalece-se o ideal daquilo a que em breve se chamará o «honnête homme», que se oporá ao pedante. O pedante é o escolástico, ou o homem cujo espírito não pôde libertar-se dos hábitos contraídos na escola, onde o ensino da lógica e das suas fórmulas ocupava um lugar privilegiado. Ouçamos Montaigne, no seu capítulo *De l'institution des enfants*¹, pedindo ao preceptor que tenha a cabeça bem formada de preferência a bem cheia, e que se aplique a cultivar no seu aluno a capacidade de juízo em vez de sobrecarregar a sua memória. «Não quero que se encerre esta criança num colégio, não quero que ela seja abandonada à cólera e ao humor melancólico de um furioso mestre escola, não quero corromper o seu espírito... Nada há de mais delicado que as criancinhas de França, mas habitualmente elas iludem a esperança que nelas se depositou e, uma vez homens feitos, não se lhes vê nenhuma excelência. Ouvi pessoas de critério defender que esses colégios para onde são enviados, e que existem em profusão, as embruteçam dessa maneira. «É a grande responsável é a lógica: é *Baroco* e *Baralipton* que tornam os espíritos e mesmo os corpos «assim infelizes e enegrecidos».

Gravemente comprometido pela penhora dos escolásticos sobre a sua pessoa, Aristóteles não beneficia da renovada reverência que então se presta à Antiguidade. Bem pelo contrário, ele torna-se o alvo preferido dos espíritos libertos. Longe de ser olhado como «o filósofo», é agora eclipsado por Platão, que volta ao lugar de honra. E a lógica, de que ele foi o iniciador e da qual é ainda tido como o mestre, é arrastada

¹ *Essais*, I, xxvi.

com ele para esse descrédito. Os requintes que acabam de lhe ser introduzidos, ao seu mais alto nível, pelos grandes lógicos do início do século XIV, são menosprezados como vãs subtilezas, ou simplesmente ignorados. O que se retém e o que se contesta é o corpo da doutrina, aquilo que se ensina nas escolas sob o nome de lógica, em resumo, a lógica dos pedagogos, essencialmente a silogística, com as suas fórmulas de aparência cabalística. Quanto às doutrinas que têm a sua fonte no *Organon*, o interesse tende, por outro lado, a deslocar-se dos *Analíticos* para os *Tópicos*. Assim, como foi notado com justeza¹, a lógica escolástica que, de início, tinha ido buscar muito à gramática, volta-se agora, pelo contrário, para a terceira arte do *trivium*. Do silogismo e da teoria da prova, desliza-se para a teoria da argumentação, para a dialéctica e a retórica. Este deslocamento desenha-se a partir de meados do século XIV, quando os inícios do humanismo coincidem com o fim do grande período criador da lógica. O que Koyré escreve a respeito de Petrarca — Petrarca que descobriu nomeadamente as *Instituições Oratórias* de Quintiliano — pode aplicar-se ao movimento humanista no seu conjunto: «Ele combate Aristóteles... Luta contra a lógica escolástica, mas a favor de Cícero e da retórica... As demonstrações complicadas da escolástica aristotelizante não o interessam; não criam a persuasão. Ora, o mais importante não será persuadir? Para que poderia pois servir o raciocínio, senão para persuadir aquele a quem ele se dirige? Ora, para fazer isso a silogística tem muito menos valor que a retórica ciceroniana. Esta é eficaz, porque é clara, porque não é técnica, porque se dirige ao homem². «Esta preocupação de eficácia faz com que as pessoas se desviem daquilo que há de puramente especulativo na lógica que, apesar da denominação de *Organon* de que está ornada, não tem mais utilização para adquirir novos conhecimentos do que efectivamente tem para persuadir outrem. O que se pretende é um método, mas um método poderoso e operativo, capaz de guiar utilmente a actividade intelectual na procura da verdade.

Estes traços encontram-se reunidos na obra de lógica que foi a mais célebre entre os humanistas do século XVI, a de Pierre de La Ramée, mais conhecido sob o nome latino de Ramus (1515-1572)³. Ele começara a sua carreira, em 1543, por *Dialecticae partitiones et Aristotelicae animadversiones*, onde atacava Aristóteles com uma extrema e seguramente excessiva animosidade. Por reacção contra o uso dos pedantes, será em língua vulgar que publicará em 1555 a sua *Dialectique*, a primeira obra de lógica escrita em francês. Renová-la-á e completá-la-á aliás no ano seguinte com uma *Dialectica* em latim. Mas a sua hostilidade em relação a Aristóteles e à escolástica não impede que ele permaneça ainda, em

¹ Ivo Thomas, na *Encyclopedia of philosophy*, vol. IV, p. 534-535.

² A. Koyré, *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Paris, P.U.F., 1966, p. 8-9.

³ Mencionemos, um pouco anteriores a ele, mas ligando-se tal como ele ao movimento humanista, dois outros autores que foram também muito divulgados: o italiano Lourenço Valla (1405-1457), *Dialecticae disputationes contra aristotelicos*, 1439; e o espanhol Luís Vives (1492-1540), *De causis corruptarum artium*, 1531.

grande parte, encerrado dentro dos moldes tradicionais, com o risco de baralhar mais ou menos o seu conteúdo. Por exemplo, ele modifica, de maneira discutível, a classificação habitual das proposições categóricas onde, sendo as singulares distinguidas das gerais, estas são subdivididas em universais e particulares: para ele, a divisão principal é entre as gerais e as especiais, subdividindo-se estas, em particulares e próprias. Ele inverte, sem razão muito aparente, as duas primeiras figuras do silogismo. Na sua segunda figura — que corresponde portanto à figura «perfeita» de Aristóteles — propõe também que se inverta a ordem habitual das premissas, dando assim o lugar mediano ao termo médio, o que marca melhor a transitividade. A ideia não deixa de ter pertinência; mas esquece-se que o defeito assim assinalado é imputável aos sucessores de Aristóteles e não ao próprio Aristóteles, que enunciava as proposições da sua silogística começando pelo predicado, de modo que, nele o *Barbara* dos escolásticos enunciava-se: *Se A pertence a todo o B e se B pertence a todo o C, então A pertence a todo o C*¹. Com maior felicidade, sem dúvida, a consideração das proposições «próprias» (isto é, singulares que têm por sujeito quer um nome próprio, quer o que nós hoje chamamos uma «descrição» de objecto singular) leva Ramus a introduzir distinções nos modos universais. Quando as duas premissas são realmente universais ou, em linguagem ramista, gerais, o silogismo é dito ele próprio *geral*; quando ambas são singulares, ou próprias, o silogismo diz-se também *próprio*; finalmente, quando uma é universal e a outra singular, o silogismo é chamado, bastante desajeitadamente, *especial*. Os *modi ramistorum* foram célebres, assim como o tratamento dos «silogismos compostos», que entretanto não faz praticamente mais que seguir os ensinamentos saídos de Crisipo e de Teofrasto.

Ainda sob outros aspectos, Ramus se afasta da tradição escolástica. Não foi certamente por acaso que ele escolheu sistematicamente a palavra *dialéctica* para inscrever à cabeça das suas obras de lógica. Porque a dialéctica, que é «arte de bem disputar», e que trata «dos argumentos, e da disposição e juízo destes»², harmoniza-se melhor com os seus interesses e com o seu temperamento³. A que ele expõe é decalcada, como foi notado⁴, na retórica de Cícero e de Quintiliano. «As partes da dialéctica são duas, invenção e juízo. A primeira dá a conhecer as partes separadas de que cada sentença é composta; a segunda mostra as maneiras e as espécies de dispô-las, do mesmo modo que a primeira parte da gramática ensina as partes da oração, e a sintaxe descreve a sua construção⁵.» Estas duas partes são relativamente independentes, como o sugere sufi-

¹ É a resposta que Leibniz não deixará de dar a Locke, que apresentara a mesma objecção de Ramus contra a ordem tradicional (*Nouveaux Essais*, IV, xvii, 8).

² *Dialectique*, Prefácio e página 1.

³ Mesmo os seus adversários reconheciam a sua eloquência; a sua cátedra do Colégio de França era de resto uma cadeira de eloquência e de filosofia.

⁴ G. Sortais, citado e aprovado por Bréhier, *Histoire de la philosophie*, I, p. 773.

⁵ *Dialectique*, p. 4; citado por Ch. Waddington, *Ramus*, Paris, Meyrueis, 1855, p. 369.

cientemente a comparação com a gramática. Bréhier nota justamente que Ramus «não tem o mínimo pressentimento dessa íntima ligação entre a ordem e a invenção que Descartes descobriu não nos oradores e nos poetas, mas nos matemáticos»¹. As instruções para a invenção correspondem aos sete primeiros livros dos *Tópicos*. As instruções para a disposição, que Ramus chama de preferência juízo, subdividem-se: «Juízo é a segunda parte da lógica, que mostra as vias e meios de bem julgar por meio de certas regras de disposição... A disposição da lógica tem três espécies: enunciação, silogismo, método»².

É pois o método que completa esta lógica ou dialéctica, como sua finalidade última. «Tanto quanto o homem ultrapassa os animais pelo silogismo, assim ele próprio se evidencia entre os homens pelo método, e a divindade não brilha em nenhuma parte da razão tão amplamente como à luz desse juízo universal»³. Mas conhecer as regras de um bom método é apenas o primeiro passo, sendo o essencial assimilá-las, fazê-las suas exercitando-se a aplicá-las sobre problemas reais. «Para ter o verdadeiro quinhão da lógica, não é suficiente saber papaguear na escola as suas regras, mas há que praticá-las também em poetas, oradores, filósofos, isto é, em toda a espécie de espírito: considerando e examinando as suas virtudes e vícios»⁴. Assim as regras do método obtêm-se por meio de reflexão sobre os escritos dos grandes autores; depois do que se tenta imitá-los, seguidamente procura-se igualá-los, «ou mesmo ultrapassá-los tratando e disputando de todas as coisas por si mesmo, e sem ter já em consideração as suas disputas»⁵.

Como se vê, o contributo de Ramus para a lógica propriamente dita é bastante diminuto. Além da lógica, ele ensinou, entre outras coisas, as matemáticas; escreveu uma aritmética, uma geometria, uma álgebra; fundou com o seu dinheiro pessoal uma cadeira de matemáticas; mas das suas matemáticas nada passou para a sua lógica. Na própria lógica, quase não faz uso das variáveis, cujo emprego ele criticava mesmo, nas suas *Animadversiones*, porque tais fórmulas, não sendo exemplos de nada, não podem servir para nada; prefere exemplos que, como bom humanista, ele vai buscar aos poetas e aos oradores clássicos. Waddington, que faz o seu elogio, indo até ao ponto de ver nele «o maior filósofo francês do século XVI, um dos mais brilhantes e mais úteis precursores dos Tempos Modernos», tem de acabar por reconhecer que a sua lógica é simplesmente «uma lógica de humanista, mais apropriada ao renascimento literário do século XVI que ao movimento científico dos Tempos Modernos»⁶. Mas foi grande a sua nomeada durante perto de um século, como o atestam o número das duas edições, a tra-

¹ *Histoire de la philosophie*, I. p. 774.

² Em Waddington, *op. cit.*, p. 370.

³ *Dialectique*, p. 135 (Waddington, p. 373).

⁴ *Ibidem*, p. 137 (Waddington, p. 374).

⁵ *Ibidem*.

⁶ *Op. cit.*, p. 10 e 374.

dução dos seus livros em outras línguas¹, as discussões a que as suas teses pessoais deram lugar², a maneira como na sua época se repartiam os lógicos entre aristotélicos e ramistas³. E reconhecer-se-ão facilmente temas ramistas na *Lógica* de Port-Royal, que fará autoridade durante muito tempo: a lógica concebida como uma arte de pensar, estabelecida a partir de uma reflexão sobre as obras dos oradores e dos poetas, fortificada pelo exercício proporcionado pelos problemas que se apresentam efectivamente na vida, e coroada finalmente por uma metodologia.

Decorre cerca de meio século entre Pierre de La Ramée e Francis Bacon (1561-1626), que é sensivelmente contemporâneo de Galileu. Mas se Galileu, apesar de alguns resquícios, é já um moderno, Bacon, apesar de algumas antecipações, é ainda um homem do Renascimento. Também ele, na linguagem colorida e abundante de um retórico, critica a escolástica e pretende renovar o *Organon* aristotélico substituindo a uma lógica verbal e estéril um método experimental eficaz. Mas o seu método indutivo, que ele opõe à dedução silogística, quase não faz mais que tomar esta ao invés: continuamos a estar perante a mesma hierarquia de géneros e de espécies, invertendo apenas a ordem do percurso. Como escreve justamente Em. Bréhier: «Bacon nunca conheceu outro intelecto para além desse intelecto abstracto e classificador que vem de Aristóteles e dos Árabes através de São Tomás. Ele ignora o intelecto que Descartes via em actividade na invenção matemática⁴». A matematização da física, que caracteriza essencialmente a ciência moderna, escapou-lhe completamente. Por um lado, pode dizer-se que o seu método, apesar de um certo lugar concedido ao *intelectus sibi permissus*, está maculado com o mesmo vício que afectava a pedagogia medieval, tendendo, com todo o seu aparato de fórmulas, a fazer degenerar o trabalho intelectual numa aplicação maquinal e cega de receitas. Tomando à letra a palavra *organon*, concebe o método como uma ferramenta que se pode passar de mão em mão, e cujo uso torna todos os

¹ Uma tradução inglesa da *Dialectica*, em 1574, é intitulada *The logike of the most excellent philosopher P. Ramus martyr* (esta auréola do martírio vem-lhe do facto de, tendo-se convertido ao protestantismo, ter sido massacrado aquando da matança de São Bartolomeu: Na Alemanha, a obra conheceu várias edições (Francoforte, 1581, 1594) e uma tradução por Fr. Beurhusius, 1587).

² Assim, a sua «teoria dos modos próprios» foi vivamente criticada pelo matemático inglês John Wallis, na sua obra *Institutio logica* (Oxford, 1686). Indo ao encontro de uma ideia de alguns escolásticos, Wallis tinha proposto, a partir da sua tese de Cambridge publicada em 1943, a assimilação da singular à universal, pelo motivo de que, tanto na primeira como na segunda, o predicado é atribuído ao sujeito em toda a sua extensão; teoria essa que, com a caução de Port-Royal e de Euler, se tornará clássica, e segundo a qual as quatro formas tradicionais A, E, I, O, são suficientes, sem que haja lugar para acrescentar-lhes o caso das proposições e dos silogismos singulares. Outros censuram a Ramus o ir buscar exemplos aos oradores e aos poetas, porque a lógica quase não tem lugar nas suas obras, e porque não é a língua ordinária que deve servir de norma para a lógica, mas sim a recta razão.

³ Por exemplo: Gualtperius, Σύγκρισις, sive *Comparatio logica utriusque familiariae logicae, Ramae scilicet et Aristotelicae*, Rostock, 1599. Ainda no século XVII, as obras de inspiração ramista declarada não faltam, por exemplo: Thomas Spencer, *The art of logic delivered in the precepts of Aristotle and Ramus*, 1628, e John Milton (o poeta), *Artis logicae plenius institutio ad Petri Rami methodum concinnata*, 1672.

⁴ *Histoire de la philosophie*, t. II, p. 25.

espíritos quase iguais, tal como um bom compasso permite a um desajeitado traçar um círculo mais exacto do que o faria a simples mão de um hábil desenhador. Finalmente, se o *Novum Organum* traz alguns elementos que, tomados num outro contexto intelectual, poderão passar para o método científico moderno, em contrapartida não há nele estritamente nada a reter para uma história da lógica.



É precisamente sobre estes dois pontos, sujeição aos conceitos genéricos e mecanização do pensamento, que incide a crítica da lógica, quando a ciência nova se constrói e se expõe fora dos esquemas silogísticos e das instruções da lógica tradicional. A lógica é desclassificada caindo na categoria de um exercício escolar perfeitamente estéril. O que a substitui é o estabelecimento de um método, para cuja procura a inspiração vem muito naturalmente do que é instaurado pela ciência nova, garantindo o sucesso desta a eficácia dos seus processos. A matemática suplanta a lógica como disciplina orientadora para o trabalho científico e, mais em geral, para as operações do entendimento. A partir daí, ver-se-á durante muito tempo coexistirem, quanto às relações entre lógica e matemática, dois temas que se espalharão como dois lugares comuns da epistemologia: temas dificilmente conciliáveis, até que a constituição recente de uma lógica matemática permita de algum modo harmonizá-los. Por um lado, a ideia de uma diferença de natureza entre estas duas ciências, que conduz à tese de uma separação radical, levada por vezes até à oposição, entre lógica e matemáticas. Mas esta ideia, nova sob a sua forma extrema, sobrepõe-se a uma ideia antiga sem apagá-la inteiramente, e que subsiste com frequência entre os próprios matemáticos¹: sendo suposto que o silogismo representa a única forma de dedução válida, continua a pensar-se que o raciocínio matemático se resolve finalmente, quando é analisado nas suas articulações últimas, em silogismos.

Desde o século XVI tinha-se visto, mesmo em alguns partidários da lógica tradicional, infiltrarem-se nesta noções manifestamente inspiradas no método matemático. Assim o paduano Zarabala (1532-1589)², embora continuando a professar que o silogismo é «o género comum de todos os métodos e de todos os instrumentos da lógica», reserva no entanto um grande lugar à distinção entre os dois processos matemáticos da análise e da síntese, que ele denomina, traduzindo literalmente o

¹ Ver, por exemplo, o texto de Euler citado mais à frente, p. 237.

² *Opera logica*, 1578. Edições modernas em G. Olms, Hildesheim, 1966, e em Minerva, Francoforte do Meno, 1968. Sobre Zarabala pode ler-se E. Cassirer, *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit*, Berlin, Bruno Cassirer, 1907, I, ii, 3; 2ª ed., 1911, vol. I, p. 136-144.

grego, o método resolutivo e o método compositivo. Ele vê aí os dois únicos instrumentos do progresso do conhecimento, indo a pesquisa científica quer do efeito à causa, quer da causa ao efeito. Quer neste representante da tradição escolástica, quer nos humanistas adversários da escolástica, verifica-se a mesma tendência para libertar a lógica da metafísica e para fazer dela uma metodologia do pensamento científico¹. Os seus escritos lógicos, reeditados em Basileia em 1594, em Colônia em 1597, em Francoforte em 1608 e 1623, gozaram de uma grande notoriedade; alguns viam nele, depois de Aristóteles e Averróis, a terceira autoridade em matéria de lógica. Encontram-se marcas da sua influência em Galileu. E ele contribui para a formação lógica de Leibniz que, segundo ele próprio nos informa, o tinha lido com interesse aos doze anos de idade.

Mas é naturalmente na sequência da revolução científica levada a cabo por Galileu, mais que por qualquer outro, que se opera a transformação radical: a decidida rejeição da lógica e da filosofia do conceito que lhe estava ligada, para lhe substituir a explicação teórica do método praticado pela ciência e, acima de tudo, por aquela ciência que soube libertar-se das disputas entre filósofos para se constituir, para além das opiniões, como um corpo de verdades.

O melhor representante desta nova atitude é sem dúvida Descartes. Haverá possivelmente quem se espante por encontrar, numa história da lógica, várias páginas sobre este filósofo que, tal como Bacon, nada trouxe verdadeiramente à lógica. Mas ele ilustra, melhor do que ninguém, o sistema de ideias pelo qual se explica o declínio da lógica nos Tempos Modernos. E a história de uma ciência, tal como a de toda a actividade humana, deve acompanhar esta nas suas vicissitudes: não se fixar apenas pelos seus períodos triunfantes, mas considerar também os momentos de fraqueza, esforçando-se por compreender as suas razões.

Hamelin, habitualmente melhor inspirado, defendeu que não há nenhuma oposição entre o método cartesiano e a lógica tradicional; a dedução cartesiana seria semelhante à dedução aristotélica, sendo a ligação das noções que nelas entram, em ambos os casos, «analítica», no sentido em que Kant toma este termo². Em apoio desta interpretação, ele invoca nomeadamente um «texto formal», texto «único mas perfeitamente preciso»³, aquele em que Descartes, informando-nos no *Discurso* sobre as origens do seu método, invoca a lógica ao lado das matemáticas. Ora, este texto não diz de modo nenhum o que Hamelin nele vê. Quando Descartes procura o seu método, «parece-lhe» então, como a todas as pessoas na época, que é à lógica que tem de dirigir-se; mas se este método deve «incluir as vantagens» da lógica, isso não significa que ele deve inspirar-se nela. Com efeito, nas explicações que se seguem, Descartes refere-se apenas à álgebra e à geometria. De igual

¹ Cassirer, *op. cit.*, p. 144.

² O. Hamelin, *Le système de Descartes*, Paris, Alcan, 1911, p. 90.

³ P. 49 e 58. Alusão à passagem bem conhecida da segunda parte do *Discurso do Método*.

modo, nas *Regulae*¹, é apenas a estas que ele limita as «ciências já conhecidas», «isentas de falsidade e de incertezas». Tanto numa obra como na outra, ele só fala da lógica para criticá-la, para censurá-la por só servir para a exposição, mas não para a procura da verdade. Esta crítica é bem conhecida, tal como a hostilidade de Descartes à filosofia do conceito. «O que alegais contra os universais dos dialéticos, responde ele a Gassendi, não me atinge de modo nenhum, pois que os concebo de uma maneira inteiramente diferente da deles.» Os encaixes das espécies nos géneros, ilustrados pela árvore de Porfírio, não instruem, e há aliás «muita obscuridade nestes graus metafísicos²». As ideias com que Descartes lida são ideias de tipo matemático, fundadas na relação, e não conceitos genéricos, fundados na extensão.

A diferença apresenta-se claramente na *Regula VI* onde, desde o início, Descartes previne que esta regra «contém o principal segredo do método, e [que] não há nada de mais útil em todo este Tratado». Apesar desta advertência, Hamelin, sem excluí-la sistematicamente, menospreza-a de facto. Hannequin, com muito maior justeza, funda sobre ela a sua penetrante análise³. O exemplo simplicíssimo de Descartes é o de uma progressão geométrica: : obtém-se 6 pela duplicação de 3, depois 12 pela duplicação de 6, etc. Que nos ensina este exemplo? Primeiro, que cada termo novo assim obtido é determinado por duas coisas: pelo absoluto inicial e pela relação que o une a ele. O absoluto por si só nada determina: pode dizer-se sem dúvida que 6 é deduzido de 3, mas não de 3 sozinho. Vê-se seguidamente que a repetição da relação dispõe todos os termos numa série ordenada: não os apresenta ao acaso, de modo que se tenha em seguida de pô-los em ordem; é a própria ordem em que ele aparece que determina cada termo. Finalmente, vê-se ainda que uma dedução deste género é de uma fecundidade indefinida, e também que estes termos, embora inumeráveis, podem ser determinados com uma certeza absoluta. Todas estas propriedades são devidas, não tanto às do termo inicial, quanto à da relação. Esse termo inicial nem sempre é ele próprio um verdadeiro absoluto, pode depender de alguma relação a um outro termo, até se chegar finalmente a um verdadeiro absoluto, *maxime absolutum*, como o são as «naturezas simples».

É nesta importância reservada às relações que reside a novidade do método cartesiano. Até então os lógicos, a começar por Aristóteles, concediam-lhe apenas um papel secundário: primeiro, são colocados os

¹ Reg. II; segundo a tradução de G. Le Roy, Paris, Boivin, 1933, p. 11 e 13.

² Réponses aux cinquièmes objections, Des choses qui ont été objectées contre la 5e Méditation, I (Oeuvres philosophiques, ed. F. Alquié, Paris, Garnier, 1963 e seg.; I, II, p. 827). La recherche de la vérité par la lumière naturelle (Ibidem, P. 1126).

³ A. Hannequin, «La méthode de Descartes», Rev. de métaph., 1906; reproduzido em *Études d'histoire des sciences et d'histoire de la philosophie*, Paris, Alcan, 1908, I, 1, p. 209-231. Inspiramo-nos aqui muito directamente neste estudo. A respeito do exemplo tomado por Descartes, note-se que a noção de «série», sequência de termos ordenados segundo uma «razão», ocupou um lugar de destaque nas especulações matemáticas do século XVII.

termos, em seguida, vêm as relações uni-los. Aqui, pelo contrário, os termos, salvo o primeiro — e mesmo para ele isso só é verdade num problema dado — apenas existem pela relação. Razão por que a ligação que constitui o nervo desta dedução, embora sendo necessária, não é analítica, no sentido de que os termos sucessivos não estão de modo nenhum contidos implicitamente no primeiro. É aliás de facto impossível que, de uma só natureza simples, e precisamente porque é simples, se possa tirar algo mais¹. É por isso jogar com as palavras o aproximar a dedução matemática ou cartesiana do silogismo dizendo, como faz Hamelin, que a essência do silogismo é a mediação. Porque, no exemplo da proporção matemática, a relação que une dois termos é uma coisa completamente diferente do termo médio de um silogismo. Ela é de facto, como este, um *intermediário*, que opera a mediação entre os dois termos extremos, mas um tal intermediário não deve esse papel, como no silogismo perfeito, ao facto de ser ele próprio um *termo de extensão média*, porque para ele a noção de extensão não tem sentido². O essencial da dedução cartesiana é essa relação, estranha à silogística tradicional, que permite, com a ajuda de um pequeno número de termos primeiros e absolutos, construir um número indefinido de termos ao mesmo tempo novos e perfeitamente determinados. Uma tal solução junta assim a fecundidade ao rigor.

Mas a diferença entre a dedução cartesiana e a dedução aristotélico-escolástica não se limita à que separa uma lógica das relações de uma lógica de atribuição. Uma outra censura que Descartes, tal como antes dele Ramus e depois Port-Royal, alimenta contra a lógica da Escola, é o seu formalismo³. Não é apenas a sua esterilidade que ele lhe censura, mas o embotar a inteligência por uma submissão cega a regras que permitem falar sem discernimento de coisas que se ignora. Ele explica-se acerca disso no fim da *Regula X*: «Alguns espantar-se-ão talvez de que, procurando aqui os meios para nos tornarmos mais aptos a deduzir verdades umas das outras, omitamos todos os preceitos pelos quais os dialécticos pensam governar a razão humana, prescrevendo-lhe certas formas de raciocínio, que desembocam numa conclusão tão necessária, que a razão que a elas se confia, embora não se dê ao trabalho de considerar de uma maneira evidente e atenta a própria inferência, pode no entanto por vezes, por virtude da forma, chegar a uma conclusão certa. É que de facto nós notamos que muitas vezes a verdade escapa às nossas cadeias,

¹ Cf. Hannequin, *Études*, t. I, p. 219-220: «Na *illatio* ou inferência cartesiana, apesar da identidade das palavras, nada há pois de comum com a inferência, mesmo imediata, dos escolásticos. O termo que vem *depois* do primeiro, não poderá dele sair por análise, já que não está contido nele de modo nenhum; e no entanto, ele não vem apenas *depois* do primeiro, pois que se deduz dele necessariamente: resta que a ele esteja ligado por um vínculo que de algum modo se lhe acrescenta, por um *nexus* (*mutuum illorum inter se nexum*), por uma *conexão* necessária (*necessarias illarum inter se connexiones*), por uma *relação*.

² *Regulae*, XIII, início.

³ Ver P. Schrecker, «La méthode cartésienne et la logique», *Rev. philo.*, 1937, p. 336-367.

ao passo que aqueles mesmos que delas se servem, nelas ficam presos. Isso não acontece com tanta frequência aos outros homens: e a experiência mostra que habitualmente todos os sofismas ainda os mais subtis quase nunca enganam aquele que se serve da pura razão, mas engana sim os próprios sofistas. É por isso que aqui, temendo sobretudo que a nossa razão permaneça ociosa, enquanto examinamos a verdade de alguma coisa, rejeitamos essas formas de raciocínio como contrárias ao nosso objectivo, e procuramos de preferência tudo o que pode ajudar a fixar a atenção do nosso pensamento¹.»

Esta aversão para com o formalismo pode parecer surpreendente da parte de um homem que, como algebrista, deve conhecer as vantagens do formalismo operatório. É que para ele a álgebra, se não for associada à intuição geométrica, se deixada «escravizada a certas regras e a certos números», não é mais do que «uma arte confusa e obscura que embaraça o espírito, em vez de ser uma ciência que o cultiva»². A associação íntima da álgebra e da geometria não tem apenas como efeito trazer uma garantia às representações espaciais pela possibilidade que ela proporciona de traduzi-las em relações intelectuais; ela tem também, em sentido inverso, a vantagem de permitir o controlo do formalismo algebrico por um apelo à intuição. Aquilo a que se chamou, depois de Descartes³, a «geometria analítica», é pelo menos para ele, como o observa Liard, uma «álgebra figurada». É sabido que relativamente às fontes de conhecimento certo que ele admite, a intuição e a dedução, ele faz assentar a segunda sobre a primeira. Trata-se para ele, isso é verdade, de uma intuição intelectual, mas precisamente a nova geometria, como acabamos de recordá-lo, permite intelectualizar a intuição espacial. Nessas condições, não poderá haver raciocínio puramente formal que se aguarde: ou o ponto de partida da dedução consiste em ideias claras e distintas, e então a dedução não é só válida formalmente, mas é também materialmente verdadeira; ou então as ideias iniciais são obscuras e confusas, e nesse caso já não temos certeza, mesmo lógica, quanto às consequências que procuramos tirar delas. Não se poderá raciocinar no vazio. O que Descartes procura para a ciência, não é essencialmente a coerência, é a verdade⁴. O que ele pede ao método, não é que adormeça o espírito sob a falsa segurança das regras, é pelo contrário torná-lo vigilante, «aumentar a luz natural da razão»⁵.

¹ Segundo a trad. de Le Roy, p. 95-97.

² *Discours de la méthode*, 2.^a parte.

³ É muito de notar que esta expressão um tanto tendenciosa — dado que, querendo o equilíbrio, ela acentua a algebrização da geometria — não é de Descartes, que intitula o seu tratado *La Géométrie*, sem mais; tal como é significativo que ele tenha suprimido, na tradução francesa das suas *Méditations*, a alusão que a quinta meditação continha a uma *metesis pura atque abstracta*.

⁴ Insistindo nesta diferença, P. Schecker (*art. citado*, p. 351 e ss) vai até ao ponto de defender que há incompatibilidade entre o ideal da sistematização lógica e o ideal de positividade da ciência; e se assim fosse, a escolha de Descartes, perante uma tal alternativa, não oferecia dúvidas por certo.

⁵ Reg. I, fim. Cf. Y. Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard,

Solidária da anterior, encontramos uma oposição análoga na maneira de entender o método¹: ou uma ferramenta estranha, ou uma disposição interna do espírito. O que o formalista procura é um *organon*; o que os cartesianos têm em vista é aquilo a que Espinosa chamará a *emendatio intellectus*. O método deixa então de ser um conjunto de receitas. Descartes renuncia a completar as *Regulae*, onde ele se comprometia com um grande número de regras, e acaba por reduzir estas às célebres quatro. Muitos espantaram-se de que, no *Discurso*, ele tenha desenvolvido tão pouco a exposição desse método que o título parece anunciar; mas é que, como ele escreve a Mersenne², o seu desígnio não é ensinar o método, porque este «consiste mais na prática que na teoria». Um método não pode nem ensinar-se por meios de livros nem aprender-se pela leitura. Ele reside na posse de bons hábitos intelectuais que, como todo o hábito, só podem adquirir-se e fortificar-se através do exercício. Razão por que ele próprio nos declara que antes de aplicá-lo aos verdadeiros problemas, aos que se nos põem «para ver claro nas nossas acções e caminhar com segurança nesta vida», ele exercitou-se nele durante nove anos a fim de «firmar-se nele cada vez mais»³.

Juntando-se ao descrédito generalizado da filosofia de Aristóteles e do ensino escolástico, e fortalecido pelas conquistas da ciência nascente, o espírito cartesiano que se espalha progressivamente desde meados do século XVII não podia deixar de acentuar o corte com o passado. No que dela subsiste, a lógica tende agora a subordinar-se ao método, e o próprio método tende a ser concebido como uma espécie de terapêutica intelectual. O título de uma obra de Tschirnhaus, que foi um dos correspondentes de Leibniz, declara-o muito bem: *Medicina mentis, sive tentamen genuinae logicae, in qua disseritur de methodo detegendi incognitas veritates* (1687). É verdade que a lógica tradicional não é abolida; encontramos-a não só no ensino oficial, que perpetua a disciplina escolástica, mas mesmo em cartesianos como o alemão João Clauberg, na sua *Logica vetus et nova* (1645), e o belga Arnold Geulincx, na sua *Logica fundamentis suis, a quibus hactenus collapsa fuerat, restituta* (1662)⁴. Mas, como o sugerem também neste caso os títulos, estas obras abalam-na mais ou menos: Clauberg renova-a misturando-lhe considerações metodológicas e gnoseológicas, as quais, através de Descartes, se reclamam da corrente platónica; e Geulincx pretende firmá-la, contra

1960, p. 28: «Contra o formalismo que deixa a razão ociosa, o método deve ser em primeiro lugar um exercício da vontade que torna a atenção activa.»

¹ Ver A. Rivaud, «Quelques réflexions sur la méthode cartésienne», *Rev. de métaph.*, 1937, p. 35-62.

² Em 27 de Fevereiro de 1637 (Março em Adam-Tannery); Alquié, t. I, p. 522.

³ *Discours*, I e II; Alquié, t. I, p. 577 e 591.

⁴ Completada, no ano seguinte, por um *Methodus inveniendi argumenta*, onde a lógica é exposta com base no modelo dos *Elementos* de Euclides. Ver K. Dürr, «Die mathematische Logik des Arnold Geulincx», *The Journal of unified science*, vol. 8, 1939-40, p. 361-368. Mas é uma «lógica matemática» donde está ausente o conceito logístico de prova formal.

Aristóteles, sobre os seus verdadeiros fundamentos. Mas o exemplo típico deste esforço para insuflar o espírito novo na lógica tradicional é à *lógica* de Port-Royal que é preciso pedi-lo.

2. «A Lógica» de Port-Royal

A *Lógica* dita «de Port-Royal» é um tratado que foi publicado anonimamente em 1662, sob o título de *La Logique ou l'art de penser*. Era devida a dois dos solitários desse santuário do jansenismo, Antoine Arnaud e Pierre Nicole. A obra teve um êxito excepcional. Foi através dela que, durante dois séculos, as «pessoas de bem» aprenderam a lógica; principalmente, mas não exclusivamente, na França. Conta com mais de cinquenta edições francesas ao longo destes dois séculos, várias traduções inglesas se escalonam pelo mesmo período e por fim uma boa dúzia de traduções latinas. Este último facto é particularmente significativo; porque algumas dessas edições latinas, publicadas em Amesterdão, Utreque, Magdeburgo ou Basileia, visavam sobretudo os países germânicos, mas várias outras, publicadas em Lião, eram manifestamente destinadas ao ensino nos colégios de França: o que sugere que a força de penetração da obra era tal que tinha vencido as resistências dos jesuítas, que entre nós exerciam o controlo sobre o ensino, e acerca dos quais pode pensar-se de facto que não estariam espontaneamente inclinados a acolher um tratado com a marca de Port-Royal¹.

Não é indiferente, para compreender em que espírito ele foi escrito, conhecer as circunstâncias da sua composição. Enquanto que a Escola, segundo a tradição do *trivium*, dedicava todo um ano ao estudo da lógica, ciência considerada de difícil acesso em virtude da sua abstracção, Arnaud comprometera-se a ensinar em alguns dias ao jovem duque de Cheveuse tudo o que nela havia de útil. Foi para tentar isso mesmo que ele escreveu primeiramente o seu texto, remodelado e completado em seguida com a colaboração de Nicole em ordem a uma publicação.

Este desígnio inicial explica o carácter da obra. O traço mais marcante deste tratado lógico é paradoxalmente, a pouca importância dada à lógica. Referimo-nos à lógica concebida como uma disciplina especulativa, tal como é ensinada nas escolas, ao lado da geometria, da história ou da teologia: conjunto de textos que se dão a estudar. A esta maneira de conceber a lógica, que é a dos pedantes, propõe-se que se substitua uma outra, para uso das pessoas de bem. Uma lógica que seria, como o indica o título do livro, não uma ciência, mas uma *arte*; e não uma arte de combinar palavras ou fórmulas, mas uma arte pela qual se aprenderia, para além das fórmulas verbais, a *pensar* melhor. A lógica não é

¹ A obra, que já não era editada desde há quase um século, foi recentemente objecto de uma excelente edição crítica, por P. Clair e Fr. Girbal, nas P. U. F., Paris, 1965. É com base nesta edição que daremos as nossas referências.

uma questão de teoria, é uma disciplina prática. E o seu objectivo não é dispensar-nos de julgar graças à aplicação quase maquinal de receitas, mas pelo contrário exercitar o nosso juízo e torná-lo mais seguro. Tinha-se de facto chegado ao ponto de «encerrar a lógica na lógica sem alargá-la para mais longe, de maneira que ela só é feita para servir de instrumento às outras ciências¹; e não só às ciências, porque ela tem o seu papel a desempenhar em todas as circunstâncias da vida em que temos de fazer uso da nossa razão. É justamente para proporcionar a ocasião e favorecer o hábito de aplicá-la que o tratado de Port-Royal recorreu constante e sistematicamente a exemplos. Mas mais do que forjar ou retomar esses exemplos artificiais que só têm interesse dentro da própria lógica — porque quem é que tem a preocupação de aprender por silogismo que Sócrates é mortal? — ele considerava um dever o procurar as suas ilustrações quer em raciocínios que têm efectivamente o seu curso em diversos domínios do pensamento, que vão da geometria à moral, quer nos textos dos escritores clássicos, os poetas latinos na maioria das vezes, que se supõe serem familiares aos leitores. Portanto, em vez de uma «lógica absolutamente seca», e que se esquece a partir do momento em que se saiu da escola porque ela não está ligada a nada, pretendeu fazer-se uma lógica que, por este apelo incessantemente renovado a diversas matérias correntes, fosse não apenas «mais divertida», mas sobretudo de um efeito mais alargado e mais durável.

Porque, tal como é ensinada nas escolas, a lógica não serve para grande coisa. Primeiro, porque descarta o essencial para fixar-se no acessório. O seu propósito é fornecer-nos regras para o raciocínio. Se é verdade que tais regras não são inteiramente inúteis, «em todo o caso nem por isso deve supor-se que essa utilidade vai muito longe, já que a maioria dos erros dos homens não consiste em deixar-se enganar por más consequências, mas em deixar-se ir em falsos juízos de que se tiram más consequências². O que primeiro que tudo seria necessário ensinar aos homens, não é tanto a *raciocinar correctamente* como a *julgar saudavelmente*. A arte de raciocinar deve estar subordinada a uma arte de pensar. Além disso, mesmo no que se refere a esse objecto limitado que é a arte do raciocínio, não há que equivocar-se quanto ao papel e à eficácia das regras. Nós raciocinamos naturalmente, e as regras só posteriormente são estabelecidas e formuladas, por meio de reflexão sobre os procedimentos espontâneos do pensamento. É a luz natural que julga, em última análise, da pertinência das regras, estando nós muito longe de dever submeter-nos a elas cegamente, coisa a que, precisamente, a lógica nos expõe. A prática habitual da lógica desemboca assim numa espécie de perversão, que faz com que, inútil para o comum dos homens, ela se torne muitas vezes perniciosa mesmo para aqueles que dela fazem profissão. «Há que confessar que se há pessoas a quem a lógica serve, muitas há também a quem ela prejudica; e é preciso reconhecer ao mesmo tempo que não há ninguém a quem ela prejudique mais que aos que dela

¹ 2.º discurso, p. 29.

² 1.º discurso, p. 21; cf. III, início, p. 177-178.

têm mais prosápia, e que ostentam com mais vaidade parecerem bons lógicos. Porque sendo essa mesma ostentação a marca de um espírito mesquinho e pouco sólido, succede que ligando-se mais à superficialidade das regras que ao bom senso, que é a sua alma, eles são facilmente levados a rejeitar como maus, raciocínios que são muito bons, porque não têm suficientes luzes para ajustá-los às regras, que só servem para enganá-los, uma vez que só imperfeitamente as compreendem. Para evitar tal defeito... devemos examinar a solidéz de um raciocínio mais pela luz natural, que pelas formas.¹)

Seria portanto insuficiente dizer que a lógica de Port-Royal não é formal; é preciso acrescentar que ela é, no seu próprio projecto, hostil ao formalismo. A lógica formal começa com o uso das variáveis. Ora, é realmente notável que Port-Royal as afaste sistematicamente: nunca uma fórmula esquemática, sempre exemplos concretos. O próprio enunciado das regras é reduzido ao mínimo: o aluno não deve tanto aprendê-las do exterior, como aprender a captá-las ele próprio no uso que delas é feito com base em exemplos. Não se ousa, é verdade, deixar de citar fórmulas mnemônicas como *Barbara* ou *Purpurea*, e chega-se mesmo a defendê-las contra zombarias injustas; mas só porque se trata dessas coisas que não é permitido ignorar. E de cada vez que se aborda um tema um pouco técnico, pede-se desculpa por isso e, se necessário, convida-se o leitor a saltar essa passagem.

Esta aversão por tudo o que se arrisca a afrouxar a vigilância do pensamento, este apelo constante às ideias claras e distintas, às luzes naturais, ao «bom senso», mostram suficientemente que esta lógica é de espírito cartesiano. É precisamente esta adaptação paradoxal dos ensinamentos da Escola a um desígnio de inspiração cartesiana que constitui a originalidade da obra. Desde o Renascimento, muitos bons espíritos, cansados de toda aquela farragem escolástica sob a qual se sepultava o juízo dos alunos, aspiravam a uma renovação da educação intelectual; e no século XVII, todos os grandes autores se tinham aplicado a promover uma tal reforma, olhada como uma condição prévia a toda a sã filosofia. Só que, neles, essa reforma do entendimento implicava uma rejeição total dos ensinamentos da Escola. Não há vestígio de lógica escolástica no *Novum Organum*, nas *Regulae* ou no *Discours de la méthode*, assim como, um pouco mais tarde, no *De intellectus emendatione* ou na *Recherche de la vérité*. O traço característico de *La Logique* de Port-Royal, é o ter pelo contrário tentado associar ambas as coisas: pôr o ensino tradicional ao serviço do objectivo dos modernos. A bem dizer, a adaptação dos meios ao fim em vista não é perfeita. Se, como o indica o título completo, *La Logique ou l'art de penser* contém, «além das regras comuns, várias observações novas próprias para formar o juízo», os dois elementos apresentam-se-nos com frequência mais justapostos que verdadeiramente combinados. Pelo menos é visível o esforço no sentido de

¹ III, ix, p. 203-205. Seguem-se alguns exemplos de raciocínio válidos embora aparentemente contrários às regras, ou inversamente, não válidos embora aparentemente conformes às regras.

subordinar a exposição das regras tradicionais da lógica à formação do juízo. Donde a redução dessas regras ao mínimo, a preocupação em mantê-las sempre em segundo plano, e em ilustrá-las sistematicamente por meio de exemplos não escolares, tirados de todos os domínios do pensamento.

Uma outra influência moderna se junta, sem dúvida, à de Descartes, ou antes a domina. Para os jansenistas, Pascal passa à frente de Descartes, tal como a inspiração platónico-agostiniana leva a melhor sobre a inspiração aristotélico-tomista. A justeza do espírito, para que pode contribuir a verdadeira lógica, é seguramente necessária para encontrar a verdade nas ciências, mas a ciência, em si mesma, não é ao fim e ao cabo mais que «um divertimento bastante vão», porque os homens não nasceram para empregar o seu tempo a medir linhas e a considerar os diversos movimentos da matéria, sendo por outro lado obrigados a ser justos em todas as suas acções e não devendo portanto consagrar a sua vida «a outra coisa que não seja aquilo que pode servir para adquirir uma vida que não acabará nunca»¹: é por tais declarações, perfeitamente consonantes com o que se encontra variadíssimas vezes nos *Pensamentos*, que abre e se encerra esta obra de lógica. Mas esta finalidade última não contradiz a finalidade próxima da lógica, concebida como uma arte de formar o juízo e não como uma aprendizagem de receitas. O que Pascal diz da eloquência, da moral e da filosofia, dir-se-ia igualmente da lógica: a verdadeira lógica zomba da lógica, isto é, a lógica do juízo zomba da lógica do espírito, a que se ensina nas escolas, sendo a primeira sem regras.

Porque as regras que Descartes e Pascal deram para o governo do espírito não são, como é sabido, regras de lógica, são regras de método. Estas vêm juntar-se, no tratado de Port-Royal, às regras ordinárias da lógica, acusando assim o carácter «moderno» deste tratado — e também, relativamente ao que vem de trás, uma certa falta de homogeneidade. Segundo a novidade introduzida por Ramus, *A Lógica* de Port-Royal inclui de facto uma quarta parte, «que é sem dúvida uma das mais úteis e das mais importantes»², dedicada ao método. No seu essencial, ela provém das *Regulae*, do *Discours de la méthode* e do fragmento *De l'esprit géométrique*³. Um tal alargamento do campo da lógica está perfeitamente conforme com a ideia de uma arte de dirigir o pensamento, e manter-se-á muitas vezes nos tratados clássicos. Mas esta maneira de conceber a lógica afasta-se daquela em que se entende tratá-la como uma ciência formal.

É pois nas três primeiras partes, que tratam sucessivamente das ideias⁴, dos juízos e do raciocínio, que podemos encontrar, subordina-

¹ Páginas 16 e 355.

² IV, p. 291.

³ As *Regulae* de Descartes e o *Esprit géométrique* de Pascal só serão editados no século seguinte, mas antes circulavam cópias manuscritas. Algumas páginas da *Lógica* de Port-Royal são traduzidas literalmente das *Regulae*.

⁴ Notar-se-á que a palavra *ideia*, de consonância cartesiana, é substituída à de *conceito*.

dos a uma finalidade educativa, os elementos da lógica propriamente dita. O seu fundo é aristotélico, e de resto apresentado como tal. Mas as diferenças com a lógica aristotélica são notáveis. Em primeiro lugar, a influência parece de facto não ser muito directa. Arnaud leu sem dúvida os *Analíticos*, mas acha-os confusos¹, e é antes no ensino escolástico tradicional, que ele próprio recebera, que parece inspirar-se. O capítulo XIII da 3.^a parte, que trata «dos silogismos cuja conclusão é condicional», é significativo a esse respeito. Como com regularidade se faz desde há séculos, o autor apresentou primeiro a teoria do silogismo enunciando os seus silogismos sob forma de inferências, que comportam três proposições distintas. Mas ele faz notar aqui que se pode também encerrá-los numa única proposição condicional, e depois de ter dado exemplos, como é seu costume, acrescenta: «É preciso confessar que estas maneiras de raciocinar são muito habituais e muito naturais, e que têm a vantagem de serem melhor recebidas no mundo, por estarem mais afastadas do ambiente da escola².» Ele não parece ter-se dado conta de que esta apresentação, mais conforme com o uso das pessoas de bem, é precisamente a que Aristóteles escolhera nos seus *Analíticos*, só com esta diferença: Aristóteles reduzia-a à sua forma esquemática pelo apelo às variáveis.

De resto, sucede também verificar-se, de maneira consciente e declarada, um afastamento das teses aristotélicas. É o que acontece com a doutrina das dez categorias. Esta «só tem fundamento na imaginação de um homem que não tem nenhuma autoridade para prescrever uma lei aos outros, que têm tanto direito como ele de ordenar de uma outra maneira os objectos dos seus pensamentos, cada qual segundo a sua maneira de filosofar³. Um cartesiano, por exemplo, estaria igualmente bem fundado para adoptar, segundo as exigências da sua filosofia, uma outra lista dos conceitos fundamentais, como justamente fez Regius:

Mens, mensura, quies, motus, positura, figura,
Sunt cum materia cunctarum exordia rerum.

Numerosas são sobretudo as teses ou as maneiras que, pouco a pouco incorporadas a partir de Aristóteles no ensino da lógica, aqui se reconhecem. No que se refere aos elementos da proposição, há mesmo que assinalar duas novidades de vocabulário. Primeiro, a substituição da palavra *ideia* à de *conceito*; em seguida, a distinção, nas ideias, entre a sua *compreensão* e a sua *extensão* (*étendue*). A distinção em si mesma não é decerto nova, mas a palavra *compreensão*, nova para este uso, passará para o vocabulário lógico, na sua oposição à *extensão*. É assim definida: «Chamo *compreensão* da ideia, aos atributos que ela encerra em si, e que não se lhe podem arrebatar sem destruí-la, como a com-

¹ 2.^o discurso, p. 33.

² Página 223.

³ I. III, p. 51.

preensão da ideia do triângulo encerra extensão, figura, três linhas, três ângulos, e a igualdade desses três ângulos a dois rectos, etc.¹».

Uma outra inovação em relação a Aristóteles e aos medievais diz respeito às definições e, mais precisamente, à maneira de entender as definições de nome. Aristóteles tinha já feito a distinção entre as definições que indicam a essência da coisa e as que dão o sentido de uma palavra, *ἡ τί ἐστιν ἡ τί σημαίνει*². Donde, nos escolásticos, a distinção entre as definições reais, *quid rei*, e as definições nominais, *quid nominis*. Port-Royal retoma as expressões, ou pelo menos as expressões análogas de definições de coisas e definições de nomes, mas entende de outro modo a dicotomia porque introduz, sob a influência de Pascal, uma terceira noção da definição, que trará mesmo para o primeiro plano³. Esta é propriamente a *denominação*, o facto de impor um nome para designar uma certa noção, isto é, em geral, o substituir a uma expressão complexa que designa essa noção, uma palavra única, a fim de abreviar o discurso: assim sucede quando se decide chamar *par* a todo o número que é *exactamente divisível por dois*. Uma divisão desta espécie opõe-se nitidamente às duas anteriores, incluindo portanto a tradicional definição *quid nominis*, pelo facto de resultar de uma decisão arbitrária⁴ e de, escapando assim ao verdadeiro e ao falso, não poder ser contestada e não ter necessidade de prova. Não que Port-Royal ignore as definições *quid nominis* em sentido escolástico: um dos seus capítulos intitula-se «De uma outra espécie de definições de nomes, pelos quais se marca o que eles significam no uso». Mas é claro que, se não as coloca expressamente entre as definições de coisas, a maneira como estabelece a dicotomia remete-as para o lado destas, pois que tal como elas, escapam ao arbitrário, são verdadeiras ou falsas: se não representam «a verdade das coisas», representam «a verdade do uso». Daí resultará que na época moderna, exactamente em virtude da ampla difusão de *A Lógica* de Port-Royal, a distinção que ficou habitual entre definição de nome e definição de coisa será equívoca, consoante ela se referirá ao sentido antigo ou ao sentido novo, ao dos escolásticos ou ao que Port-Royal foi buscar a Pascal. Em particular, a expressão *definição de nome*, se não é definida ela própria de maneira precisa, expõe à confusão. Lutar contra confusões deste género, que a polissemia favorece, tal é precisamente, segundo Port-Royal, a principal utilidade das definições.

Sobre as proposições, o facto principal a notar é a admissão, ao lado das quatro proposições aristotélicas, das proposições ditas «compostas». Em algumas dentre elas, as «exponíveis»⁵, a composição não se

¹ I, VII, p. 59.

² *Segundos Analíticos*, II, 7.

³ II, XII-XV.

⁴ Nem Pascal nem os de Port-Royal tiveram a ideia de que os «termos primitivos» de uma demonstração pudessem ser também eles colocados arbitrariamente, como nas nossas axiomáticas modernas.

⁵ A noção das exponíveis é de origem escolástica. Reconheciam-se geralmente três espécies de *exponibilia*: as *exclusiva*, as *exceptiva*, as *reduplicativa*.

têm mais prosápia, e que ostentam com mais vaidade parecerem bons lógicos. Porque sendo essa mesma ostentação a marca de um espírito mesquinho e pouco sólido, sucede que ligando-se mais à superficialidade das regras que ao bom senso, que é a sua alma, eles são facilmente levados a rejeitar como maus, raciocínios que são muito bons, porque não têm suficientes luzes para ajustá-los às regras, que só servem para enganá-los, uma vez que só imperfeitamente as compreendem. Para evitar tal defeito... devemos examinar a solidez de um raciocínio mais pela luz natural, que pelas formas.¹»

Seria portanto insuficiente dizer que a lógica de Port-Royal não é formal; é preciso acrescentar que ela é, no seu próprio projecto, hostil ao formalismo. A lógica formal começa com o uso das variáveis. Ora, é realmente notável que Port-Royal as afaste sistematicamente: nunca uma fórmula esquemática, sempre exemplos concretos. O próprio enunciado das regras é reduzido ao mínimo: o aluno não deve tanto aprendê-las do exterior, como aprender a captá-las ele próprio no uso que delas é feito com base em exemplos. Não se ousa, é verdade, deixar de citar fórmulas mnemónicas como *Barbara* ou *Purpurea*, e chega-se mesmo a defendê-las contra zombarias injustas; mas só porque se trata dessas coisas que não é permitido ignorar. E de cada vez que se aborda um tema um pouco técnico, pede-se desculpa por isso e, se necessário, convida-se o leitor a saltar essa passagem.

Esta aversão por tudo o que se arrisca a afrouxar a vigilância do pensamento, este apelo constante às ideias claras e distintas, às luzes naturais, ao «bom senso», mostram suficientemente que esta lógica é de espírito cartesiano. É precisamente esta adaptação paradoxal dos ensinamentos da Escola a um desígnio de inspiração cartesiana que constitui a originalidade da obra. Desde o Renascimento, muitos bons espíritos, cansados de toda aquela farragem escolástica sob a qual se sepultava o juízo dos alunos, aspiravam a uma renovação da educação intelectual; e no século XVII, todos os grandes autores se tinham aplicado a promover uma tal reforma, olhada como uma condição prévia a toda a sã filosofia. Só que, neles, essa reforma do entendimento implicava uma rejeição total dos ensinamentos da Escola. Não há vestígio de lógica escolástica no *Novum Organum*, nas *Regulae* ou no *Discours de la méthode*, assim como, um pouco mais tarde, no *De intellectus emendatione* ou na *Recherche de la vérité*. O traço característico de *La Logique* de Port-Royal, é o ter pelo contrário tentado associar ambas as coisas: pôr o ensino tradicional ao serviço do objectivo dos modernos. A bem dizer, a adaptação dos meios ao fim em vista não é perfeita. Se, como o indica o título completo, *La Logique ou l'art de penser* contém, «além das regras comuns, várias observações novas próprias para formar o juízo», os dois elementos apresentam-se-nos com frequência mais justapostos que verdadeiramente combinados. Pelo menos é visível o esforço no sentido de

¹ III, ix, p. 203-205. Seguem-se alguns exemplos de raciocínio válidos embora aparentemente contrários às regras, ou inversamente, não válidos embora aparentemente conformes às regras.

subordinar a exposição das regras tradicionais da lógica à formação do juízo. Donde a redução dessas regras ao mínimo, a preocupação em mantê-las sempre em segundo plano, e em ilustrá-las sistematicamente por meio de exemplos não escolares, tirados de todos os domínios do pensamento.

Uma outra influência moderna se junta, sem dúvida, à de Descartes, ou antes a domina. Para os jansenistas, Pascal passa à frente de Descartes, tal como a inspiração platónico-agostiniana leva a melhor sobre a inspiração aristotélico-tomista. A justeza do espírito, para que pode contribuir a verdadeira lógica, é seguramente necessária para encontrar a verdade nas ciências, mas a ciência, em si mesma, não é ao fim e ao cabo mais que «um divertimento bastante vão», porque os homens não nasceram para empregar o seu tempo a medir linhas e a considerar os diversos movimentos da matéria, sendo por outro lado obrigados a ser justos em todas as suas acções e não devendo portanto consagrar a sua vida «a outra coisa que não seja aquilo que pode servir para adquirir uma vida que não acabará nunca»¹: é por tais declarações, perfeitamente consonantes com o que se encontra variadíssimas vezes nos *Pensamentos*, que abre e se encerra esta obra de lógica. Mas esta finalidade última não contradiz a finalidade próxima da lógica, concebida como uma arte de formar o juízo e não como uma aprendizagem de receitas. O que Pascal diz da eloquência, da moral e da filosofia, dir-se-ia igualmente da lógica: a verdadeira lógica zomba da lógica, isto é, a lógica do juízo zomba da lógica do espírito, a que se ensina nas escolas, sendo a primeira sem regras.

Porque as regras que Descartes e Pascal deram para o governo do espírito não são, como é sabido, regras de lógica, são regras de método. Estas vêm juntar-se, no tratado de Port-Royal, às regras ordinárias da lógica, acusando assim o carácter «moderno» deste tratado — e também, relativamente ao que vem de trás, uma certa falta de homogeneidade. Segundo a novidade introduzida por Ramus, *A Lógica* de Port-Royal inclui de facto uma quarta parte, «que é sem dúvida uma das mais úteis e das mais importantes»², dedicada ao método. No seu essencial, ela provém das *Regulae*, do *Discours de la méthode* e do fragmento *De l'esprit géométrique*³. Um tal alargamento do campo da lógica está perfeitamente conforme com a ideia de uma arte de dirigir o pensamento, e manter-se-á muitas vezes nos tratados clássicos. Mas esta maneira de conceber a lógica afasta-se daquela em que se entende tratá-la como uma ciência formal.

É pois nas três primeiras partes, que tratam sucessivamente das ideias⁴, dos juízos e do raciocínio, que podemos encontrar, subordina-

¹ Páginas 16 e 355.

² IV, p. 291.

³ As *Regulae* de Descartes e o *Esprit géométrique* de Pascal só serão editados no século seguinte, mas antes circulavam cópias manuscritas. Algumas páginas da *Lógica* de Port-Royal são traduzidas literalmente das *Regulae*.

⁴ Notar-se-á que a palavra *ideia*, de consonância cartesiana, é substituída à de *conceito*.

manifesta pela forma gramatical da frase, de modo que é preciso analisá-las, «expô-las», para fazer aparecer a sua estrutura lógica: tal é o caso das exclusivas, das exceptivas, das comparativas e das inceptivas ou desitivas. Nas outras, pelo contrário, a composição é expressamente marcada pela linguagem; Port-Royal distingue seis espécies: copulativas, disjuntivas, condicionais, causais, relativas e discretivas¹. Notar-se-á que as condicionais, as copulativas (que são copulativas negativas: *não ao mesmo tempo... e...*) e as disjuntivas correspondem² às três proposições que servem de maior aos cinco ἀναπόδεικτοι dos estóicos. Recorde-se que, desde o fim da Antiguidade, estes elementos estóicos tinham vindo combinar-se com a lógica aristotélica prolongada por Teofrasto. Mas notar-se-á também que são enumeradas ao lado delas, e postas num mesmo plano, proposições que um lógico moderno delas separaria radicalmente para remetê-las para fora do domínio da lógica ou, pelo menos, para relegá-las dentro da lógica para uma categoria muito mais modesta. Também isso remonta a muito longe, pois que certos estóicos, ao que nos relata Diógenes, tinha já procedido de igual modo acolhendo na sua lista as causais e as comparativas. Assinale-se também, ainda a respeito das proposições, que Port-Royal assimila as singulares a universais. A questão tinha sido controvertida na Idade Média; a lógica dita clássica seguiu, sobre este ponto, a posição que Port-Royal tomara fundamentando-se na mesma razão que Wallis tinha invocado³.

Mais ainda que as duas que a enquadram, esta segunda parte, que trata das proposições, mostra como *A Lógica* de Port-Royal acompanha o uso escolástico de associar estreitamente a análise lógica à análise gramatical. A questão dos domínios e das fronteiras parece-lhe aliás bastante vã. «É pouco importante examinar se é à gramática ou à lógica que compete tratar disso, e é mais conciso dizer que tudo o que é útil ao fim de cada arte, lhe pertence⁴.» A maioria das análises que esta segunda parte contém são análises da linguagem, destinadas a fazer aparecer as formas lógicas fundamentais, que muitas vezes se dissimulam sob as formas variadas da expressão. Porque a correspondência entre a linguagem e o pensamento não é perfeita. Onde a necessidade de reencontrar, sob a diversidade, a complexidade e as irregularidades das formas gramaticais, as estruturas lógicas que elas recobrem. Semelhante procura está bem conforme com o desígnio desta *Lógica*, pois que ela nos ensinará a não cair nas armadilhas que a linguagem nos reserva. Agora, a partir do reconhecimento desse desfasamento entre as estruturas grama-

¹ II, IX e X. As discretivas são aquelas cujo segundo membro começa por uma palavra como *mas*, *no entanto*, etc. São olhadas como sendo as contraditórias das «copulativas» — isto é, como copulativas afirmativas ou, como nós diríamos hoje, como conjuntivas.

² Se é que Port-Royal não flutua um pouco, para as suas copulativas, entre a incompatibilidade e a rejeição, e para as suas disjuntivas, entre o *ou* e o *vel*.

³ II, III, p. 115.

⁴ II, I, p. 103.

tais dos idiomas históricos e as estruturas lógicas do pensamento, podemos escolher entre duas posições diferentes. A de Leibniz, que será retomada no fim do século XIX, é construir, à margem das línguas naturais, uma língua artificial que reflecta exactamente as posições lógicas do espírito. A dos autores de Port-Royal é outra. Poder-se-ia dizer, empregando uma fórmula um pouco brutal, que para eles não há lógica formal. Há a *forma*, que é a do discurso, e há as operações *lógicas* do espírito, as quais se exteriorizam nessas formas da linguagem, mas não devem ficar prisioneiras delas. A função da lógica, arte de pensar, é justamente a de libertar o pensamento autêntico sob as roupagens da forma verbal, a de nos ajudar a remontar da forma até ao sentido. Por que é o sentido que deve permitir interpretar a forma, e não a forma que deve impor o sentido. Apesar das primeiras aparências, esta concepção das relações entre a gramática e a lógica não está em desacordo, longe disso, com o propósito de uma «gramática geral», que teve um grande sucesso no século XVIII, depois de ter sido lançado precisamente pela *Gramática*¹ de Port-Royal, elaborada por Arnauld e Lancelot, e publicada precisamente dois anos antes da *Lógica*. Trata-se ainda de remontar, aquém dos acidentes históricos que determinam a diversidade dos idiomas, às estruturas fundamentais que comandam necessariamente todo o funcionamento do espírito humano em geral; e pouco importa então que se qualifiquem essas estruturas de gramaticais ou de lógicas, pois que, a este nível, ambas se confundem.

No tratamento da silogística, *A Lógica* de Port-Royal adopta ao mesmo tempo as fórmulas mnemotécnicas inventadas pelos medievais, e a maneira de estabelecer os modos válidos pela eliminação dos que violam as regras previamente colocadas. As regras gerais do silogismo são nela fundadas sobre quatro axiomas relativos à extensão dos termos. Reconhecem-se neles as quatro regras tradicionais que se referem às proposições; as que se referem aos termos são reduzidas a duas, acompanhadas de corolários. Seguem-se as regras particulares a cada figura, que permitem excluir os modos inválidos. Mas, por fim, todas estas regras são reduzidas a duas principais, que são o fundamento das outras e que, embora isso não seja dito expressamente, são elas próprias justificadas pela sua própria evidência. Uma, «que nenhum termo pode ser mais geral na conclusão que nas premissas»; a outra, «que o médio deve ser tomado pelo menos uma vez universalmente». Pode-se mesmo ir ainda mais longe, e pôr estas duas regras sob a dependência deste princípio muito geral: «que as premissas devem conter a conclusão»². Compreende-se bem como é que uma semelhante tese, vulgarizada pelo ensino, provocará as acusações de círculo vicioso ou de petição de princípio que serão frequentemente dirigidas ao silogismo na época moderna.

¹ *Grammaire Générale et raisonnée*. Edição moderna em Paulet, Paris, 1969.

² III, X, p. 212-213.

Ainda sobre um outro ponto, a silogística de Port-Royal se afasta deliberadamente da de Aristóteles e adopta uma inovação relativamente recente, mas atribuída a Galeno*, a de uma quarta figura do silogismo. Ela é justificada pelas quatro maneiras como o médio pode combinar-se com o maior e o menor nas duas premissas, e conta cinco modos válidos, simbolizados por *Barbari*, *Calentes*, *Dibatis*, *Fespamo*, *Fresisom*. Pouco importa de resto que se chame «figura» a constelação em que o médio é atributo no maior e sujeito na menor; isso é apenas uma questão de palavras sobre a qual não há que discutir, porquanto as denominações são livres. O que sobretudo é necessário é evitar confundir, como o fez Gassendi, essa configuração com a da primeira figura cujas premissas seriam invertidas, o que não muda nada nem à sua natureza, nem à do silogismo¹.

* errada ver Lukasiewicz (1951).

¹ III, IV e VIII. Acrescentemos pelo nosso lado que é preciso também não confundir, como por vezes se faz, esta quarta figura com os modos indirectos da 1.ª figura, simbolizada, recordemo-lo, por *Baralipon*, *Celanies*, *Dabitis*, *Fapesmo*, *Frisosomorum*. Os esquemas seguintes, em que M simboliza o médio, X o maior e Y o menor, ajudarão a fazer as distinções necessárias:

1.ª figura			4.ª figura
normal	premissas invertidas	modos indir.	
M X	Y M	M X	X M
Y M	M X	Y M	M Y
Y X	Y X	X Y	Y X

Capítulo VIII

LEIBNIZ

1. Situação de Leibniz

A situação de Leibniz na história da lógica tem alguma coisa de ambíguo. Os lógicos modernos estão de acordo em ver nele o grande pioneiro, e em pô-lo na origem da sua geração. Ele é considerado como «o criador da logística», «o primeiro matemático-lógico», «o pai da lógica simbólica»¹. «A história da lógica simbólica e da logística começa, rigorosamente falando, com Leibniz», declara Lewis no início da sua história da lógica simbólica. «Pronunciar o grande nome de Leibniz, exclama Scholz, é falar de um nascer do sol².» Com ele, de facto, uma nova luz parece ter-se levantado para a lógica. O que Aristóteles era para a antiga, Leibniz sê-lo-á para a nova, marcando o grande corte no desenvolvimento histórico desta ciência. Tal é, como se recorda, o juízo de Scholz: «A história da lógica... divide-se... em duas ciências bem distintas. Primeira secção: a forma clássica da lógica formal, que vai de Aristóteles à época actual e que compreende tudo o que *não é* inspirado pela ideia leibniziana da logística; a distinção habitual entre a Antiguidade, a Idade Média e os Tempos Modernos não tem para esta lógica quase nenhum sentido. Segunda secção: a forma moderna da lógica formal que começa com Leibniz e que inclui tudo o que foi inspirado, consciente ou inconscientemente, pela ideia leibniziana da logística.³»

Só que uma restrição se impõe de imediato, como Scholz e Bochenski não podiam deixar de reconhecer. A relação da lógica leibni-

¹ Scholz, *op. cit.*, p. 135; Bochenski, *F. L.*, p. 312; Rescher, *Journal of symbolic logic*, 1954, p. 1.

² Scholz, p. 79.

³ *Idem, ibidem*, p. 44-45.

ziana à lógica matemática contemporânea deve entender-se como uma relação de antecipação mais do que de paternidade ou, se se preferir, de analogia mais que de verdadeira influência. Leibniz não poderá ser olhado propriamente como o criador da logística moderna, pois que esta nasceu de maneira independente, ignorando os seus escritos lógicos. Poder-se-ia quase dizer que foi a relação inversa que funcionou, no sentido de que foi a nova orientação que a lógica tomou no final do século XIX que chamou a atenção de alguns dos seus promotores ou adeptos, como Russell ou Couturat, para os trabalhos de Leibniz e que reteve o interesse. Só então foi revelado ao público o conteúdo de numerosos manuscritos até então inéditos, e que aclararam e precisaram as alusões que podiam encontrar-se nos escritos já publicados¹. Assim, «inspirar-se na ideia leibniziana da logística», ainda que «inconscientemente», só pode significar, pelo menos para os inícios da logística moderna, o seguinte: tirar a sua inspiração de uma certa ideia da lógica concebida como logística, ideia essa que se verifica ser precisamente, quanto ao essencial, a que Leibniz partilhava. Poder-se-á por isso encontrá-la nele, por um olhar retrospectivo. Mas será preciso, para tanto, saltar por cima de dois séculos, durante os quais a ideia de uma logística permanece, apesar de algumas ressurgências em espíritos matemáticos, no estado de latência, enquanto à luz do dia persiste a forma clássica da lógica.

A que é preciso acrescentar que, se o ideal que anima os nossos lógicos actuais se deixa certamente reconhecer em Leibniz, as suas realizações são nele apenas parciais e parcelares: «fragmentos magníficos», diz Scholz². Os seus trabalhos de lógica apresentam-se como um sem número de esboços, mais ou menos desenvolvidos. Além disso, essas tentativas raramente se encadeiam segundo um progresso linear; a maior parte sempre *ab ovo*, à procura de um caminho novo. A tese que M. Serres justamente defendeu para o conjunto da sua filosofia é especialmente válida para a sua lógica: abordagens diversas, com caminhos que se recortam, uma rede de múltiplas entradas, «conjunto ordenado e multilinear de encadeamentos cruzados»³. Só pode pois falar-se de «a lógica» de Leibniz como de uma reconstrução a partir de elementos esparsos, e guiada por algumas ideias mestras.

Com os riscos que toda a reconstrução de carácter retrospectivo comporta. Toda a reinterpretação da lógica antiga feita à luz das nossas ideias actuais expõe-nos, como se viu a propósito de um pensamento tão sistemático como o de Aristóteles, a esse mesmo perigo. É verdade que

¹ Os principais escritos lógicos de Leibniz encontrar-se-ão primeiro nos *Philosophische Schriften* editados por Gerhardt, principalmente no tomo VII, Berlim, 1890, e seguidamente nos *Opusculs et fragments inédits de Leibniz* publicados por L. Couturat, Paris, 1903. A exposição de conjunto fundamental sobre a sua lógica continua a ser ainda hoje, posto que ultrapassada em alguns pontos, a de Couturat, *La logique de Leibniz*, Paris, 1901. Designaremos aqui estas três importantes obras pelas seguintes abreviaturas: G. Ph., *Opusc.*, L. Lz.

² *Op. cit.*, p. 87.

³ M. Serres, *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Paris, Presses Universitaires de France, 1968, nomeadamente p. 18.

os progressos da lógica contemporânea permitiram esclarecer a uma nova luz esses opúsculos e fragmentos leibnizianos, captar melhor o seu alcance, remontar até à inspiração original que assegura a sua unidade profunda sob a aparente dispersão. Mas o desenvolvimento histórico da lógica moderna tem também ele como efeito arrastar o intérprete no seu movimento e modificar o seu ângulo de visão. Precisamente a propósito das tentativas de «cálculo lógico» de Leibniz, Mlle Bachelard observa pertinentemente que «o historiador dos anos 1920, leitor dos *Principia mathematica* de Russell e Whitehead, era susceptível de abordar o estudo dos textos leibnizianos com chaves de leitura que, no início do século, não podiam estar na posse de Couturat para quem as formas de cálculo lógico existentes se reduziã a de Boole e de Peano»¹. M. Serres, que dispõe por sua vez de novas «chaves de leitura», mais recentes que as fornecidas pelos *Principia mathematica*, reconhece essa dificuldade e tenta afastar a objecção. «Em certo sentido, escreve ele, as ciências caminham em direcção à sua origem»; a história das ciências é «uma progressão para o profundo, o originário, o condicional e a fonte... Para escapar à ilusão do movimento retrógrado e manter a verdade da recorência científica, há que demonstrar que o autor anteviu como a posteridade investigadora acabou por fazer»². Sem dúvida, mas terá ela «terminado» verdadeiramente, e quem nos assegurará que as interpretações novas que hoje podemos dar são, desta vez, definitivas?

Finalmente, se há um autor para quem seja preciso temperar a ideia de uma ruptura, de um corte brutal entre a antiga lógica e a nova, é seguramente Leibniz, filósofo da continuidade. Tal como a natureza, a lógica não dá saltos. Do mesmo modo que em outros domínios, também em lógica Leibniz não se apresenta como revolucionário. O seu modo de proceder é o de retomar o que os outros fizeram, aceitando-o para apenas aprofundá-lo. O que eles disseram é judicioso, mas só confusamente viram o alcance do que diziam; a sua tarefa, dele filósofo, é libertá-lo, trazê-lo até ao nível da consciência clara. O desprezo que os modernos ostentam para com a lógica vem do facto de a não terem compreendido. *Lockius alique qui spernunt non intelligunt*³. Precisamente a Locke, que manifesta o pouco caso que faz da lógica, tal como a maioria dos seus contemporâneos, responde Leibniz: «Tenho para mim que a invenção da forma dos silogismos é uma das mais belas do espírito humano, e mesmo das mais consideráveis. É uma espécie de *matemática universal* cuja importância não é suficientemente conhecida; e pode dizer-se que

¹ S. Bachelard, «Epistémologie et histoire des sciences», *Revue de synthèse*, 1968, p. 47. Razão por que será bom completar a leitura do livro de Couturat, que continua a ser a obra de base para o estudo da lógica de Leibniz, pela de autores mais recentes, nos quais os progressos da lógica desde o início do século determinaram uma mudança de perspectiva: K. Dürr, «Die mathematische Logik von Leibniz», *Studia philosophica*, Basileia, 1947, p. 87-102, e N. Rescher, «Leibniz's interpretation of his logical calculi», *Journal of symbolic logic*, 1954, p. 1-13.

² *Op. cit.*, Introd., § 11, Réurrences et recouvrements historiques; as citações são da página 79.

³ G. Ph., VII, p. 481.

nela está contida uma *arte de infalibilidade*, desde que se saiba e que se possa servir-se bem dela¹».

Esta declaração, com as suas duas partes complementares, ilustra perfeitamente a posição de Leibniz perante a lógica antiga. Por um lado, não esconde a admiração que lhe dedica, e não deixará de trabalhar ele próprio dentro da sua problemática. Mas, por outro lado, a sua admiração vai menos para a silogística em si mesma que para o princípio que, de maneira ainda confusa, a inspirou. Porque na realidade, coisa que ainda ninguém viu, ela não é mais que uma primeira realização de uma tarefa mais vasta e mais essencial. O seu objectivo é assegurar a infalibilidade do raciocínio; o seu meio é reduzir este à sua forma. Ora, o silogismo é apenas uma dessas formas, cujo uso é assim por de mais restrito. O cálculo algébrico, por exemplo, fornece-nos um outro exemplo de raciocínio conduzido somente segundo a forma. O problema é agora elaborar um sistema de formas que domine essas formas especiais, que as situe como casos particulares de um cálculo verdadeiramente universal, aplicável a todos os domínios do pensamento. Perante a silogística, é preciso pois em primeiro lugar tomar consciência do que constitui o seu verdadeiro interesse, *saber* o que se deve procurar nela, depois esforçar-se por encontrá-lo a fim de *poder* servir-se dela, aplicá-la a todos os casos que se nos apresentam. Por isso, depois de ter respondido, nos *Novos Ensaios*, ao porta-voz de Locke, que quase só tinha desprezo pela lógica, Leibniz poderá finalmente fazer-lhe dizer: «Você parece fazer a apologia da lógica vulgar, mas eu bem vejo que o que traz pertence a uma lógica mais sublime, em relação à qual a vulgar não é mais do que o que os rudimentos do abecedário são para a erudição... Começo a ter uma ideia da lógica completamente diferente da que tinha dantes. Tomava-a por uma brincadeira de estudante, e vejo agora que há como que uma matemática universal no modo como você a entende.²»

Ê-nos assim sugerido o plano da nossa exposição. Primeiro, os trabalhos que permanecem, com o risco de alargá-la, no quadro da lógica tradicional. Depois, os que se relacionam com a procura dessa matemática universal, desse cálculo absolutamente geral fundado no pôr em forma raciocínios, pôr em forma que pressupõe em si mesmo a instituição de um sistema de símbolos: donde o estudo sucessivo dessa *lingua characteristica universalis* e do *calculus ratiocinator* que ela deve tornar possível.

2. Lógica clássica

Sempre com a preocupação de situar-se ele próprio no prolongamento dos autores que o precederam, e de reconhecer o mérito e os

¹ *Novos Ensaios*, IV, XVII, 4. cf. carta a G. Wagner (G. Ph., VII, 516): «Devo reconhecer, é verdade, que, até ao presente, todas as nossas lógicas são apenas uma sombra do que eu desejo que elas sejam e que de algum modo, entrevejo de longe; mas devo igualmente reconhecer por respeito da verdade, e para fazer justiça aos que o merecem, que encontrei também muitas coisas boas e úteis na lógica tradicional.»

² IV, xvii, 7 e 9.

contributos de cada qual, Leibniz estabelece assim o «catálogo das invenções»¹ no domínio da lógica. Deve-se a Platão o uso das definições, da divisão e do processo analítico; a Aristóteles, as formas silogísticas e os tópicos; a Lúlio, a arte de dissertar sobre qualquer tema; a Pedro Hispano e aos sumulistas, a gramática filosófica com a teoria das suposições; a Ramus, a demonstração das conversões por meio dos silogismos; a Hospiniano, a enumeração completa dos modos silogísticos; a Jungius, a descoberta das inferências assilogísticas.

Partindo da silogística de Aristóteles, Leibniz, desde a idade dos dezoito anos² introduz nesta, tal como outros tinham feito antes dele, algumas modificações que lhe foram parcialmente inspiradas por Hospiniano e, antes dele, por Ramus, e que ele considera naturalmente como aperfeiçoamentos. À maneira de Hospiniano, mas separando-se dele sobre certos pontos, nomeadamente no tratamento das proposições singulares, ele constrói metodicamente, segundo a arte combinatória, a totalidade dos modos possíveis, para efectuar seguidamente eliminações e reduções. Admitindo a quarta figura como sendo tão válida como a primeira, completa a lista dos modos concludentes contando os modos subalternos, por exemplo, *Barbari* e *Celarenti* na primeira figura, que se verifica assim contar com dois modos suplementares. A segunda figura é aumentada também de dois modos e a quarta de um modo. A partir daí, em vez dos quatorze modos aristotélicos (4+4+6), ou dos 19, se se lhe juntarem os 5 de Teofrasto, obtém-se um quadro perfeitamente regular de 24 modos, onde cada figura conta semelhantemente 6 modos. Leibniz encanta-se com esta simetria, que parece testemunhar-lhe ter ele atingido a verdade definitiva e dado à teoria a sua forma acabada; porque, como ele próprio escreve a G. Wagner, «a natureza é regular em todas as coisas»³. Por fim adopta, para demonstrar os modos das três últimas figuras a partir dos da primeira, um método que difere do de Aristóteles. Procede essencialmente pela redução ao absurdo, que ele chama regressão; o que apresenta sobre o método tradicional, que faz apelo à conversão, a vantagem de economizar o número dos princípios, já que a regressão só faz apelo ao princípio de contradição. Os seus únicos pressupostos são os quatro modos «perfeitos» tradicionais, mais o princípio de contradição. Tendo demonstrado, na primeira figura, os dois novos modos pela subalternação, ela própria anteriormente demonstrada por meio de *Darii* e *Ferio*, ele demonstra por regressão os doze modos das segunda e terceira figuras pelos da primeira. Quanto aos modos da quarta figura, é necessário para demonstrá-los, fazer uso da conversão, mas esta demonstra-se por silogismos das segunda e terceira figuras: sendo a primeira a «principal», a segunda e terceira as «menos principais», finalmente a quarta a «menos principal indirecta», porque «está

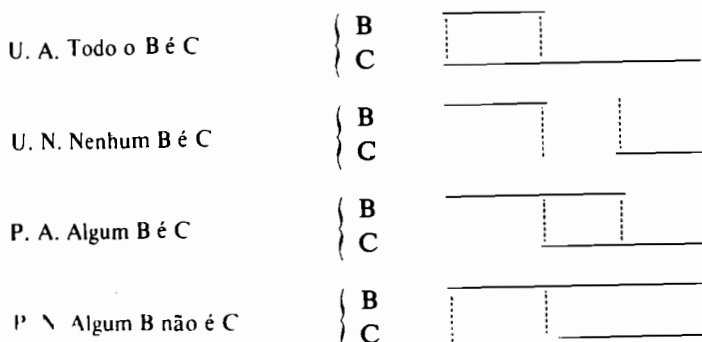
¹ *Opusc.*, p. 330. Notar-se-á que esta tabela implícita dos valores só imperfeitamente se concilia com a nossa, o que ilustra bem a relatividade histórica do olhar retrospectivo: ela não faz qualquer menção aos estóicos, ao passo que nela figuram Lúlio, Hospiniano, Jungius e alguns outros mais obscuros que omitimos.

² *De arte combinatoria*. G. Ph. IV, p. 27-104. Ver também *Novos Ensaios*, IV, ii, 1.

³ G. Ph., VII, p. 519.

mais afastada um grau que a segunda e a terceira, que estão ao mesmo nível e igualmente afastadas da primeira, ao passo que a quarta tem ainda necessidade da segunda e da terceira para ser demonstrada»¹. Notar-se-á que as inferências ditas «imediatas» encontram-se aqui demonstradas com o auxílio dos silogismos, aos quais é assim reconhecida a primazia. Este pretensão aperfeiçoamento, dado que assenta na adjunção dos modos subalternos, não foi endossado pela posteridade, que actualmente já não reconhece a validade universal da subalternação.

Mais exteriores, mas sem dúvida menos contestáveis, são as representações diagramáticas que Leibniz tenta imaginar para as figuras do silogismo, e cuja elaboração progressiva podemos acompanhar em diversos ensaios, até ao *De formae logicae comprobatione per linearum ductus*². Ele utiliza simultaneamente dois esquematismos, um para círculos, outros para rectas. O primeiro é bem conhecido sob o nome de «círculos de Euler», porque Euler o retomou e popularizou; sofre de alguns defeitos, como se verá. O segundo, não sendo talvez de uma legibilidade tão imediata, é mais satisfatório. Eis em primeiro lugar como é que Leibniz representa as quatro espécies de proposições susceptíveis de entrar num silogismo, ficando entendido que a singular é assimilada à universal. As rectas horizontais simbolizam a extensão dos conceitos, os ponteados verticais marcam as relações de inclusão ou de exclusão, parcial ou total, entre esses conceitos: quando eles caem sobre a linha horizontal há inclusão e a proposição é afirmativa, quando caem no vazio a proposição é negativa.



Vê-se que, contrariamente ao que acontece com a intersecção de dois círculos, esta representação permite distinguir nitidamente as duas particulares. Notar-se-á que Leibniz teve o cuidado de tornar simétricos os

¹ *Novos Ensaios*, IV, ii, 1.

² *Optusc.*, p. 292-321; cf. *L. L.*, p. 25-32; e a fotografia de uma página do manuscrito com as figuras em Bochenski, *F. L.*, p. 304.

esquemas da universal negativa e da particular afirmativa, que se convertem simplesmente, e dissimétricos os outros dois, que não admitem uma tal conversão.

Eis agora os esquemas dos silogismos, onde a conclusão é marcada pelos dois traços cheios verticais. Damos apenas, a título de exemplos, os quatro modos tradicionais da primeira figura.

Barbara	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Todo o C é B} \\ \text{Todo o D é C} \\ \text{Todo o D é B} \end{array} \right.$	<table><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td></tr></table>	B		C		D	
B								
C								
D								
Celarent	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nenhum C é B} \\ \text{Todo o D é C} \\ \text{Nenhum D é B} \end{array} \right.$	<table><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td></tr></table>	B		C		D	
B								
C								
D								
Darii	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Todo o C é B} \\ \text{Algum D é C} \\ \text{Algum D é B} \end{array} \right.$	<table><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td></tr></table>	B		C		D	
B								
C								
D								
Ferio	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nenhum C é B} \\ \text{Algum D é C} \\ \text{Algum D não é B} \end{array} \right.$	<table><tr><td>B</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td></tr></table>	B		C		D	
B								
C								
D								

Tais são as principais contribuições de Leibniz para o enriquecimento da silogística. Mas é sobretudo por terem reconhecido as dificuldades com que choca a redução de todo o raciocínio concludente às formas tradicionais da lógica que as meditações de Leibniz sobre a inferência nos parecem hoje dignas de interesse. A sua atenção tinha sido atraída para este ponto pelas observações de Jungius, um autor que ele considerava muito. Entre os seus contemporâneos, colocava-o no mesmo plano que Kepler, Galileu e Descartes. Para a lógica, ele não estava longe de igualar a sua importância à de Aristóteles: este descobrira o silogismo, a que, depois da assimilação dos tropos estoicos a silogismos de forma hipotética, era suposto reduzir-se todas as inferências correctas; Jungius, por seu turno, descobrira que, ao lado do silogismo e ao mesmo nível de simplicidade e de evidência, existiam outros tipos de inferência perfeitamente legítimos, e esta descoberta impressionara muito Leibniz.

Jungius (1587-1657) tinha publicado em 1638 *Institutiones logicae*, mais conhecidas sob o nome de *Logica hamburgensis*¹; era um tratado quase oficial, que emanava do reitor, para o ensino da lógica nas escolas

¹ Edição moderna proporcionada por R. W. Meyer, texto latino com tradução alemã, Augustin, Hamburgo, 1957.

de Hamburgo. Além desta exposição escolar, Leibniz tivera também conhecimento, por intermédio de antigos alunos de Jungius, de pontos de vista menos impessoais e que ele considerava profundos¹; talvez estivessem ligados ao culto que Jungius tinha pelas matemáticas². Mas mesmo no seu tratado, Leibniz identificara logo as passagens em que Jungius introduzia discretamente, já nas consequências imediatas, formas de inferência que não entravam nos moldes clássicos. Mais tarde, recopiará cuidadosamente, completando-a com exemplos tirados do texto, a tábua dos raciocínios que Vagetius acrescentara à segunda edição (1681)³ da *Logica hamburgensis*, e onde se reserva um lugar a essas inferências aparentemente irregulares. Primeiro, a inversão das relações (*David est pater Salomonis, et Salomon est filius Davidis; Christus redemit omnes peccatores, et Omnes peccatores a Christo sunt redempti*). Depois, as consequências *a compositis ad divisa* (*Plato est philosophus eloquens, ergo Plato est philosophus, item ergo Plato est eloquens; Paulus est doctior Petro, ergo Paulus est doctus*) e *a divisis ad composita* (*Omnis planeta per zodiacum movetur, Omnis planeta est stella, Ergo omnis planeta est stella quae per zodiacum movetur*). Finalmente e sobretudo quando a inferência faz apelo à obliquidade, isto é, à diferença dos casos, por exemplo, quando vai do recto ao oblíquo (*Omnis circulus est figura, ergo quicumque circulum describit, figuram describit*) e quando ela faz apelo aos *vocabula conjugata* como o são, por exemplo, *sapientia, sapiens, sapere, sapienter* (*Quidam opulentus non est felix, ergo opulentia non est felicitas*). É verdade que Jungius se esforça por reduzir tais inferências a uma forma mais clássica. Assim, os silogismos oblíquos são colocados entre os silogismos que ele chama *cripticos*⁴, e acerca dos quais ele pede que sejam libertados dessa *cripsa* que os oculta, para torná-los manifestos⁵. Ele distingue três espécies de *cripsas*: a transposição (quando a ordem canónica das três proposições não é respeitada), a omissão (por exemplo, no entimema), e a equipolência, quer verbal, quer mental, subdividindo-se esta última por sua vez em reciprocção, negação e obliquidade. E ele acrescenta que várias destas *cripsas* podem combinar-se; por exemplo, a equipolência verbal, a

¹ *Utinam Logica sua omnia publicasset, haberemus Thesaurum quemdam humanae mentis. Sed cum non penitus assecutus esset quae summa animo designabat... profundiora suppressit, et Logicam quamdam exotericam dedit, receptae in scholis accommodatae, quae tamen ipsa sine exemplo est, adeo multa habet praecleara* (citado na edição de R. W. Meyer, p. IX, nota).

² O seu biógrafo declara que «a medida que ele progredia nas matemáticas, a sua perspicácia fazia-lhe suspeitar quão débil quantidade de ciência a metafísica permite aos que a cultivam» (M. Vogel, *Historia vitae et mortis J. Jungii*, Francoforte, 1679, p. 262; em Meyer, *op. cit.*, p. XII).

³ *Tabula dianoearum quam discipulis suis commendare Jungius solebat et clavam Logicae hamburgensis dianoeticam appellare* (ed. Meyer, p. 391; recopiado por Leibniz, *Opuscul.*, p. 427-428).

⁴ De uma palavra que ele vai buscar a Dietricus, *Institutiones dialecticae*, 1613: *Syllogismus crypticus est, cujus naturalis dispositio certis crypsibus occultatur vel immutatur*.

⁵ *Unde syllogismus ita occultatus, crypsi semper liberandus, et ad manifestum reducendus est* (III, xvi).

obliquidade e as palavras conjugadas em: *Ignoti nulla cupido, philosophiam rusticus ignorat, ergo philosophiam rusticus non appetit*. Mas estes esforços de «rectificação» não devem esconder-nos um facto essencial, a saber: o progresso no escrúpulo formalista. Jungius vê claramente que, por concludentes que nos pareçam e sejam de facto tais inferências, elas assentam em manipulações de signos que não são permitidas por regras explicitamente formuladas.

É isso que não podia deixar de impressionar Leibniz, com o seu ideal de um formalismo estrito, regulando directamente o jogo dos signos independentemente de toda a referência às ideias que eles representam. Duas possibilidades se ofereciam então. Ou estabelecer expressamente as novas regras e leis lógicas que permitiam essas manipulações, que escapam às regras clássicas: os diversos cálculos lógicos a que Leibniz se dedicará vão de facto nesse sentido; ou então tentar, à maneira de Jungius, exprimir tais inferências de maneira a reduzi-las a formas clássicas, e é também para isso que Leibniz se deixa arrastar. O ter empreendido cálculos que incidem sobre relações diferentes da inclusão não o impedirá de pensar, como em breve se verá, que todos os juízos de relação podem finalmente reduzir-se aos tradicionais juízos de predicação. Quanto às inferências silogísticas, remete-as da lógica para a gramática: *Consequentiae quae nullis syllogismis aliisque logicis artibus probari possunt, quas Jungius notavit, eae referendae ad characteristicam gramaticam*¹.

Se agora remontarmos da teoria do raciocínio para a teoria da proposição sobre a qual ela assenta, encontramos em Leibniz uma tese que ele vai também buscar à tradição, mas que ganha nele um alcance imprevisto: o da inclusão do predicado no sujeito. Ele apresenta-a sempre como uma ideia recebida, uma espécie de evidência que não precisa de justificação. Só que, à sua maneira, ele tira dela um grande número de implicações a maioria das quais permanecera até então desapercibida. «É certo que toda a predicação autêntica tem algum fundamento na natureza das coisas, e quando uma proposição não é idêntica, ou seja, quando o predicado não está compreendido expressamente no sujeito, é necessário que nele esteja compreendido virtualmente, e é o que os filósofos chamam *in-esse*, dizendo que o predicado está no sujeito. Assim é preciso que o termo do sujeito inclua sempre o do predicado, de maneira que aquele que entenda perfeitamente a noção do sujeito, julgaria também que o sujeito lhe pertence»². Assim entendido como válido de maneira absolutamente geral, este princípio apresenta-se como a recíproca do princípio de identidade: este último diz que toda a proposição idêntica (analítica) é verdadeira, o outro, que toda a proposição idêntica (analítica) é verdadeira, o outro, que toda a proposição verdadeira é analítica (expressa ou virtualmente idêntica).

¹ *Opusc.*, p. 405.

² *Discurso de Metafísica*, § 8.

«Daí se seguem vários paradoxos consideráveis¹»: nada menos, de facto, que a teoria da mónada e o sistema da monadologia. No *Discurso de Metafísica* e na correspondência com Arnaud, que é como que o seu comentário, é de facto segundo esta ordem que Leibniz expõe a sua filosofia. «Sempre, escreve ele a Arnaud, em toda a proposição afirmativa autêntica, necessária ou contingente, universal ou singular, a noção do predicado está compreendida de algum modo na do sujeito, *praedicatum inest subjecto*, ou então, não sei o que é a verdade²»; e acrescenta: «Está aí o meu grande princípio.» A interpretação dita «logicista» do sistema leibniziano, que floresceu por volta de 1900, assenta nesta ordem. É verdade que se trata de uma visão parcial. Não há uma ordem leibniziana, no singular, no sentido de um encadeamento unilinear, porque Leibniz multiplicou as «entradas» do seu sistema: *arbitrium est initium*³. Mas, começa-se onde se começar, encontrar-se-á sempre no seu caminho a tese da inclusão do predicado no sujeito. Descurando aqui os seus reflexos no domínio da metafísica, que só foram evocados para mostrar até que ponto Leibniz lhe estava ligado, a nossa tarefa é apenas fazer aparecer, limitando-nos ao campo da lógica, o papel que esta tese desempenhou no desenvolvimento do pensamento leibniziano, e como é que neste mesmo campo ela acabou, em certa medida, por entravá-lo.

Quais são, portanto, na teoria das proposições, as incidências do *praedicatum inest subjecto*? Sublinharemos quatro: minimiza a distinção entre as singulares e as universais, dá o primado à atribuição sobre a relação, à forma categórica sobre a forma hipotética, à interpretação intensiva sobre a interpretação extensiva.

O *praedicatum inest subjecto* está conforme com o ensino de Aristóteles que, na sua silogística, enuncia as proposições não sob a forma *A* e *B*, mas sob a forma *B pertence a A*. Ora, há algo de paradoxal no facto de Aristóteles afastar da sua silogística as proposições singulares, quando a maneira como ele formula as proposições é manifestamente decalcada na proposição singular, aquela em que o sujeito é um verdadeiro sujeito, um indivíduo portador de atributos, como Sócrates que é ao mesmo tempo homem e mortal — e não um conceito ao mesmo título que o atributo, como em *o homem é mortal*. O que tem como consequência bastante natural, e mesmo de tal modo natural que ela permanece implícita em Aristóteles, o conferir às universais o alcance existencial que é válido para as singulares; porque numa singular, a atribuição de um predicado ao sujeito estabelece por si própria a realidade do sujeito, senão necessariamente no mundo real, pelo menos no das ficções: já que o nada, como dirá Malebranche, não tem de modo nenhum propriedades. Esta importação existencial das proposições está pressuposta nas inferências da universal à particular: subalternação, conversão por acidente, modos *Darapti* e *Felapton*. Daí resultam dificuldades, já suspeitadas por alguns medievais, e que só aparecerão cla-

¹ *Ibidem*, § 9.

² 14 de Julho de 1686.

³ Cf. M. Serres, *op. cit.*

ramente no século XIX, mas que embarçam Leibniz, como pode ver-se em particular no fragmento que Erdmann intitulou *Difficultates quaedam logicae*¹. Ele analisa aí o seguinte exemplo, onde se combinam a subalternação e a conversão por acidente: *Omnis ridens est homo ergo quidam homo est ridens*. Semelhante inferência, tida por válida de acordo com as regras clássicas, pode no entanto, observa ele, ser incorrecta, porque se é verdade que o rir é próprio do homem, não se segue daí necessariamente que existe um homem que esteja a rir. Muito justamente ele distingue então entre duas interpretações, vindo aqui o defeito da inferência da sua confusão: ou se fala de uma existência no sentido de uma pura possibilidade na região das ideias, e nesse caso a conclusão é verdadeira mesmo que nenhum homem, de facto, ria; ou então, ela é entendida como uma existência em acto, e então a universal só pode ser tida por verdadeira se a particular o é de facto. Em ambos os casos, a inferência é válida, sendo reconhecida a ambiguidade da linguagem. Mas ao empregar, em ambos os casos, a palavra *ser*, tanto para o possível como para o actual, e ao defender que em toda a proposição intervirá a palavra *ser*, pelo menos tacticamente, *in omnibus... tacite assumitur terminum ingredientem esse Ens* — coisa a que naturalmente o convidava a tese da inerência do predicado no sujeito — Leibniz favorece a confusão que ele denunciava. Sucede-lhe, no mesmo texto, interpretar sem restrição as universais de uma maneira tal que não pode praticamente conciliar-se com uma interpretação existencial: *Omnis homo est animal, idem est quod A homo est animal, B homo est animal, C homo est animal, et ita in caeteris... Nullus homo est lapis significat: A homo non est lapis, B homo non est lapis, C homo non est lapis, etc.*²

Em segundo lugar, a adesão exclusiva de Leibniz à forma atributiva da proposição impediu-o de elaborar verdadeiramente uma lógica das relações, em cuja via no entanto se achava comprometido. Como matemático, ele conhecia seguramente a multiplicidade e a diversidade das relações que intervêm nas proposições matemáticas, e ele tinha mesmo pensado em representá-las por símbolos distintos. Por outro lado, a leitura de Jungius tinha chamado a sua atenção para os enunciados que, gramaticalmente, se apresentam sob uma forma diferente da da atribuição; e ele tinha-se interessado, nas suas análises do discurso, por essas formas gramaticais que têm precisamente como função exprimir relações, tais como as flexões dos nomes e dos verbos, as partículas, a diferença das vozes activa e passiva. Mas o seu respeito pela lógica tradicional impediu-o de explorar essa brecha do edifício. Encorajado sem dúvida pelo hábito de reduzir os verbos decompondo-os numa cópula e num particípio ou num adjectivo desempenhando a função de atributo,

¹ *Gi. Ph.* I II, 211-217.

² *I. c.*, p. 212. Acrescente-se que a assimilação das singulares às universais, só se distinguindo estas daquelas pela infinidade da análise, menospreza a sua profunda diferença, que só será claramente estabelecida no século XIX, por um lado, com a interpretação da universal clássica como uma hipotética, e com a distinção, por outro lado, entre pertença e inclusão.

tenta desajeitadamente ir mais longe no mesmo sentido. Ora, uma tal redução fracassa a partir do momento em que o verbo inclui um complemento. Se *Páris ama* pode traduzir-se por *Páris está apaixonado*, em contrapartida *Páris ama Helena* já não deixa exprimir-se desse modo, a não ser dizendo que *Páris está apaixonado por Helena*, mas então é a partícula, ou o genitivo que desempenha a mesma função, que escapa ao âmbito da análise clássica, precisamente porque *estar apaixonado por* marca uma relação entre dois sujeitos, e porque neste caso não se trata da inerência de um predicado num sujeito. Leibniz tenta remover essa dificuldade traduzindo esses juízos de relação por juízos de dupla predicação: *Páris está apaixonado ao mesmo tempo que Helena é amada*. Ora, é claro que este *ao mesmo tempo que* não é mais que uma maneira desajeitada de marcar a relação, e que não entra nos quadros de uma lógica de atribuição¹. Além disso, a forma atributiva permite apenas justapor os atributos, ligando-os apenas uns aos outros unicamente pela conjunção. O que não permite exprimir as outras relações que eles podem manter entre si, e leva facilmente a essa tese perigosa de que todos os atributos positivos são componíveis.

E do mesmo modo que ela tem como efeito subordinar a relação à atribuição, assim a teoria da inerência tem por efeito subordinar a proposição hipotética à categoria. Em *o homem é mortal*, a forma gramatical sugere que o predicado *mortal* é afirmado categoricamente do sujeito *homem*, tal como o é do sujeito *Sócrates* em *Sócrates é mortal*. o conceito *homem* será então tratado como uma espécie de indivíduo ideal, uma essência na qual se pode ler o conjunto das suas propriedades. O sujeito gramatical é tomado por um sujeito lógico, entendido ele próprio como um sujeito ontológico, uma substância. A partir daí, ser-se-á tentado a substantificar o antecedente de uma proposição de forma hipotética, de maneira a reduzir esta à forma categórica. É a essa tentação que cede Leibniz: *tô Hominem esse animal* é *Animalitas hominis*². Também neste caso, este preconceito impede-o de levar até ao fundo o que Couturat considera como uma das suas mais belas descobertas, que será retomada por Boole, a daquilo a que hoje chamaríamos o isomorfismo do cálculo das classes e do cálculo das proposições. Ele foi levado a isso ao observar o paralelismo entre a análise das noções (que remonta, de definição em definição, até noções absolutamente primitivas e simples) e a análise das proposições (que se eleva, de demonstração em demonstração, até proposições absolutamente primitivas e idênticas). O que estabelece uma analogia entre as ideias e as verdades, e consequentemente entre as proposições categóricas e as proposições hipotéticas. «Do mesmo modo, escreve Couturat³, que numa proposição categórica

¹ L. L., p. 432-438. Cf. este outro exemplo em *Opusc.*, p. 280: *Titius est magis doctus Caio torna-se: Titius est doctus, et quia talis est superior, quatenus inferior quia doctus est Caius*, onde *superior* e *inferior* são tomados de um modo estranho como atributos absolutos.

² *Generales inquisitiones de analysi notionum et veritatum* (1686); *Opusc.*, p. 389.

³ L. L., p. 354-355.

o sujeito *contém* o predicado, assim, numa proposição hipotética, o antecedente *contém* o consequente, de maneira que a cópula *contém* pode servir indiferentemente para ambos»: na primeira, significa que *A está incluído em B*, na segunda, que *p arrasta como consequência q* ou, por outras palavras, que *se p, então necessariamente q*. Só que, em vez de invocar esta analogia para manter num mesmo plano as duas espécies de proposições, Leibniz utiliza-a para reduzir uma à outra. Todos os silogismos se reduzem à forma categórica: *Quomodo veritates absolutae et hypoteticae unas eisdemque habeant leges, iisdemque generalibus theorematibus contineantur, ita ut omnes syllogismi fiant categorici*¹. E de igual modo, naturalmente, para as proposições: *Propositiones hic intelligo categoricas ...; est autem categorica caeterarum fundamentum, et modales, hypotheticae, disjunctivae, aliaeque omnes categoricam supponunt*².

Finalmente, dizer que o predicado está contido no sujeito, é evidentemente interpretar a proposição em compreensão; no que Leibniz pensa de facto adequar-se a Aristóteles. Mas acabamos de ver que ele entende a palavra *continet* num sentido amplo, que se encontra no seu projecto de um cálculo de *continentibus et contentis*, concebido como «uma certa espécie do cálculo das combinações, a saber: aquele em que não se tem em conta nem a ordem nem a repetição»³. Um tal cálculo é regido pelos dois axiomas seguintes: $AB = BA$, e $AA = A$. E Leibniz nota o seu carácter muito geral: «em todo o lado em que estas leis são observadas, pode aplicar-se o presente cálculo»⁴. Mas o exemplo que ele dá logo a seguir é «a composição das noções absolutas, onde não se tem em conta nem a ordem nem a repetição, de maneira que é a mesma coisa dizer quente e luminoso ou luminoso e quente, e que falar, como os poetas, de um fogo quente ou de um leite branco, é pleonasmo». Vê-se que, ao passo que a palavra *continet*, assim como as proposições em que ela figura — por exemplo, *contentum contenti est contentum continentis*⁵ — nos faria mais pensar numa interpretação em extensão, na inclusão da espécie no género, Leibniz dá a preferência à interpretação em compreensão, onde se trata da composição dos atributos. De tal maneira que, para ele, é o género que está contido na espécie, tal como o predicado o está no sujeito⁶.

¹ *Opusc.*, p. 389.

² *Elementa characteristicae universalis* (1679); *Opusc.*, p. 49.

³ *Opusc.*, p. 256 (trad.)

⁴ *G. Ph.*, VII, p. 245 (trad.)

⁵ *Ibidem*, p. 231.

⁶ *Ibidem*, p. 244: *Inesse dicimus notionem generis in notione speciei... Sic notio affectionis seu praedicati inest in notione subjecti*. Cf. *Novos Ensaios*, IV, xvii, 8. Sobre as hesitações de Leibniz entre os dois pontos de vista da compreensão e da extensão, sobre a sua predilecção pelo primeiro, e sobre o desacordo entre essa preferência e a orientação geral dos seus trabalhos de lógica, ver Couturat, *L. L.*, p. 23-25. Ver-se-á mais adiante que esta tese de Couturat necessita no entanto de algumas atenuações.

3. *Lingua Characteristica universalis*

Para captar o imenso alcance do projecto leibniziano de uma característica universal, importa distinguir entre a ideia e a sua realização. O facto de Leibniz apenas ter apresentado algumas amostras parciais e muito imperfeitas, não deve fazer-nos menosprezar a inovação capital que introduzia em lógica a ideia que inspirava os seus ensaios. O seu aparecimento marca de facto uma data capital na história da lógica. É ela que determina o corte decisivo que separa a lógica clássica — aquela que, nascida com Aristóteles, se prolonga até ao século XIX — da lógica simbólica moderna, que pode por este motivo fazer-se remontar a Leibniz. É por isso que, esquecendo por um momento o próprio Leibniz, deter-nos-emos unicamente na ideia de uma característica, para mostrar que viragem decisiva ela ia imprimir à evolução da lógica.

A primeira etapa para a constituição de uma lógica formal tinha sido levada a cabo por Aristóteles, quando ele se tinha lembrado de substituir os termos concretos por variáveis simbólicas. Mas nele, tal como seguidamente nos estoicos, nos medievais e nos modernos clássicos, a lógica nem por isso deixava de continuar a enunciar-se numa língua *natural*: o grego de Aristóteles ou de Sexto, o latim de Boécio ou de Occam, o francês de Ramus ou dos Senhores de Port-Royal. E dentro de uma mesma língua, subsistia uma certa diversidade para a expressão dos functores lógicos, que nem sempre têm inclusive num mesmo autor, uma forma absolutamente fixa: Aristóteles, como vimos, contenta-se muitas vezes com uma sinonímia mais ou menos aproximada; os escrúpulos no que se refere a uma formulação canónica só surgirão progressiva e incompletamente. Em segundo lugar, essa língua é uma língua *falada*. É verdade que os trabalhos que conhecemos dos antigos lógicos têm a forma escrita, a única sob a qual eles poderiam chegar até nós; mas a escrita neste caso não é mais que um meio para conservar e transmitir a palavra. Não se esqueça que a palavra é primeira, sendo natural ao homem, ao passo que a escrita é uma aquisição tardia na história da Humanidade, cuja penosa aprendizagem as nossas crianças têm de fazer. Por isso, ela permaneceu durante muito tempo subordinada à palavra, tendo de passar por seu intermédio para se fazer *entender* — sendo esta palavra francesa (*entendre*) suficientemente sugestiva a tal respeito. Até à época do Renascimento, só se sabia ler em voz alta, ou pelo menos murmurando ou mexendo os lábios, como fazem ainda hoje as crianças ou as pessoas pouco cultivadas. Temos tendência a esquecê-lo, desde que a prática crescente da leitura que a imprensa permitiu nos habituou pouco a pouco a debruçar-nos apenas sobre a palavra interior, ou até por fim a dispensar totalmente esta, que já não pode acompanhar a rapidez do nosso olhar. Mas trata-se de uma aquisição tardia. Para os antigos, mesmo que fossem lógicos, do mesmo modo que a palavra pronunciada remete para a ideia, assim por seu lado a palavra escrita remete para a palavra falada, intermediário necessário para alcançar a ideia. «Os sons emitidos pela voz são os símbolos dos estados da alma, e as palavras escritas os símbolos das palavras emitidas pela

voz», declara Aristóteles no início da *Interpretação*¹ acrescentando um pouco mais adiante esta definição do λόγος: o discurso é um som vocal, φωνή, dotado de sentido. A introdução das variáveis não perturba em nada a pronúncia: nós dizemos «alfa», «beta», «gamma», etc., ou ainda «o primeiro», «o segundo», etc., reflectindo a expressão oral fielmente a expressão escrita — pela boa razão de que esta foi decalcada sobre aquela, que não faz mais que recuperar aquilo que é seu.

Mas uma viragem vai poder operar-se se se passar de uma escrita fonética, como a das nossas civilizações ocidentais, para uma escrita ideográfica, exprimindo directamente a ideia sem passar por intermédio da palavra. Sucederá então que o escrito deixa de poder ler-se em voz alta, isto é, traduzir-se vocalmente segundo os quadros da língua usual, sem deformação. Um exemplo muito simples² disso mesmo ser-nos-á dado, em primeiro lugar, pelo formulário matemático mais elementar. Quando vemos escrito «A = B», pronunciamos «A é igual a B», ou ainda «A igual B». Tradução, traição. Não apenas exprimimos assim no presente o que está expresso intemporalmente, mas mais, transformamos uma fórmula de relação, no primeiro caso, numa fórmula de atribuição (frase nominal), no segundo, numa fórmula que marca uma acção (frase verbal). Pronunciar «A igual B», é dizer propriamente «O sujeito A está a fazer a acção de igualar B». Não nos enganamos quanto a isso, porque a expressão oral remete-nos para a fórmula escrita que ela evoca. Vê-se bem que agora é a fórmula escrita que é o texto autêntico, limitando-se em seguida o enunciado oral a fornecer uma sua aproximação mais ou menos exacta. A mesma coisa se virá ulteriormente a verificar quando a língua lógica se tiver transformado numa língua simbólica, numa característica. O professor que, no decurso da sua lição, escreve no quadro «f(x)», diz em voz alta «x é f», ou ainda «f de x». Ora, a sua palavra trai os signos que a sua mão traçou. Pronunciar «x é f» inverte a ordem, separa a cópula do predicado, introduz um matiz temporal. Quanto a «f de x», não é propriamente uma função proposicional dado que já não tem a forma de uma proposição; e, literalmente, isso já não tem quase nenhum sentido. Mas que importa? A traição não é notada, porque o aluno sabe bem que «o f de x» ou o «x é f» que ele ouve pronunciar não é mais que uma maneira de lhe designar o «f(x)», propriamente impronunciável, que ele vê no quadro.

Esta mudança na natureza da linguagem que o pensamento a si se atribui como base é prenhe de consequências. Em primeiro lugar, por uma causalidade recíproca, a independência total da escrita em relação à palavra sugere que seja libertada das sujeições que sobre ela fazia pesar a sua subordinação à linguagem falada: vai ao mesmo tempo substituir-se à escrita fonética uma escrita totalmente ideográfica, em contacto directo com as ideias que ela tem de exprimir, e ao empirismo das gra-

¹ 16 a 3-5; trad. Tricot.

² Inspiramo-nos aqui em Ch. Serrus, *Le parallélisme logico-grammatical*, Paris, Alcan, 1933.

máticas históricas um sistema racional de sintaxe; transformações que, em contrapartida, consagrarão a autoridade da escrita sobre a palavra. Em seguida, pelo facto de ser simbólica, esta linguagem nem por isso deixa de ter todas as vantagens que a leitura já detinha sobre a audição. Ao tomar a forma escrita, o λόγος tornou-se silencioso; fala aos olhos¹ e não já aos ouvidos, passa do canto ao espectáculo; de processo temporal que era mudou-se para coisa no espaço. Por isso, em vez de ter de suportar a ordem unilinear e a evanescência do discurso oral, ela beneficia agora da bidimensionalidade e da permanência do discurso escrito². Se o uso recente das técnicas de gravação permite de facto reactivar as palavras mortas, estas não deixam de continuar, quando revivem, a desenrolar-se no tempo, e portanto a continuar a prestar-se mal a essa *synopsis* que a folha escrita permite, àquele voltar atrás, àqueles confrontos, que ela torna fáceis. Estão assim reunidas as condições essenciais para um cálculo, pelo menos para um cálculo que tenha valor científico. Porque o cálculo a que se chama «mental», fundado na palavra interior, e mesmo que venha a exteriorizar-se pela voz, não pode ir além das operações simples e elementares, e, além disso, falta-lhe segurança e presta-se mal ao controlo, ao qual pelo contrário se presta perfeitamente a folha escrita. A própria estrutura de um simples enunciado aparece melhor à vista que à audição: uma fórmula com múltiplos parênteses encaixados, por exemplo, é legível sem risco de equívoco por pouco que se lhe preste atenção, mas poder-se-iam, unicamente pelos recursos da voz, fazer captar com a mesma segurança esses sucessivos encaixes? São estas condições reunidas que vão permitir à lógica formal, após a descoberta das variáveis que marcara os seus inícios, dar agora um segundo passo, tornando possível a *transformação do raciocínio em cálculo*.

Eis pois como deve entender-se a palavra *língua* na expressão *língua característica universal*. É de facto uma língua, um sistema de signos regido por uma sintaxe, mas que se tornou independente da língua, órgão de fonação: o que é assinalado pelo qualificativo de *característica*. Quanto à outra qualificação, a de *universal*, também ela exige, mais ainda que a anterior, ser precisada, porque se mantém demasiado ampla para a ideia que pretende sugerir.

Primeiro, a universalidade da língua opõe-se à particularidade e à multiplicidade das línguas, essas línguas empíricas que impedem que os vários povos se entendam. Um primeiro traço da língua universal, será pois o ser, em contraste com essas línguas naturais, uma língua artificial. Na época de Leibniz, esta ideia de uma língua universal, a criar artificialmente, andava no ar. Várias tentativas, que ele conhecia, acabavam

¹ *Novos Ensaios*, IV, vi, 2.

² «A característica ... ensina-nos o segredo de fixar o raciocínio, e a obrigá-lo a deixar como que rastros visíveis no papel em pequeno volume, para ser examinado à vontade» (Do método da universalidade, § 4; *Opusc.*, p. 99). Substituindo assim, no decurso de um raciocínio, o apelo à memória, o escrito escapa às armadilhas do génio maligno de Descartes: *Memoriam in demonstrando sublevant scripturae seu notae, nullum autem dari malum genium, qui nos in illis adulterandis fallat* (cit. em L. Lz., p. 96, nota).

de ser feitas na altura em que ele próprio acalentava esse projecto, sendo as mais elaboradas as de Wilkins e de Dolgarno. Mas tais línguas continuavam ainda a ser línguas, insuficientemente libertas da palavra. Além disso, e principalmente, visavam um objectivo mais prático que verdadeiramente científico. Com elas, o que as pessoas se propunham era sobretudo facilitar as relações internacionais graças à instituição de uma linguagem comum a todos os povos, apagando assim a maldição da torre de Babel. O que Leibniz procura é essencialmente, para retomar algumas das suas expressões que precisam melhor o seu desígnio, uma «língua filosófica», isto é, uma «característica real» (que esteja em relação directa com as coisas, sem passar por intermédio das palavras) e uma «característica lógica» (cuja sintaxe esteja liberta das contingências das gramáticas empíricas), em resumo, uma «escrita racional» que seja acima de tudo um «instrumento da razão»: *ars characteristic sive lingua rationalis*¹. A universalidade seria de facto atingida assim, mas apenas como consequência. A álgebra dá-nos já um exemplo de uma tal escrita racional, e portanto universal neste sentido. Contudo, num outro sentido, ela carece de universalidade pois que se aplica apenas aos números. Não é mais que uma realização particular da língua filosófica que seria, ela sim, totalmente universal porquanto permitiria exprimir todas as ideias. O problema é agora o de, inspirando-se no seu exemplo, constituir uma espécie de «álgebra geral».

Leibniz lançou-se várias vezes nessa tentativa, e de maneiras diversas. O ponto de partida é sempre o mesmo, aquele que se impõe a todo o projecto de uma língua filosófica: fazer um levantamento das ideias simples, que nos dê uma espécie de «alfabeto dos pensamentos humanos», e exprimir as ideias compostas por meio de combinações dos símbolos dos seus elementos. Trabalho imenso², porque pressupõe ele próprio uma enciclopédia dos conhecimentos humanos, cuja constituição se compreende que tenha sido uma das grandes tarefas de Leibniz. E compreende-se também o interesse que ele dedicava a recolher, em todos os domínios, definições, fazendo estas aparecer os constituintes do conceito definido. Leibniz tinha tido conhecimento da carta de Descartes a Mer-senne de 20 de Novembro de 1629, publicada por Clerselier em 1657, carta essa em que Descartes reconhece que uma língua racional e universal é teoricamente possível, mas que não há que esperar vê-la alguma vez em uso, porque a sua invenção «depende da verdadeira filosofia»³. Ao que Leibniz crê poder responder que «embora essa língua dependa

¹ Em *L. Lz.*, p. 61, nota 4; e: «As línguas vulgares, mesmo sendo muito úteis para raciocinar, estão em todo o caso sujeitas a inúmeros equívocos, e não podem prestar-se a um cálculo tal que os erros do raciocínio possam ser descobertos pela própria formação e construção das palavras, à maneira de solecismos e barbarismos» (*G. Ph.*, VII, p. 205; trad.). Sobre a ideia desta característica real e racional, pode ler-se nomeadamente a carta a Oldenburg (em latim) em *G. Ph.*, VII, p. 11-15.

² Carta ao duque de Hanôver: «Mas para levar a cabo uma tarefa tão importante, que forneceria ao género humano uma espécie de instrumento tão apto a aperfeiçoar a visão do espírito como os óculos servem à do corpo, será necessária muita meditação e um pouco de ajuda.» (*G. Ph.*, VII, p. 27).

³ Alquié, I, p. 231-232.

da verdadeira filosofia, ela não depende da sua perfeição: quer dizer, essa língua pode ser estabelecida, embora a filosofia não seja perfeita, e feita, e à medida que a ciência dos homens crescer, essa língua crescerá também»¹. É por isso que ele se lhe dedicou.

As suas tentativas enveredaram por duas vias diferentes: uma em que ele se inspira no modelo matemático, a outra em que ele parte das línguas naturais para tentar racionalizá-las. Na primeira direcção, estabelece uma analogia entre a composição de uma ideia complexa nos seus elementos e a decomposição dos números em factores primos. Concebe então um simbolismo aritmético, onde as ideias simples são representadas pelos números primos, e as ideias complexas pelos produtos dos números primos que são os dos seus elementos. Noutro lugar, e mais longamente, procede de uma maneira menos abrupta e mais flexível, tendo como objectivo constituir uma gramática racional por meio de uma reflexão crítica sobre as línguas naturais. Suprime aí a distinção dos géneros, o acordo do adjectivo, a pluralidade das declinações e das conjugações; estas mesmas acham-se consideravelmente simplificadas, dado que as flexões constituem uma repetição escusada das partículas. Tal como na lógica tradicional, os verbos podem de resto reduzir-se unicamente ao verbo ser e aos adjectivos; mas os substantivos podem de igual modo reduzir-se aos adjectivos acompanhados da palavra *Ens* ou *Res*; os advérbios não são mais que os adjectivos dos verbos. Finalmente, ao lado do único verbo e do único substantivo, há apenas a diversidade dos adjectivos como palavras categoremáticas, e a das partículas como palavras sincategoremáticas.

Quanto à escolha dos caracteres, se se deixar de lado a tentativa de redução ao simbolismo aritmético, Leibniz refere-se aos hieróglifos, à escrita chinesa, aos símbolos dos químicos e dos astrónomos, mas impõe-lhes condições mais estritas. Tais caracteres terão de se manejar, isto é, concisos, permitindo composições complexas facilmente legíveis. Deverão também corresponder às ideias que exprimem, isto é, ser simples para as ideias simples, e susceptíveis de assinalar, pela sua composição, a composição das ideias complexas. Além disso, seria desejável que, na medida do possível, eles sejam naturais, ou seja, que apresentem senão uma semelhança, o que só pode verificar-se para as noções concretas, pelo menos uma certa analogia com as noções, mesmo abstractas, que estão destinados a sugerir. Leibniz atribui assim em parte a sua descoberta do cálculo infinitesimal à feliz escolha que soube fazer do seu simbolismo.

É precisamente nas matérias abstractas, onde as ideias não são directamente representáveis na imaginação, que uma boa característica, com o raciocínio formal que ela torna possível, seria mais útil. As matemáticas deram exemplo disso mesmo; mas os matemáticos poderiam por vezes não restringir-se absolutamente aos raciocínios em forma, porque neles a intuição e a imaginação prestam a sua ajuda ao entendimento, e porque, além disso, a experiência permite aqui um con-

¹ *Opusc.*, p. 28.

trola. É, pelo contrário, nos raciocínios da metafísica e da moral que seria mais necessário aplicar semelhantes métodos de simbolização e de formalização. Os filósofos só podem preservar-se do erro por uma atenção escrupulosa à forma dos raciocínios, forma essa que só a característica torna visível e facilmente reconhecível¹. Ao passo que até aqui eles deixam-se guiar mais pela paixão que pela razão, e parecem negociantes que, em caso de desacordo, discutiriam interminavelmente em vez de recorrerem à balança². Alguns manifestaram de facto a intenção de proceder *more geometrico*, mas não o conseguiram realmente. «O próprio Descartes, com toda aquela grande habilidade que se lhe não pode recusar, talvez nunca tenha tido menos sucesso que quando pretendeu fazê-lo numa das suas respostas às objecções»; e «Este Espinosa está cheio de fantasias bastante forçadas, e as suas pretensas demonstrações *de Deo* não têm somente esse aspecto³.»

A invenção de uma boa característica tem portanto as mais altas consequências. Não apenas pelas suas vantagens práticas, que desde logo estão muito longe de ser descuráveis, mas mais ainda pelo seu alcance teórico. Uma característica universal servirá de facto de meio a uma álgebra geral ou álgebra lógica, pela qual, em toda a espécie de conhecimento em que o raciocínio tem de entrar, se poderia remediar às incertezas deste pela infalibilidade de um *calculus ratiocinator*.

Empenhado assim na via de uma matemática universal, Leibniz não fez no entanto mais que apontar a sua direcção. Depois dele, a história mostrará que só se pode avançar alguns passos nessa ambiciosa empresa dissociando-a nas suas componentes. O seu êxito supõe, como condição prévia, uma enumeração exacta das ideias primeiras; donde uma primeira linha de pesquisas, a saber: que se concebiam essas ideias como conceitos simplesmente formais e reguladores à maneira das categorias kantianas, ou como fontes fecundas de conhecimentos como serão as «ideias fundamentais» de Whewell e de Cournot, ou que enfim se renuncie a dar à sua prioridade um carácter absoluto e que se admita uma certa arbitrariedade na sua escolha. Em seguida, o próprio problema de uma característica universal cinde-se em dois problemas distintos: o de uma língua característica e o de uma língua universal. Trata-se em ambos os casos de uma língua artificial por oposição às línguas naturais, mas este traço comum não apaga as diferenças, e ambos os projectos caminharam lado a lado. A lógica simbólica conseguiu de facto constituir, com base no modelo da álgebra, uma característica alargada, mas de modo nenhum universal: ela limita-se às disciplinas lógico-matemáticas, ou ao aspecto lógico-matemático das outras disciplinas. Por outro

¹ «Quanto a mim, tenho por certo que, enquanto que pode ser vantajoso para os géometras afastarem-se do rigor, porque neles os erros são fáceis de evitar, pelo contrário em metafísica e em ética é preciso respeitar o maior rigor nas demonstrações, porque aí são os erros que são fáceis. Mas se tivéssemos uma característica bem constituída, raciocinaríamos com uma igual segurança tanto na metafísica como nas matemáticas.» Gerhardt, *Mathem. Schr.*, IV, p. 461; em *L. L.*, p. 93, nota 4 (trad.).

² *G. Ph.*, VII, p. 188.

³ *Ibidem*, VI, p. 349, e II, p. 133; textos citados em *L. L.*, p. 281 nota.

lado, não faltaram os esforços no sentido de construir uma língua universal¹, mas uma tal língua, como o esperanto ou o ido, é de facto propriamente uma língua, um falar, e de modo nenhum uma característica; a sua escrita é fonética, não ideográfica, e vai buscar as suas letras aos nossos alfabetos. Ela própria se acha de resto assediada entre duas exigências dificilmente conciliáveis, a da perfeição lógica e a da comodidade prática; pede-se-lhe que seja universal em ambos os sentidos da palavra: ser aplicável a tudo e ser praticada por todos. Tais serão, segundo Leibniz, os diversos desenvolvimentos nos quais se poderão reconhecer os elementos, mais ou menos independentes, do velho problema da procura de uma matemática universal. Restaria, por outro lado, perguntar-se se esses diversos elementos, levados até ao seu ponto de perfeição, permaneceriam compostíveis².

4. *Calculus ratiocinator*

Pelo seu projeto de uma *lingua characteristica universalis*, isto é, de um sistema de símbolos gráficos que sejam como que o alfabeto dos pensamentos humanos e graças aos quais mesmo os nossos mais complexos pensamentos possam escrever-se de maneira plenamente racional, Leibniz pode ser olhado como o precursor da nossa lógica simbólica moderna. Com o seu ideal de um *calculus ratiocinator*, pode dizer-se que ele é também, sendo as duas coisas distintas ainda que estreitamente associadas tanto nele como em nós, um precursor da nossa lógica matemática³. É verdade que não há que forçar tal aproximação. O desenvolvimento da lógica matemática contemporânea está intimamente ligado ao difícil problema do fundamento das matemáticas: problema que quase não embarçou Leibniz, que professava que toda a proposição matemática verdadeira podia reduzir-se a uma proposição idêntica. Além disso, ele não foi até à ideia de um sistema inteiramente formalizado, liberto de toda a ligação às significações concretas; o cálculo é para ele, segundo uma comparação que lhe é cara, uma espécie de fio de Ariadne: o que significa, como nota Bochenski, que o formalismo é apenas concebido como um meio, que nos permite dirigir-nos com segurança no labirinto dos nossos raciocínios.

Será bom que a palavra *matemática*, assim como a de *cálculo* que lhe está associada, não favoreça um equívoco. Ambas as noções são, em Leibniz, generalizadas e libertas da sua aplicação aos números ou mesmo, mais amplamente, à quantidade. É o que o adjectivo *universal*

¹ Couturat e Leau, *Histoire de la langue universelle*, Paris, Hachette, 1903.

² Sobre os projectos de uma característica universal no século XVII antes de Leibniz, e sobre as dificuldades de conciliar as diversas funções que lhe são atribuídas, ver Jonathan Cohen, «On the project of a universal character», *Mind*, 1954, p. 49-63.

³ Segundo Bochenski, *F. L.*, p. 322-323.

marca, qualificando esta nova matemática. Esta divide-se em duas partes: a álgebra no sentido habitual, que Leibniz chama por vezes logística, que incide sobre a quantidade; mas também, por outro lado, a arte combinatória, que incide sobre as qualidades das coisas, isto é, sobre os atributos em geral. Pode sem dúvida também, neste segundo caso, falar-se por extensão de uma álgebra, mas na condição de entendê-la como uma álgebra geral ou álgebra lógica. Ou ainda pode dizer-se que a *mathesis universalis* ou *logica mathematica* se opõe, como *scientia generalis de qualitate*, à matemática em sentido vulgar, a *mathesis specialis* que é *scientia generalis de quantitate*¹. Esta matemática e esta álgebra assim generalizadas merecem bem conservar esses nomes, dado que retêm das matemáticas e da álgebra ordinárias o que constitui o seu valor científico, independentemente da aplicação especial que fazem deste método no caso da quantidade, ou seja, o operarem com base em símbolos segundo processos regulados com exactidão. As palavras *matemática* e *álgebra* são assim entendidas por Leibniz em dois sentidos: um restrito que é o do uso corrente, o outro alargado que é o do ideal leibniziano. O mesmo alargamento se encontra aliás no emprego que ele faz da palavra *lógica*. A lógica no sentido tradicional, *vulgarem illam cujus praecepta Aristoteles dedit*², não é mais que uma primeira amostra de uma lógica mais geral, a que Leibniz visa instaurar. É esta dualidade de sentido, restrito ou amplo, que permite compreender, sobre as relações da lógica e das matemáticas, certas fórmulas aparentemente contraditórias, em que umas vezes a lógica é reduzida à matemática e outras a matemática é reduzida à lógica. Acontece de facto Leibniz dizer, na mesma obra, que as maneiras de argumentar dos géometras «são uma extensão ou uma promoção particular da lógica geral», e mais adiante que a lógica, tal como ela se exprime na teoria do silogismo, é «uma espécie de matemática universal»³. Conforme se generaliza uma noção ou a outra, a relação entre ambas inverte-se. E se se entenderem ambas no seu sentido alargado, ambos os domínios acabam praticamente por sobrepor-se um ao outro.

Tal como as palavras matemática e álgebra, à que ele está ligado, a de *cálculo* deve também ela passar do seu sentido especial, aquele que ainda mantém nos nossos dias na língua corrente⁴, a um sentido generalizado. «Um cálculo, como Leibniz escreve a Tschirnhaus, não é mais que uma operação por meio de caracteres, que tem o seu lugar não apenas quando se trata de quantidades, mas também em todo o outro raciocínio»⁵. É de facto assim que no nosso tempo os lógicos entenderão

¹ *Mathesis universalis*, em Gerhardt, *Math. schr.*, VII, p. 49-76; citado por Scholz, *Esquisse*, p. 133.

² *L. Lz.*, p. 583.

³ *Novos Ensaios*, IV, ii, 13 e xvii, 4.

⁴ O *Dictionnaire* de Robert dá a seguinte definição: «Conjunto de operações efectuadas sobre símbolos que representam grandezas.» É verdade que ele acrescenta: «Por extensão, conjunto de processos de representação das relações lógicas.»

⁵ Gerhardt, *Math. Schr.*, IV, p. 462; citado por Scholz, *Esquisse*, p. 133 (trad.).

a palavra. «Um cálculo é uma sequência de expressões formadas de símbolos, construídas e encadeadas de acordo com regras explicitamente enunciadas e escolhidas de maneira que a sua aplicação leve sempre, ao cabo de um número finito de etapas, a uma expressão considerada como o «resultado» do cálculo: é a definição que dele dá Roger Martin¹, que faz notar que esta noção vem a confundir-se, precisando-se, com a de sistema formal efectivo. Além dos que incidem sobre a quantidade, há assim, como já Leibniz reconhecia, uma infinidade de cálculos concebíveis, *infiniti modi calculandi excogitari possunt*². Cada relação ou cada grupo de relações, caracterizadas pelas suas propriedades formais, deve permitir construir um certo cálculo, com os seus axiomas e os seus teoremas próprios. Ao lado da relação de igualdade que dá lugar à álgebra ordinária, poder-se-ão considerar relações de congruência ou de semelhança, como faz a *analysis situs*, ou ainda a relação de inclusão, exactamente aquela que tem por objecto a lógica tradicional. Seja em que domínio for, poder-se-á falar de cálculo, na medida em que os raciocínios aí tenham sido totalmente formalizados.

O silogismo, é verdade, pretende de facto já proceder a uma formalização dos raciocínios em geral, formalização essa que tinha um lugar muito importante nos exercícios das escolas. Num sentido bastante amplo, pode-se sem dúvida admiti-lo, e é sabido que Leibniz admirava Aristóteles por essa descoberta. Mas em primeiro lugar, o silogismo não é mais que um exemplo, de modo nenhum exclusivo, de raciocínio formal. «Pelos *argumentos em forma*, não entendo apenas essa maneira escolástica de argumentar de que as pessoas se servem nos colégios, mas todo o raciocínio que conclui pela força da forma, e onde não se tem necessidade de suprir nenhum artigo; de modo que um *sorites*, um outro tecido de silogismos que evita a repetição, mesmo um cômputo bem estabelecido, um cálculo de álgebra, uma análise das infinitesimais, serão para mim praticamente argumentos em forma, pois que a sua forma de raciocinar foi predeterminada, de modo que se tem a certeza de não se ser de modo nenhum enganado.»³ Um outro exemplo de raciocínios formalizados, que Leibniz gosta de citar, é o que se encontra na prática dos jurisconsultos. «Deve ter-se como certo que, como fizeram os matemáticos para as coisas necessárias, são os jurisconsultos que, para as coisas contingentes, praticaram melhor que todos os outros mortais a lógica, isto é, a arte de raciocinar»⁴. «Só que, tais raciocínios

¹ *Contribution à un vocabulaire de la logique moderne*, tese complementar dactilografada, Paris, 1964.

² *Opusc.*, p. 556; e Scholz, *ibidem*.

³ *Novos Ensaios*, IV, xvii, 4. Cf. carta carta à duquesa Sofia: «Os argumentos in forma nem sempre são marcados com o selo de *Barbara Celarent*.» G. Ph., IV, p. 295.

⁴ *Opusc.*, p. 211 (trad.). Eis a sequência do texto: *Postremo quid aliud est processus judicarius quam forma disputandi a scholæ translati ad vitam, purgati ab inani, et auctoritate publica ita circumscripta, ut ne divagari impune liceat, aut tergiversari, neve omitatur quodcumque ad veritatis indagacionem facere videri possit.*

na maioria das vezes só são postos em forma «mais ou menos», porque admitem elipses, confia-se mais ou menos no sentido dos termos e dos seus encadeamentos, mantém-se a sua expressão nos quadros da linguagem usual. A lógica tradicional, em particular, só parcialmente é formal. Ela faz de facto abstracção, nos seus silogismos e nas suas diversas formulações, do conteúdo das proposições, substituindo as constantes materiais por variáveis simbólicas; mas subsistem aquelas a que chamamos constantes lógicas, palavras como *todo*, *não*, *é*, *se ... então*, etc.: palavras que permanecem estranhas à linguagem simbólica, e que há que entender com a sua significação intuitiva. Um raciocínio verdadeiramente formal, um verdadeiro cálculo, só pode fazer-se com base numa pura característica, num sistema de signos que se apresentem aos olhos, e cujas combinações e transformações estão sujeitas a regras que não toleram nenhuma incerteza sobre a legitimidade de uma operação, regras essas que a ciência lógica tem precisamente como objecto formular explicitamente.

A ideia de reduzir o raciocínio a um cálculo não é absolutamente nova. Leibniz, segundo o seu hábito, inscreve-se numa linhagem, na qual os nomes que cita são os de Lúlio e de Hobbes¹. Mas se um e outro lhe fizeram inicialmente alguma impressão, ele não tardou a reconhecer as insuficiências das suas doutrinas. «Quando era jovem, escreverá ele a Remond em 1714², experimentava algum prazer na Arte de Lúlio; mas julguei entrever lá muitas imperfeições.» Com efeito, desde *De arte combinatoria*, que compôs aos dezoito anos e cujo objecto apresenta uma manifesta analogia com o da *Ars magna*, ele critica-o com bastante severidade. A sua lista dos termos fundamentais deixa muito a desejar; o número de 9 em cada classe é arbitrário, do mesmo modo que a divisão em 6 classes; faltam alguns termos e outros constituem uma repetição escusada. E principalmente «todo o seu método visa mais uma arte de dissertar de maneira improvisada, que a aquisição de um pleno e completo conhecimento do sujeito³». Quanto a Hobbes, *profundissimus principiorum in omnibus rebus scrutator*, «teve o mérito de defender que toda a operação do nosso espírito é um cálculo⁴». A palavra impressionou Leibniz, e ele reteve-a, mas tirou dela algo de inteiramente diferente das observações banais de Hobbes⁵. Este dá logo o exemplo seguinte de

¹ Sobre as relações de Leibniz com Lúlio, ver *L. Lz.*, p. 36-39; com Hobbes, *ibidem*, p. 457-472.

² *G. Ph.*, III, p. 620.

³ *Ibidem*, IV, p. 63 (trad.). Apenas alguns anos depois do *De arte combinatoria*, Athanase Kirschner tinha publicado uma grande obra, em 2 vol. in-folio, *Ars magna sciendi seu nova porta scientiarum* (Amesterdão, 1669), onde se inspirava na arte de Lúlio pretendendo aperfeiçoá-la.

⁴ *Ibidem*, p. 64 (trad.).

⁵ Eis o texto de Hobbes, no início da sua *Computatio sive logica*, que é a primeira parte do *De corpore* (1655): *Per ratiocinationem autem intelligo computationem. Computare vero est plurium rerum simul additarum summam colligere, vel una re ab alia detracta, cognoscere residuum. Ratiocinari igitur idem est quod addere et subtra-*

um raciocínio por adição: vejo vagamente alguma coisa ao longe, digo que é um *corpo*; aproximando-me, vejo-o deslocar-se, acrescento que ele é *animado*; depois ouço-o falar, acrescento que ele é *dotado de razão*; adiciono então estas três palavras sucessivas, e obtenho como total a palavra *homem*. Leibniz vê de facto que a adição e a subtracção de Hobbes se reduzem simplesmente à afirmação e à negação, sem terem maior alcance. Por outro lado, ele não podia contentar-se com o seu nominalismo extremo.

Ele tentou pois, por seu lado, dar à fórmula de Hobbes o seu verdadeiro alcance, mostrando, por exemplo, como tinha feito para a característica, o que poderia ser um tal cálculo. Tentou-o por diversas vezes, abordando o assunto de diferentes maneiras, sem levar muito longe o desenvolvimento, e modificando mais ou menos o seu simbolismo. Couturat distribuiu essas tentativas por três períodos. Primeiro, à volta de 1679, uma série de opúsculos bastante breves¹ em que Leibniz, como fará Boole, adere ainda fortemente às expressões matemáticas, quer aritméticas pela atribuição a cada conceito de um número característico, quer algébricas pelo uso de variáveis literais. Seguidamente, as *Generales inquisitiones de analysi notionum et veritatum* de 1686², mais desenvolvidas, onde se encontram interessantes antecipações de algumas descobertas de Boole, tais como o isomorfismo das «noções» e das «verdades», ou seja, do cálculo dos predicados e do cálculo das proposições, e, por isso mesmo, das proposições categóricas (em que o sujeito «contém» o predicado) e das proposições hipotéticas (em que o antecedente «contém» o consequente), ou ainda a tradução das quatro proposições da lógica clássica em proposições existenciais. Finalmente, duas tentativas datadas de 1690³, dominadas pelas duas relações de igualdade e de inclusão ou, mais precisamente, de continência, onde são formulados expressamente os dois axiomas seguintes do cálculo lógico, que se encontrarão em Boole e Jevons: $B + N = N + B$ (a transposição não muda nada) e $A + A = A$ (a repetição não muda nada).

Se Rescher retém da exposição de Couturat esta repartição dos cálculos lógicos em três períodos, a interpretação que deles dá afasta-se em

here, *vel si quis adjungat his multiplicare et dividere, non abnuam, cum multiplicatio idem sit quod aequalium additio, divisio quod aequalium quoties fieri potest substractio. Recidit itaque ratiocinatio omnis ad duas operationes animi, additionem et subtractionem* (Thomae Hobbes opera philosophica quae latine scripsit omnia, vol. I, Londres, 1839, p. 3). É sabido que a competência em matemáticas de que Hobbes se gabava é muito discutível, e que ele se tinha coberto razoavelmente de ridículo nas suas discussões com os matemáticos do seu tempo, nomeadamente Wallis.

¹ Recolhidos em *Opusc.*, p. 42-92.

² *Opusc.*, p. 356-399.

³ *Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis*; o segundo, sem título, é denominado por Kneale, que o dá como exemplo, *Calculus de continetibus et contentis*. Estes dois fragmentos figuram seguidamente em *G. Ph.*, VII, p. 228-247. Note-se que Leibniz estabelece bem a diferença entre a relação de inclusão (entre dois conceitos, duas classes ou duas proposições) que admite a reciprocidade, e a de continência, que não a admite. Cf. *Novos Ensaios*, IV, xvii, 8 *in fine*.

dois pontos. Primeiro, Couturat tendia a denunciar ao mesmo tempo a descontinuidade e o inacabamento das tentativas sucessivas de Leibniz, como o testemunham estas duas citações que enquadram o seu capítulo: «Leibniz não construiu um sistema de cálculo lógico; esboçou vários sucessivamente, sem adoptar definitivamente nenhum para desenvolvê-lo e acabá-lo»; quanto aos seus esforços para apresentar uma lógica mais geral que a silogística, «tudo isso parece ter ficado no estado de sonho ou de esboço»¹. Rescher, pelo contrário; sublinha a continuidade: «O segundo dos sistemas de cálculo lógico de Leibniz é uma extensão do primeiro; ele inclui entre as suas asserções todas as do primeiro sistema, apesar de algumas mudanças na notação»; e o terceiro sistema por sua vez «pode ser olhado como uma extensão melhorada do primeiro»². Rescher apoia as suas afirmações numa análise precisa destes três sistemas, segundo um método que se funda nos dois princípios seguintes. O primeiro é separar nitidamente, em cada cálculo, o enunciado do próprio sistema formal, e o das interpretações que ele é susceptível de receber no próprio domínio da lógica. Leibniz, que não conhecia sobre este ponto os escrúpulos extremos da nossa lógica de hoje, misturou muitas vezes, na sua exposição, as duas coisas, o que corre o risco de provocar alguma flutuação³. Em segundo lugar, Rescher enuncia expressamente, enumerando-as, a totalidade das teses de cada sistema (em distinguir entre axiomas e teoremas, variando a repartição destes, em Leibniz, de uma exposição para outra do mesmo sistema), acrescentando se for caso disso as que, aplicadas por Leibniz, permaneciam nele implícitas. Pode assim constatar que o segundo sistema admite as 19 teses do primeiro acrescentando-lhe 5 teses suplementares, e que o terceiro retém as 9 primeiras teses, e substitui as outras por um grupo de 16 teses novas. Após o que, ele experimenta a consistência destes diversos sistemas dando-lhes interpretações no domínio lógico: uma lógica dos predicados entendidos em compreensão, uma lógica dos predicados entendidos em extensão (isto é, uma lógica das classes), uma lógica modal das proposições.

Mais ainda que o primeiro, o segundo ponto de divergência entre os nossos dois intérpretes resulta do seu desfasamento histórico. Couturat acha que o «fracasso final» dos cálculos lógicos de Leibniz se deve ao facto de ele ter querido fundamentá-los «na consideração confusa e vaga da compreensão», ao passo que «a lógica exacta e rigorosa... só conseguiu constituir-se com Boole, porque ele a fez assentar na consideração exclusiva da extensão, a única que é susceptível de um tratamento matemático»⁴. Rescher observa com razão que uma tal opinião caiu actualmente em desuso, e já não seria admitida por nenhum lógico. Com

¹ L. Lz., p. 323 e 387, nota 3.

² Artigo citado, p. 7-8 e 11.

³ E algumas incertezas na interpretação. Um exemplo disso é-nos fornecido pelo emprego da palavra *Continet*; ver sobre este ponto Rescher, *art. citado*, p. 9-10.

⁴ L. Lz., p. 387.

feito, quando Couturat fala de uma lógica extensiva, pensa unicamente num cálculo das classes, ao mesmo tempo que na sua opinião uma lógica dos predicados só pode ser feita do ponto de vista da compreensão; ora, a lógica contemporânea aprendeu a tratar os próprios predicados de uma maneira extensiva, de maneira que uma lógica dos predicados já não está necessariamente exposta às dificuldades que, do ponto de vista formal, a consideração dos conceitos como fundamento de um cálculo arrasta consigo. Ao que gostaríamos no entanto de acrescentar, para atenuar esta condenação do ponto de vista compreensivista, este juízo de Lewis: se Leibniz, ao mesmo tempo por respeito para com a tradição e em virtude da sua tendência racionalista, preferiu este ponto de vista, certamente «isso trouxe-lhe algumas dificuldades que ele poderia ter evitado por uma tendência de sentido oposto ou por uma outra escolha dos seus exemplos, mas isso levou-o também a fazer algumas distinções cuja importância foi, depois, menosprezada, e a evitar certas dificuldades em que caíram os seus comentadores¹».

Resta que, num ponto essencial, Rescher está de acordo com Couturat. «Observar-se-á, escrevia este, que em todas estas tentativas de cálculo lógico, Leibniz ficou confinado no domínio da lógica clássica, que é o dos juízos de predicação, da forma $A \text{ é } B$.» E Rescher: «Em toda a extensão da sua obra lógica, o objectivo de Leibniz é o de preservar integralmente a validade da teoria clássica da inferência imediata e do silogismo. A lógica simbólica, para ele, era o tratamento simbólico da lógica clássica tradicional²».

Leibniz não achou bem publicar estas diversas tentativas de cálculo lógico. Ele via nelas sem dúvida apenas esboços, pelos quais ele garantia a si próprio que a via pela qual ele queria encaminhar a lógica era realmente praticável. Sabemos, porque ele muitas vezes o repetiu, que ele atribuía mais valor ao princípio das invenções que às invenções particulares, e que por seu turno ele desejava sempre «dar de preferência métodos que soluções dos problemas, já que um único método compreende uma infinidade de soluções³». Aqui, dava a si próprio exemplos e incitamentos. E exprimiu muitas vezes as razões do interesse primordial que apresentaria, para além destas tentativas parciais, a redução efectiva de todo o raciocínio em geral a um cálculo.

Uma primeira vantagem seria pôr fim às controvérsias, às intermináveis e vãs discussões das escolas. Para já, toda a formalização do raciocínio, como a silogística a permite, ou como ela se pratica na argumentação jurídica, favorece a solução de um conflito de opiniões. Leibniz tinha feito essa experiência, tendo conseguido terminar uma controvérsia com Denis Papin sobre a avaliação das forças vivas, tratando a questão por meio de silogismos. Contudo, um formalismo estrito não é possível enquanto nos ativermos à língua vulgar, com as

¹ Lewis, *A survey of symbolic logic*, p. 14.

² Couturat, p. 387, nota 3; Rescher, p. 7.

³ Carta ao duque Ernest-Auguste, *G. Ph.*, VII, p. 25.

imperfeições lógicas do seu vocabulário e da sua gramática. O que provoca a esterilidade da maioria das controvérsias é justamente a falta de rigor e de precisão da linguagem usual, que esconde os equívocos e os paralogismos. É só com uma boa característica, com um sistema racional de signos que se prestem a um cálculo, e onde, a partir do alfabeto elementar, toda a formação e toda a transformação de signos estejam sujeitas a regras estritas e inteiramente explicitadas, que se deve chegar necessariamente, depois de se ter chegado a um acordo sobre os princípios, a acordar-se também sobre o resultado, como quando se trata de resolver uma equação ou de fazer uma operação aritmética. «Creio que nunca se poderá pôr fim às controvérsias nem impor silêncio às seitas, se não se chegar de raciocínios complicados a *cálculos* simples, e de palavras que têm significações vagas e incertas a *caracteres* bem determinados. Porque acontecerá então que todo o paralogismo nada mais será que um *erro de cálculo*, e um sofisma, uma vez expresso nessa espécie de escrita nova, não será realmente nada mais que um *solecismo* ou um *barbarismo*, que deverá ser facilmente refutado pelas próprias leis dessa gramática filosófica. A partir daí, quando surgirem controvérsias, é tão inútil instituir uma discussão entre dois filósofos, como o seria entre dois calculadores. Porque bastará pegar na pena ou sentar-se diante dos ábacos e, depois de ter convocado se necessário um amigo, dizer um ao outro: calculemos!¹» É por isso que Leibniz chama à característica, com o cálculo que ela torna possível, um «juiz das controvérsias».

Mas eles dão-nos também uma «arte de infalibilidade», de que a arte de terminar as controvérsias não é mais que uma aplicação de ordem social. A garantia que eles trazem contra os erros do raciocínio vale evidentemente também para a meditação solitária. Esses erros vão agora tornar-se sensíveis, vão «saltar aos olhos» como um erro de cálculo em aritmética, uma jogada incorrecta no jogo de xadrez. «Porque o espírito tem necessidade de um *fio* de algum modo *sensível*, para não se perder no labirinto².» Os erros de raciocínio propriamente ditos, ou seja, a violação das regras de transformação das expressões, aparecerão logo como solecismos, correspondendo os barbarismos aos erros na formação das expressões. Assim não se poderá, se se tiver um pouco de experiência, escrever uma coisa sem sentido ou desenvolver um paralogismo, sem imediatamente se dar conta disso. Este método de controlo parecerá sem dúvida muito baixo aos géneros sublimes, mas é o único que preservará do erro, em que eles próprios não deixam de cair quando se fiam unicamente nas suas luzes. Assim «Descartes, que era sem dúvida um dos maiores homens deste século, enganou-se de uma maneira tão visível, e tantos ilustres personagens com ele... Em todo o caso, não há que perder a coragem. Há um meio de evitar os erros, meio esse que esses Senhores não se dignaram utilizar; isso teria feito sombra à grandeza do seu espírito, pelo menos aparentemente e entre o povo. Todos os que querem parecer grandes personagens e que se arvoram em chefes

¹ G. Ph., VII, p. 200 (trad.).

² G. Math. Schr., VII, 17 (trad.).

de seita têm algo de palhaço... Onde está pois esse belo meio que pode garantir-nos contra as quedas?... Numa palavra, é fazer apenas argumentos *in forma*... Defendo que a fim de raciocinar sempre com evidência, é preciso respeitar uma qualquer formalidade constante. Haverá menos eloquência e mais certeza¹»

Mas ater-se ao artifício destes cálculos não será, para a razão, uma espécie de abdicação? E tais cálculos não serão, ainda por cima, uma construção pesada e incómoda pela sua minúcia? Na realidade, responde Leibniz, todo o raciocínio um pouco longo e complicado envereda já por essa via das operações simbólicas. O matemático não iria muito longe se tivesse necessidade de pensar constantemente nas ideias através dos signos. Seria isso pelo contrário que lhe atravancaria rapidamente o espírito e o paralisaria. Será então necessário renunciar a fazer uso da tabuada de multiplicação, ou a aplicar as fórmulas de álgebra fixadas pela memória? «Todo o raciocínio humano se efectua por meio de signos ou de caracteres. Não são só as próprias coisas, mas também as ideias das coisas que não podem nem devem ser observadas distintamente pelo espírito; e é essa a razão por que, para abreviar, elas são substituídas por signos²». Não é pois necessário descer sempre de novo *efectivamente* até aos elementos: exigi-lo seria fazer «como um homem que quisesse obrigar os negociantes a quem compra alguma coisa que lhe contassem os números um a um, como se conta pelos dedos, ou como se contam as horas do relógio da cidade; o que mostraria a sua estupidez³». Mas é necessário *poder* sempre fazê-lo, a título de controlo, desde que haja uma dúvida; porque «quanto mais o modo de cálculo é superior, requintado e rápido, mais é fácil enganar-se: o mesmo é inteiramente válido em lógica⁴». E quando se leva a análise de um raciocínio até essa minúcia, a vantagem que, em relação ao raciocínio intuitivo, um cálculo com base em signos apresenta, é manifesta: «faz-nos raciocinar sem custo, colocando caracteres em vez das coisas, para desembaraçar a imaginação⁵». Além disso, põe à nossa disposição fórmulas já feitas, que nos dispensam de recomençar o trabalho de cada vez. Insistindo neste sentido, poder-se-ia conceber uma «máquina de raciocinar». A ideia não era estranha a Leibniz: ele inventou na sua juventude uma máquina aritmética para efectuar as quatro operações, e depois uma máquina algébrica para resolver as equações; o seu *De arte combinatoria* tinha sugerido a um autor o projecto de uma espécie de máquina lógica, projecto que Leibniz conhecera e aprovara⁶. Atirar a carga para cima de uma máquina das operações elementares, não é mecanizar o espírito, é poupá-lo, reservando-o para tarefas superiores.

¹ Carta à duquesa Sofia; G. Ph., IV, p. 294-295.

² G. Ph., VII, p. 204 (trad.).

³ *Novos Ensaios*, IV, xvii, 4.

⁴ G. Ph., VII, p. 520; em Scholz, *Essquise*, p. 82 (trad. do alemão)

⁵ *Opusc.*, p. 99.

⁶ L. Lz., p. 115.

Entre essas tarefas, a mais relevante é a da invenção. E para ela, tal como para a demonstração, a lógica, segundo Leibniz, deve poder fornecer o fio condutor. «Por lógica ou arte de pensar, escreve ele a Gabriel Wagner, entendo a arte de usar da sua inteligência, isto é, não apenas de julgar o que é apresentado, mas também de descobrir o que está escondido¹.» Os dois métodos da invenção são a análise, que remonta do dado aos seus elementos simples, e a síntese, que avança em direcção aos compostos; e as duas ciências que os empregam com mais eficácia são, respectivamente, a álgebra e a combinatória. Ora, se elas conseguem fazê-lo, é precisamente porque avançam apenas por meio de operações sistemáticas com base em símbolos. Além disso, depois de uma qualquer invenção ter sido feita, será possível, e habitualmente frutuoso, tentar aplicá-la, reduzida à sua estrutura formal, a outros objectos. «Não há nada tão importante como ver as origens das invenções, em virtude da sua fecundidade e porque elas contêm em si a fonte de uma infinidade de outras que delas se poderão tirar por meio de uma certa combinação (como costume chamar-lhe) ou aplicação a outros temas².» Vê-se aqui bem, note-se de passagem, que Leibniz concebia já bastante claramente, ainda que na realidade ele não fosse até ao ponto de praticá-la com todo o rigor, a distinção entre um sistema formal e vazio, que dota o pensamento de uma espécie de molde para raciocínios, e as interpretações múltiplas que ele pode receber conforme se dá aos símbolos esta ou aquela significação concreta: distinção essa que só será clara e geralmente reconhecida nos nossos dias, com o desenvolvimento das axiomáticas. E reconhece-se aí também um dos traços fundamentais do génio de Leibniz que, desde a sua juventude, diz-nos ele, não podia, uma vez posto em presença de uma qualquer doutrina, ficar descansado enquanto não a tivesse esquadrihado até às suas fibras e às suas raízes, e não tivesse chegado aos princípios que lhe permitiam descobrir o seu conteúdo pelos seus próprios meios³.

A outra tarefa essencial da inteligência é a demonstração: quer ela tenha de a conduzir ela própria, quer tenha de julgar a que lhe é apresentada. A esta arte da demonstração, a que a lógica se tinha limitado até então, traz Leibniz novas exigências. Mostra-se primeiramente mais exigente, como se viu, quanto ao seu rigor, que só pode ser assegurado pela sua redução a um cálculo. Mas é mais exigente também quanto à sua extensão, no sentido de que ele exige que ela remonte, por sucessivas aproximações, até às suas bases primeiras. *De principiis non disputandum*, dizia a Escola, e tinha razão no sentido de que toda a discussão é vã se não se estiver de acordo quanto aos princípios. Mas mesmo esse acordo, quando se apresenta, tem de ser justificado. Nem sempre é

¹ G. Ph., VII, p. 516 (trad. do alemão).

² Citado em L. Lz., p. 295, nota 2.

³ G. Ph., p. 185: ... *ut ne ante quiescerem quam ubi cujusque doctrinae fibras ac radices essem rimatus ei ad principia ipsa pervenissem, unde mihi proprio Marte omnia quae tractabam, invenire liceret.*

necessário, na prática, demonstrar os axiomas, mas é preciso em todo o caso ter a possibilidade de fazê-lo. Leibniz, como um pouco Pascal antes dele, capta bem a analogia entre a demonstração e a definição, entre o caso das proposições e o das noções. Do mesmo modo que a análise das noções deve remontar até às noções absolutamente simples, indefiníveis dado que são os elementos de toda a definição, mas perfeitamente claras em razão mesmo da sua simplicidade, assim a análise das proporções deve remonta: até às proposições absolutamente primeiras, indemonstráveis, pois que são os princípios de toda a demonstração, mas elas próprias perfeitamente evidentes: e a única evidência verdadeiramente imediata é a identidade, $A \text{ é } A$. Razão por que toda a demonstração, prosseguida até ao seu termo, deve desembocar em proposições idênticas. É verdade que isso só é possível no domínio das verdades necessárias, sendo as proposições empíricas indemonstráveis ao mesmo título, embora por outras razões, que as proposições idênticas¹. Seria ainda necessário acrescentar que Leibniz sonhou estender às próprias verdades contingentes esta redutibilidade à identidade: quer invocando, no seu caso, a infinidade da análise, que basta para distingui-las, para os nossos espíritos finitos, das verdades necessárias, quer tentando, como ele fez no *De rerum originatione radicali*, reduzir o próprio princípio do melhor, sobre o qual ele faz assentar as verdades de experiência, a uma espécie de «matemática divina ou mecanismo metafísico».

Esta maneira de pretender assentar a ciência numa base absolutamente inabalável pode parecer hoje de um dogmatismo ultrapassado. Não pode no entanto deixar de reconhecer-se que a exigência leibniziana de demonstrabilidade constitui uma antecipação sobre alguns dos nossos pontos de vista actuais. Ela equivale de facto a distinguir entre o que se poderia chamar o papel lógico e o papel epistemológico da demonstração. Do ponto de vista da certeza do nosso conhecimento, basta sem dúvida apoiar-se em proposições garantidas pela sua evidência, tomando estas por axiomas, e os matemáticos não têm de ser censurados quando agem assim. Mas isso não impede que, do ponto de vista lógico, haja progresso sempre que se consegue reduzir o número dos axiomas. É por isso que é perfeitamente legítimo propor-se demonstrar uma verdade, mesmo não a ponto de modo nenhum em dúvida. É o que Leibniz responde a Jean Bernoulli, que lhe pergunta se ele duvida que o todo é maior que a parte; ao mesmo tempo que aprova os matemáticos que se deram ao trabalho de demonstrar certas proposições que Euclides tinha, explícita ou implicitamente, por evidentes. Assim se acham nitidamente dissociadas as duas funções da demonstração: fazer aceitar verdades, fazer ressaltar a organização lógica de uma sistema de proposições. É sabido que as axiomáticas modernas vão muitas vezes ainda mais longes que o próprio Leibniz, incluindo no número dos teoremas os princípios de identidade, de contradição e do terceiro excluído, demonstrados a

¹ *Omnes ergo propositiones certae demonstrari possunt, praeter identicas et empiricas* (G. Ph., I, p. 188)

partir de princípios que, à primeira vista, podem parecer por vezes menos evidentes que eles.

Tudo o que fica dito mostra a oposição profunda do formalismo leibniziano a tudo o que bem se pode chamar o intuicionismo cartesiano, pois que mesmo a dedução só tem para Descartes valor na medida em que pode reduzir-se a uma intuição continuada¹. A diferença entre os dois filósofos ressalta tanto melhor quanto os seus pontos de partida são próximos. Ambos se inspiram nas matemáticas, que apreciam menos pelos conhecimentos que elas nos trazem, que pelo modelo que nos oferecem da arte de raciocinar. Vêm nelas uma lógica em acção, e se as estudam é sobretudo pelo seu valor de disciplina intelectual². O seu grande desígnio é estabelecer uma matemática universal de todas essas ciências particulares que comumente se denominam matemáticas». Mas o que Descartes aprecia nas matemáticas é a *evidência* das suas razões, efeito da clareza e da distinção que nelas reina entre as ideias. O que ele visa é justamente permitir ao entendimento, e disso elas dão exemplo, seguir o seu movimento espontâneo: o que supõe que se afastem essas cadeias pelas quais os dialécticos pretendem constrangê-lo. O supremo juiz das controvérsias, na sua opinião, não poderá ser senão o «bom senso» ou a «luz natural». O que Leibniz, por seu turno, aprecia nas matemáticas, é o seu *formalismo*, que é o único a garantir-nos contra o erro. Elas são uma realização exemplar da verdadeira lógica formal, da qual a lógica da Escola apenas se aproxima. Ao tomar a evidência como critério da verdade, e ao propor como marcas da evidência a clareza e a distinção das ideias, sobre o que os espíritos podem estar em desacordo, Descartes não se garantiu suficientemente contra o erro. Se ele levou demasiado longe, à partida, a sua dúvida hiperbólica, em seguida não duvidou o suficiente daquilo que se lhe apresentava como claro e distinto. «Os que nos forneceram métodos apresentam sem dúvida belos preceitos, mas não o meio de observá-los. É preciso, dizem eles, compreender todas as coisas clara e distintamente, é preciso avançar das coisas simples para as compostas, é preciso dividir os nossos pensamentos, etc. Mas isso não serve para muito se não se nos diz mais nada³.» É como se se aconselhasse a alguém que tem de, em plena noite, passar por uma ponte, que caminhe sempre em frente sem se aproximar das bordas: bons parapeitos assegurariam melhor a sua segurança⁴. «O que eu peço é critérios de verdade que sejam palpáveis e que não dêem mais lugar à dúvida que cálculos sobre números... O que é preciso é que haja marcas palpáveis do que é claro e distinto, pois que muitas vezes os homens estão em desacordo quanto a isso⁵.»

¹ Fomos buscar esta feliz expressão a Y. Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, p. 41.

² Leibniz diz, falando de si próprio: «Ele aplicara-se às matemáticas tal como à escolástica, ou seja, apenas para o aperfeiçoamento do seu espírito, e para aprender a arte de inventar e de demonstrar» (em *L. Lz.*, p. 165, nota 2).

³ Em Gallois, G. Ph., VII, p. 21.

⁴ Em Oldenburg, *ibidem*, p. 14.

⁵ Em *L. Lz.*, p. 100, n. 2 e 203 n. 2.

O desenvolvimento do formalismo lógico-matemático, a partir do século XIX, ia sem dúvida dar razão a Leibniz, que podemos olhar hoje, melhor ainda que na época de Couturat, como o seu longínquo precursor. Embora reconhecendo as suas geniais antecipações, não devemos no entanto esquecer que, por outro lado, aquelas reservas que o ideal formalista pode suscitar ressaltam naturalmente também sobre o seu propósito. Porque os próprios progressos do formalismo em breve mostraram que este estava sujeito a essenciais limitações internas: donde resulta que, por maior que seja a distância a que se coloque a intuição, por mais diminuto que seja o papel a que ela se encontre reduzida, nem por isso deixa de ser a ela que cabe julgar em última análise. A completção da *lingua characteristic universalis* e do *calculus ratiocinator* são teoricamente possíveis separadamente, mas, na sua ponta extrema, já não são possíveis. Estudando, por outro lado, no próprio Leibniz, a noção do racional, Mme Prenant pode concluir que se verifica uma certa desforra do juízo sobre a forma¹. Há de facto casos em que deve necessariamente intervir, nos nossos juízos, aquilo a que Cournot chama uma «preferência da razão»: «aqui, escreve este último, a nossa lógica superior está próxima da estética, o sentimento do verdadeiro encontra-se com o sentimento do belo²». Mme Prenant não tem dificuldade em apontar, em Leibniz, textos que estariam em boa consonância com aquele, como quando ele fala de «a bela harmonia das verdades que satisfaz o espírito muito mais que a mais agradável música³». Finalmente, se se julgar, como convém, do método pelos seus frutos, havemos de convir de facto que o de Leibniz não lhe garantiu realmente aquela infalibilidade que ele lhe atribuía, tal como o de Descartes o não tinha preservado do erro. O objectivo último de Leibniz era introduzir na moral, na metafísica e na teologia a mesma certeza que reina nas matemáticas. Ora, o sistema das mónadas e da harmonia preestabelecida não conseguiu impor-se mais que o dos turbilhões e da matéria estriada; e do mesmo modo que a física de Descartes, a metafísica de Leibniz rapidamente passou a ser olhada como um «romance». Voltaire cataloga igualmente ambos os filósofos entre os fundadores de seitas, e é sabido que o autor de *Candide* não poupou o da *Teodiceia*.

¹ L. Prenant, «Le raisonnable chez Leibniz, la revanche du jugement sur la forme», *Revue philosophique*, Outubro de 1946, p. 486-512.

² *Matérialisme, vitalisme, rationalisme*, IV, 6.

³ Artigo citado, p. 503.

Capítulo IX

EVOLUÇÕES

1. Contributos de matemáticos

Depois de Leibniz, e conforme ele próprio começara a dar o exemplo, a lógica vai tender pouco a pouco a desdobrar-se. A lógica dita clássica, encarada como relevando da filosofia, contentar-se-á as mais das vezes em prolongar, com algumas modificações mais ou menos felizes, as doutrinas recebidas, sujeitas à proposição atributiva e centradas na silogística, doutrinas aliás reduzidas muitas vezes às suas partes mais elementares, àquilo a que por vezes se chama a lógica menor. Mas ao mesmo tempo, e à margem dos trabalhos dos filósofos, essa lógica será também cultivada por alguns matemáticos que, mesmo permanecendo ainda largamente tributários do ensino tradicional, introduzem no entanto ideias e métodos novos. A ruptura entre as duas correntes só se consumará na segunda metade do século XIX; mas antes, durante perto de dois séculos, assiste-se, nas fronteiras da ciência oficial, a tentativas variadas para introduzir nas especulações lógicas o espírito e os métodos da matemática. Elas merecem ser assinaladas porque, aos nossos olhos de hoje, são os factos mais dignos de interesse na história da lógica durante este período.

Girolamo Saccheri (1667-1733) deixou um nome na história das ciências pelo seu *Euclides ab omni naevo vindicatus* (1733)¹, onde tenta demonstrar o postulado das paralelas por uma redução ao absurdo da sua negação. Só parcialmente o consegue, e o fracasso relativo da sua tentativa acabará por sugerir, um século mais tarde, a construção das geometrias não-euclidianas. Ora, Saccheri refere-se aí a considerações que ele tinha apresentado a respeito das demonstrações pelo absurdo numa obra publicada uns trinta anos antes, sob o título de *Logica*

¹ Edição moderna com tradução inglesa, Chicago & Londres, 1920.

demonstrativa. Esta obra, que conheceu no seu tempo várias edições, caiu em seguida no mais completo olvido, donde começou a ser tirada por Vailati¹.

O próprio título é significativo. Galeno exprimira já a ideia de que seria melhor tratar a lógica segundo o modelo das demonstrações geométricas, mas «a exigência que ele punha assim foi satisfeita, pela primeira e única vez, dentro dos limites em que isso era possível para a lógica formal na sua forma clássica, pela *Logica demonstrativa* de Girolamo Saccheri²». Este pretende proceder segundo «este método severo que limita o mais possível o número dos primeiros princípios e que nada admite que não seja claro, evidente, indubitável³». Ora, ao explicitar assim, reduzidos ao mínimo, os princípios que utilizará para as suas demonstrações de lógica, ele dá-se conta de que tem de fazer apelo a uma proposição que, tendo sido até aqui tacitamente admitida pelos lógicos, nunca foi expressamente estabelecida, ou seja, que entre dois termos ou duas proposições há lugar, entre a implicação e a incompatibilidade, para uma terceira possibilidade, a da completa independência⁴. Mas depois de se ter apoiado sobre este princípio para algumas das suas demonstrações, ele sente-se um pouco constrangido por ter tido de utilizar assim uma proposição que não figura entre os princípios habituais da lógica e que, sendo empiricamente justificada, não se nos apresenta com uma perfeita evidência. Por isso, ele retoma as suas demonstrações por uma outra via, e é aqui que intervém uma forma subtil da demonstração pelo absurdo.

O traço comum a toda a demonstração pelo absurdo é o tomar como ponto de partida a negação contraditória da proposição que se quer demonstrar. Sob a forma habitual, tira-se desse princípio suposto uma consequência reconhecida como falsa, em razão do seu absurdo, o que obriga a rejeitar como igualmente falso o princípio de que se tinha partido, e portanto a reconhecer como verdadeiro aquele que se queria demonstrar. Faz-se assim um rodeio pelo falso para chegar ao verdadeiro. Mas pode-se, de uma maneira mais elegante, abreviar o circuito na região do falso, tirando como consequência da proposição falsa tomada no ponto de partida da dedução, não uma outra proposição

¹ A própria data permanece incerta. Conhece-se um exemplar datado de 1697, mas é possível que se trate de uma reedição e que o original date de 1692. Tornou-se hoje dificilmente acessível. Scholz referenciou apenas dois exemplares, o de 1696 que está em Milão e sobre o qual Vailati, e um outro de 1735 que ele próprio pôde ler em Münster. Kneale, por seu turno, declara ter-se servido de um exemplar que está em Colônia, e assinala a existência de um microfilme em Oxford. O artigo de Vailati, «Sur une classe remarquable de raisonnements par réduction à l'absurde», *Revue de métaph.*, 1904, p. 799 e ss., retoma um artigo publicado em italiano no mesmo ano na *Rivista di filosofia e scienze*.

² Scholz, *op. cit.*, p. 64.

³ Prefácio; em Kneale, p. 345. Seguimos de perto a exposição deste autor.

⁴ A lógica clássica, a dos *Principia mathematica*, supõe esta mesma alternativa, para duas quaisquer proposições, entre a implicação e a incompatibilidade; Lewis teve de introduzir como postulado, na sua lógica da implicação estrita, a existência de pares de proposições entre as quais não haja nem implicação nem incompatibilidade.

falsa, mas directamente a proposição verdadeira que nos propunhamos precisamente demonstrar. Se mesmo a suposição de que a proposição a demonstrar é falsa arrasta também como consequência a verdade dessa proposição, então esta é necessariamente verdadeira. Por outras palavras, demonstra-se aqui a verdade de uma proposição pela suposição da sua própria falsidade, de modo que ela não pode de maneira nenhuma deixar de ser verdadeira. Uma tal demonstração é pois ao mesmo tempo, como diz Saccheri, «ostensiva e direct-a».

É esta forma de demonstração que ele emprega. Ele não a apresenta como absolutamente nova: cita o seu emprego accidental em Euclides, Teodósio, Cardan, e menciona igualmente Clavius, do qual talvez o tivesse aprendido pelo ensino dos jesuítas, uma ordem a que tanto um como o outro pertenciam. Mas ele faz uma sua aplicação sistemática, uma boa dúzia de vezes. Eis um exemplo: para demonstrar a não validade de um modo AEE em primeira figura, Saccheri apresenta a demonstração seguinte (onde subentendemos, para abreviar, que se trata unicamente de silogismos em primeira figura):

A. Todo o silogismo que tem uma maior universal e uma menor afirmativa é conclusivo;

E. Nenhum silogismo em AEE tem uma maior universal e uma menor afirmativa;

E. Portanto, nenhum silogismo em AEE é conclusivo.

Faz-se notar que um tal silogismo é ele próprio da forma contestada: AEE em primeira figura. A partir daí, se se supõe falso o que se quer demonstrar, isto é, se se toma provisoriamente por verdadeiro que um silogismo da primeira figura em AEE é válido, será preciso necessariamente, uma vez que as duas premissas do silogismo atrás enunciado, que tem esta forma, são certamente verdadeiras, aceitar também a sua conclusão: ora, essa conclusão diz-nos precisamente que um tal silogismo não é válido. Assim, colocando como falsa a tese a estabelecer, deduz-se daí directamente como consequência que ela é verdadeira.

Os escrúpulos lógicos de Saccheri incidiram igualmente sobre as definições. É sabido que os modernos, na sequência de Pascal, retomaram renovando-a a velha distinção entre definições de nome e definições de coisa, sendo agora as primeiras olhadas como simples denominações, que escapam como tais ao verdadeiro e ao falso. Leibniz censurava ao nominalismo de Hobbes o ter feito repercutir o arbitrário dessas definições nominais sobre o que ele, Leibniz, chamava as definições reais, aquelas que, nas ciências racionais, avançam a possibilidade, isto é, a não-contradição interna, do objecto definido. Entendida nesse sentido, uma definição é portanto sempre associada a uma asserção, que exige uma justificação. Saccheri, por seu turno, e de maneira independente, desenvolve uma ideia análoga, mas trazendo-lhe uma precisão sobre o que ele chama a armadilha da definição complexa, *fallacia definitionis complexae*. Em tais definições, de facto, não basta estabelecer, separadamente, que cada um dos elementos que a compõem é possível, é preciso estabelecer ainda que tanto uns como outros são compostíveis. E a precaução será evidentemente tanto mais necessária, quanto a definição for mais complexa. No seu *Euclides vindicatus*, ele aplica esta exigência à definição das paralelas que, desde a Antiguidade, alguns géometras

tinham substituído à de Euclides: eles estavam de acordo em designar como «paralelas» duas rectas equidistantes. Mas, observa Saccheri, esta definição aparentemente nominal esconde uma proposição que exige uma demonstração, dado que atribui a uma linha duas propriedades, a de ser recta e a de ser equidistante de uma outra recta dada, sem ter estabelecido que estas duas propriedades são realmente compatíveis. Uma ciência logicamente rigorosa não deve confiar na intuição, e tem a obrigação aqui de demonstrar a possibilidade de construir uma linha que satisfaça ao mesmo tempo estas duas condições¹.



«Depois de Leibniz ter dado os primeiros passos, escreve Jorgensen², viu-se aparecer um número considerável de tentativas para constituir um cálculo lógico. Foram obras de homens como Jacques Bernoulli (1685), J. A. Segner (1740), I. H. Tonnes (1752), Ploucquet (1759), Lambert (1764), Holland (1764), J. G. Darjes (1747 e 1776), M. Busch (1768), Chr. Wolff (1779), S. Maimon (1798), C. G. Bardili (1800), Castillon (1803), Semler (1811), Twisten (1825), K. F. Hauber (1829), A. Victorin (1835), Drobisch (1836), e ainda outros.» Acrescenta ele que as mais dignas de interesse dentre essas tentativas são as de Lambert, de Holland e de Castillon³, e mais particularmente a de Lambert, que Venn punha em plano de igualdade com Boole. É portanto esse que tomaremos como exemplo⁴.

O caso de Johann Heinrich Lambert (1728-1777) tem algo de paradoxal. A sua principal obra de lógica é o *Neues Organon*, publicado em 1764. Uma dezena de anos antes, ele consagrara à característica e ao cálculo lógico seis ensaios⁵, mas não os tinha julgado dignos de publicação. Em contrapartida publicava, pela mesma altura que o *Neues Organon*, alguns breves ensaios que se relacionam igualmente com o cálculo lógico⁶. Ora, é de facto notável que, embora a ideia da matemá-

¹ Ver L. Rougier, *Les paralogismes du rationalisme*, Paris, Alcan, 1920, p. 146-150.

² *A Treatise of formal logic*, vol. I, p. 82. As datas mencionadas entre parênteses são as da obra marcante de cada um dos autores referidos.

³ Holland esboçou a sua teoria numa longa carta a Lambert; ela figura em *J. Lamberts deutscher Gelehrten Briefwechsel*, p. 16 e ss.; a teoria de Castillon é exposta num «Mémoire sur un nouvel algorithme logique», que figura em *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 1803, classe de filosofia especulativa, p. 1 e ss.

⁴ Edição moderna: *Johann Heinrich Lambert, Philosophische Schriften, herausgegeben von H. W. Arndt*, Hildesheim, G. Olms, em curso de publicação desde 1965. Os vol. I e II contêm o *Neues Organon*, os vol. VI e VII os *Logische Abhandlungen*.

⁵ *Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre*: publicados após a morte do autor ao cuidado de Jean Bernoulli, no primeiro volume de *J. H. Lamberts logische und philosophische*, Berlim, 1782, (vol. VI da edição moderna).

⁶ Nomeadamente *De universali calculi idea et in algebra philosophicam breves annotationes*, em *Nova Acta eruditorum*, 1764 e 1766.

tica universal atravesse de uma ponta à outra o *Neues Organon*, nunca aí se passou dos seus começos de realização: o estilo da obra continua a ser o da lógica tradicional. E é igualmente notável que, por seu turno, os ensaios de cálculo lógico permaneçam largamente sujeitos às estruturas conceptuais dessa lógica.

Não é de modo nenhum à maneira de Bacon que Lambert, no seu *Neues Organon*, pretende renovar a velha ferramenta aristotélica. Longe de se tratar para ele de substituir os processos indutivos à dedução silogística, é pelo contrário um reforço do rigor dedutivo que ele visa, inspirando-se, para tratar a lógica, no espírito matemático, encarado como o necessário regulador de todo o método científico. A sua obra, que sofreu, por intermédio de Wolff¹, a influência leibniziana, é dominada pelo desígnio de uma matemática universal. O seu editor moderno, H. W. Arndt, não teme escrever² que esta obra é o mais amplo desenvolvimento teórico de uma *mathesis universalis* que a história da filosofia nos oferece.

A ideia, de origem cartesiana, renovada e precisada por Leibniz, conheceu uma grande aura no século XVIII. Tal como Newton o fizera para a mecânica, não poderá alargar-se ao conjunto da ciência o rigor e a certeza das matemáticas, utilizando o seu método? Em que medida as próprias noções metafísicas e morais se prestarão a um tal tratamento? Sempre atenta aos problemas de actualidade, a Academia de Berlim pusera em concurso para 1763 a questão de saber «se as verdades metafísicas em geral e em particular os primeiros princípios da teologia natural e da moral são susceptíveis da mesma evidência que as verdades matemáticas», e Lambert esboçou uma resposta em que tomava resolutamente partido pela afirmativa³.

Concebido neste espírito, o *Neues Organon*, que contém o que nós consideramos hoje como relevando mais propriamente do domínio da lógica, excede largamente esta e engloba não apenas uma metodologia, mas toda uma teoria da ciência, do conhecimento e da razão, aquilo a que os alemães chamavam então uma *Vernunftlehre*. A obra comporta quatro partes: uma *Dianoilogia*, que corresponde melhor ao conteúdo tradicional dos tratados de lógica; uma *Aletilogia*, onde são expostos ao mesmo tempo uma teoria do conhecimento e um método para evitar o erro; uma *Semiologia*, que trata mais de perto do projecto de uma característica; enfim uma *Fenomenologia*⁴, ou teoria da aparência, que contém um longo capítulo sobre a probabilidade. A matemática universal aparece nele ligada a uma teoria do conhecimento dogmático e idea-

¹ E não de maneira directa: os *Novos Ensaios* só foram publicados em 1765, um ano depois de *Neues Organon*; quanto aos numerosos esboços lógicos de Leibniz, lembramos que na sua maioria permaneceram inéditos até uma época recente.

² J. H. Lambert, *Philosophische Schriften*, vol. I, p. x.

³ O prémio foi atribuído a Mendelssohn, e Kant recebeu uma menção honrosa pelo seu escrito *Ueber die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und Moral*.

⁴ Foi assim, ao que parece, que a palavra faz a sua entrada na linguagem filosófica.

lista. Ela supõe que, no ponto de partida, seja arrolado um pequeno número de ideias simples, portanto ao mesmo tempo evidentes e indefiníveis, necessariamente verdadeiras porque a contradição só pode surgir de um antagonismo no mais interior de uma ideia complexa; e os axiomas fundados nestas ideias simples são ao mesmo tempo princípios e fundamentos de todo o conhecimento. A sua tendência apriorística é apenas temperada pela admissão, entre estes conceitos fundamentais, de conceitos de origem empírica, mas cuja absoluta simplicidade garante também a sua evidência. Esta teoria é também, diziamos nós, idealista. Nenhuma verdade é totalmente independente das outras, o conjunto das verdades forma uma harmonia, a dissonância é a marca do erro; quem pensa em falso não pensa nada, descontando o facto de que todo o erro, na própria medida em que é pensável, contém uma parte de verdade; o que é pensável em si é também em si cognoscível como verdadeiro.

Não temos de insistir sobre esta teoria, mas apenas de notar a sua ligação estreita com dois projectos solidários, que estão em ligação mais directa com a lógica: a constituição de uma característica, a constituição de uma combinatória. Uma vez feito o rol das ideias simples, é preciso ao mesmo tempo, uma vez que ambas as coisas são interdependentes, encontrar o meio de simbolizá-las graficamente com uma precisão e uma exactidão que igualem as do simbolismo matemático, mas também determinar, de maneira completa e isenta de ambiguidade, por um lado, as regras que permitem combinar esses signos elementares para simbolizar ideias complexas sem correr o risco de nelas introduzir a contradição, por outro, as que permitem operar sobre esses signos, simples ou complexos, de maneira a poder substituir às incertezas do raciocínio sobre ideias a infalibilidade de um cálculo sobre signos.

É pois, como já o haviam exigido Descartes e Leibniz, na prática dos matemáticos que temos de inspirar-nos, para generalizá-la. A única maneira de chegar à *mathesis universalis*, é universalizar os processos matemáticos de simbolização e de cálculo. *Wir wollen die Geometrie zum Muster nehmen*¹. Mas mais que a geometria sintética dos antigos, é a análise dos modernos que deve servir de guia para a elaboração de uma característica e de uma combinatória universais. A álgebra ofereceu-nos precisamente uma realização parcial disso mesmo. Por isso, há que tomá-la, não como uma ciência particular, mas como o modelo de todo o método científico, considerá-la «não como uma álgebra, mas como uma característica», ou seja, encará-la «essencialmente como um modelo para uma arte geral dos signos ou, melhor dizendo, como uma arte geral da ligação dos signos». Porque os signos da álgebra «não simbolizam as próprias grandezas, mas apenas as suas variações e as suas relações»².

O grande problema é conseguir fazer com «que a teoria da coisa e a teoria dos signos sejam permutáveis... Reduzir a teoria da coisa à teoria dos signos, quer dizer substituir à obscura consciência dos conceitos um conhecimento intuitivo, uma representação sensível e clara dos signos.

¹ *N. Org.*, parte I, cap. iii, § 127. (Nas citações que se seguem, os algarismos árabes remetem para os parágrafos.)

² *Ibidem*, III, i, 35 a, 56 e 38.

Os signos são-nos absolutamente necessários para todos os conceitos que não podemos tornar claros por meio de verdadeiras sensações. Se portanto podemos escolher esses signos e levá-los a um ponto de perfeição tal que a teoria, a combinação, a comutação, etc., dos signos possam ocupar o lugar daquilo que, de outra maneira, deveria ter sido feito com os próprios conceitos, é exactamente isso que temos de pedir aos signos, porque então é como se tivéssemos sob os nossos olhos a própria coisa¹. Desde que se chegue a constituir uma característica que satisfaça esta exigência, tal como o faz a álgebra no seu domínio, mas que, além disso, seja verdadeiramente universal, nesse caso com uma tal característica, acompanhada de uma boa combinatória, todo o problema será redutível a um problema de lógica, ou seja, em última análise, a um cálculo². Tudo isso, como se vê, permanece na linha do ensino leibniziano.

Este cálculo, tal como Lambert o desenvolve no seu *Seis ensaios de uma simbólica*, equivale a aplicar os processos da álgebra a uma estrutura conceptual que continuou a ser a da lógica tradicional. Em primeiro lugar, ele fá-lo assentar na definição de um conceito pelo género próximo e pela diferença específica, como na Escola. Seja a um conceito, $a\gamma$ designará o seu género, $a\delta$ a diferença, ao passo que $a\gamma^n$ e $a\delta^n$ designarão os seus géneros e diferenças mais afastados, segundo o seu grau de afastamento. A explicação do conceito a será portanto $a\gamma + a\delta$, a sua explicação mais desenvolvida $(a\gamma + a\delta)^n$ ou ainda $a(\gamma + \delta)^n$. Donde, dado que $a = a\gamma + a\delta + a(\gamma + \delta)$, pode deduzir-se que $a\gamma = a - a\delta$. Prosseguindo a analogia com o cálculo algébrico, onde temos $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, Lambert escreve: $a(\gamma + \delta)^2 = a\gamma^2 + a\gamma\delta + a\delta\gamma + a\delta\delta$, depois generaliza a fórmula para um expoente n , e continua assim os seus cálculos³. Em segundo lugar, esta importância dada ao género e à espécie não impede que os conceitos sejam olhados como qualidades, e portanto entendidos em compreensão. Um conceito é a representação de uma coisa no pensamento, e o que assim nos representamos são as marcas, *Merkmale*, pelas quais distinguimos um conceito de outro. Dois conceitos dizem-se aparentados quando um é a marca do outro. Uma vez combinados, dois conceitos aparentados formam uma proposição, porque o predicado de uma proposição é uma marca do sujeito⁴. Assim, as proposições são reduzidas à forma atributiva, e é em função dos atributos que são estudadas as relações⁵. As relações são de duas espécies: a relação simples, *ratio*, é uma marca pela qual um conceito é determinado por meio de outro; a relação composta, *relatio*, é uma relação de um conceito a outro, de modo que o primeiro seja determinado por meio de várias marcas ou relações. A *relatio* é pois uma composição de *rationes*; a *ratio* resulta de uma comparação imediata

¹ *Ibidem*, 23-24.

² *Ibidem*, 41-42.

³ *Sechs Versuche*, 1, 10 e ss.

⁴ *Ibidem*, 11, 1, 2, 5 e 9.

⁵ *Da nun Verhaältniss keine wirklichen Begriffe* (III, 44).

entre dois conceitos, a *relatio* de uma comparação mediata¹. No seu simbolismo, $A = N :: B$ deve ser-se «A é o N de B»; ele tira daí $\frac{A}{N} = \frac{N}{B}$; e prossegue os seus cálculos por meio das

combinações de relações. Mas embora tenha sido levado assim a reconhecer certas propriedades das relações, é claro que estas últimas o interessam menos por si próprias que como meios de determinar conceitos, e de chegar assim a definições. Ele escreve, por exemplo, (para $G = \text{Genuss}$ e $V = \text{Volkommenheit}$) a fórmula: $F :: H = S :: (P + G) :: V :: (A + C)$, que define a *felicidade do homem* como a *sensação da posse e do gozo da perfeição da alma e do corpo*²; a partir do que ele calcula diversas transformações.

Estas indicações sobre o ponto de partida dos cálculos lógicos de Lambert bastam para fazer pressentir em que dificuldades ele em breve se achou metido. Elas provêm de duas causas principais. Primeiro, do facto de ele, imprudentemente, levar longe demais a analogia entre as operações algébricas e as operações lógicas. Se a adição e a multiplicação algébricas têm correspondentes na adição e na multiplicação lógicas, a correspondência é muito menos certa para a subtracção e a divisão; e a analogia com os números negativos traz consigo embaraços semelhantes. Boole, que avançará também ele por meio de uma transposição lógica das operações algébricas deparará também com obstáculos semelhantes, que se esforçará por ultrapassar. Seguidamente Lambert, como quase todos os que, durante este mesmo período se exercitaram num cálculo lógico, empreenderam-no, à maneira de Leibniz, do ponto de vista da compreensão dos conceitos³. Esta maneira de abordar o estudo das operações lógicas do espírito tem certamente o seu interesse, e pode-se legitimamente preferi-la a um tratamento extensional; infelizmente, porém, é a menos própria para a constituição de um cálculo. Tentativas, renovadas ainda nos nossos dias, para constituir uma lógica formal compreensivista, confirmaram a inferioridade desta maneira de atacar o problema.

Se o seu ideal de uma característica e de uma combinatória manifestava o desejo que Lambert tinha de ver suplantado por meio de uma álgebra a lógica tradicional, nem por isso deixou de continuar, como dissemos, a expor esta no quadro habitual do pensamento conceptual, trazendo-lhe mesmo algumas contribuições originais. Tendo permanecido fiel à teoria dos conceitos genéricos, herdada de Aristóteles, pelo menos assinalou expressamente, lembrando-se evidentemente das suas tentativas de cálculo lógico, a diferença que separa estas das ideias matemáticas, e previu a eventualidade de uma lógica que oscilaria dos *λόγοι* para os *μαθήματα*. Depois de ter lembrado como, na hierarquia

¹ *Ibidem*, III, 11-13.

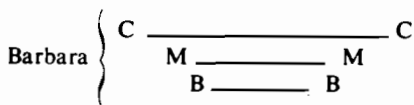
² *Ibidem*, 46.

³ A excepção de Holland. Entre todas as tentativas levadas a cabo do ponto de vista da compreensão, considera-se geralmente que a mais completa é a de Castillon

dos conceitos, os mais gerais deixam escapar, entre os seus caracteres, as qualidades que distinguem as suas diversas espécies, de modo que eles empobrecem-se à medida que aumenta a sua extensão, continua assim: «Podemos notar nesta altura que se procede de um modo completamente diferente nas matemáticas, onde os conceitos e as proposições que têm maior generalidade têm também a composição mais rica. Nelas deixam-se indeterminadas todas as circunstâncias e todas as grandezas, mas nem por isso se faz abstracção disso; pelo contrário, tem-se isso em conta no cálculo, e é por isso que as fórmulas gerais estão tão bem circunstanciadas. Este processo tem a vantagem de se poder não apenas determinar mais facilmente todos os casos particulares e as espécies, mas também de ter a garantia de que não se esqueceu nenhum. Podem tomar-se por exemplo as equações gerais do 3.º grau, em que numerosos casos singulares se acham resumidos com uma brevidade extraordinária. Poder-se-ia manter uma vantagem semelhante com as qualidades, se se tivesse a possibilidade de fazer figurar nos conceitos dos géneros aqueles aspectos em que eles se deixam dividir, e apresentar um esboço dos membros dessa divisão. Mas até aqui deixamos completamente de lado nos nossos conceitos todos os seus elementos indeterminados, ao passo que pelo contrário os matemáticos os apontam como indeterminados, a fim de, se assim se pode dizer, não perdê-los de vista e poder determiná-los sempre que isso for necessário ou quiserem fazê-lo¹.» O final desta passagem sugere de facto a esperança de poder um dia encontrar-se meio de aplicar aos conceitos genéricos o processo que fez a riqueza e a fecundidade das ideias matemáticas.

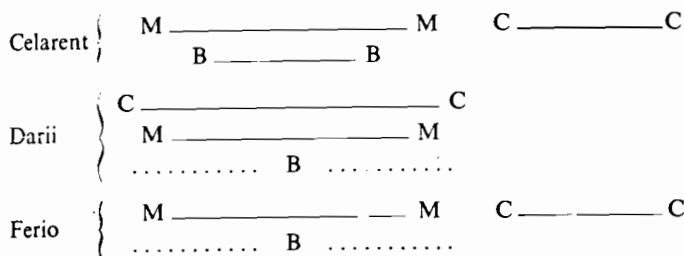
Depois destas tentativas e deste anúncio daquilo que será um dos traços marcantes da lógica futura, ou seja, o seu tratamento matemático, eis agora quais são, na linha tradicional, os principais contributos de Lambert.

Ele imaginou uma representação diagramática dos vários modos do silogismo. Apresentemos, a título de exemplo, os modos da primeira figura, que se lerão sem dificuldade, sabendo apenas que M designa o termo médio, C o maior, B o menor, e que os pontilhados marcam a indeterminação da extensão, indeterminação característica das proposições particulares⁽²⁾:



¹ N. Org., I, ii, 110. Fizemos questão em citar esta página de facto notável, onde se reconhecerá uma distinção encontrada de modo independente por Goblots e que foi então olhada como uma das inovações mais interessantes do seu *Traité de logique* (Paris, Colin, 1918), já que a ideia matemática surpreende a lei clássica da relação inversa entre compreensão e extensão, sendo naquela ideia mais geral ao mesmo tempo também a mais rica. Goblots acrescentava também a sugestão de alargar o processo aos conceitos genéricos: «Um vertebrado não é um animal que não tem pelos, nem penas, nem escamas, é sim um animal cujos apêndices tegumentares podem ter as formas de pelos, penas, escamas» (p. 113). Lalande propôs que se qualificasse de «eminente» esta maneira de entender a compreensão dos conceitos.

² N. Or., I, iv, 219.



O que constitui, na opinião do seu autor, o interesse de uma tal figuração, é o facto de ela nos dar um exemplo do que é uma verdadeira característica, que assenta numa correspondência entre o signo e a coisa significada, permitindo substituir sem risco de erro as construções ou as operações com base nos signos às construções ou às operações com base nas coisas ou nas suas ideias. Esta representação diagramática permite de facto não apenas reconhecer os modos válidos, mas também excluir os que o não são, porque estes, como facilmente se pode fazer a experiência, não se deixam construir. Isso distingue um tal simbolismo de muitos outros mesmo entre os melhores em diversos domínios, por exemplo, da notação musical: esta indica, de facto, de maneira exacta os caracteres de cada som, altura, duração, intensidade, mas para saber quais são, entre os sons ou seus signos, as combinações musicalmente permitidas ou proibidas, há que recorrer a conhecimentos exteriores, os das regras do contraponto ou da harmonia¹. Uma outra vantagem destes diagramas em relação à formulação verbal dos silogismos, é que eles não nos dão apenas, a título de conclusão, a proposição que nós procurávamos estabelecer, mas também todas as que se podem tirar das relações entre os três termos. Notar-se-á, de resto, que não tem propriamente que construir-se essa conclusão²: basta construir as duas premissas para que a conclusão apareça no próprio desenho.

Deve contudo reconhecer-se que, se ela é intuitivamente bastante satisfatória, esta representação sofre no entanto de alguns defeitos³, nomeadamente dos dois seguintes.

Primeiro, os pontilhados deveriam intervir também para as universais afirmativas. Tal como o próprio Lambert o tinha justamente feito notar um pouco antes⁴, o enunciado *Todos os A são B* significa segura-

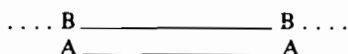
¹ *Ibidem*, III, i, 25, 29.

² *Ibidem*, I, iv, 222, e III, i, 60.

³ Numa carta a Lambert, Holland critica esta representação por linhas, objectando que a relação entre *homem* e *mortal*, por exemplo, não é a relação *sub*, mas a relação *inter*. Esta diferença de pontos de vista explica-se pelo facto de que Lambert pensava segundo a compreensão, pelo que o carácter de ser homem está *subsumido* sob o carácter de ser mortal, ao passo que Holland pensa segundo a extensão, pelo que a classe dos homens está *incluída* na classe dos mortais.

⁴ *N. Org.*, I, iv, 181.

mente que todos os indivíduos que possuem o carácter *A* estão subsumidos sob o conceito *B*, mas ele deixa indeterminado se há ou não outros indivíduos, não-*A*, que estão também subsumidos sob este mesmo conceito, ou, por outras palavras, se o enunciado *Todos os A são B* é convertível, marcando então a cópula uma equivalência (como por exemplo, em *Todos os triângulos são triláteros*). De modo que, para exprimir essa indeterminação, há que figurar assim o enunciado:

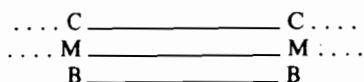


Ora, Lambert já não segue esta regra, perfeitamente pertinente, nos seus diagramas silogísticos; e não sem motivo. Ela tornaria, de facto, estes diagramas impossíveis, pois que, em *Barbara*, por exemplo, seria preciso pontilhar não apenas a primeira linha (maior universal afirmativa), mas também a segunda (menor universal afirmativa):



O que tornaria indeterminada a extensão do termo médio, e não excluiria o caso em que, excedendo a sua extensão a de *C*, poderia suceder que algum *B*, sendo *M*, ultrapassasse à direita ou à esquerda os limites que o nosso desenho arbitrariamente lhe fixou, e por conseguinte não seja *C*.

Surgem, em seguida, dificuldades quando se passa às outras figuras. Eis, por exemplo, como é figurado *Darapti*:



É claro que a representação da menor, *Todos os M são B*, não é aqui satisfatória. Ou é preciso inverter o sentido da subsunção para ler *M* sob *B*: o que é contrário à intuição de uma *subsunção*, sem que nada, nem na figura nem no texto, venha prevenir dessa perturbação. Ou é preciso converter a menor, a *Todos os M são B* substituir *Alguns B são M*, o que permite de facto a leitura do desenho: mas então já não estamos perante o *Darapti*, pois que, por um lado, a menor deixa de ser universal, e por outro, com a deslocação do termo médio *M*, o silogismo deixa de ser da terceira figura para passar para a primeira. Portanto, não somente este pretendo *Darapti* é redutível a *Darii*, mas é efectivamente reduzido a *Darii*, cuja forma reveste.

Mais que a esta figuração dos diversos modos silogísticos, é preciso estar grato a Lambert pela análise que ele fez da especificidade de cada uma das quatro figuras. A doutrina tradicional é conhecida. A primeira figura é privilegiada, é «perfeita», dizia Aristóteles, e os medievais justificavam a sua primazia fazendo assentar todo o silogismo em geral sobre o que é propriamente o princípio da primeira figura, a saber: a evidência do *Dictum de omni et nullo*. O que não impedia que sob outros aspectos

se pudessem considerar as diversas figuras como equivalentes, no sentido de que não apenas todas elas se deixavam reduzir à primeira, mas, como o já o reconhecera Aristóteles, essa redutibilidade é recíproca. Sem contestar tal redutibilidade nem a limitação estrita do *Dictum de omni* à primeira figura, Lambert propõe-se estabelecer, para cada uma das outras figuras, o princípio original que ela pressupõe directamente, e determinar ao mesmo tempo, para cada uma delas, qual é a sua função própria¹.

Consideremos, por exemplo, a segunda figura. Não se pode aí concluir do género para a espécie. A sua função é a de separar um do outro os dois sujeitos porque eles diferem pelas suas propriedades. A sua conclusão, sempre negativa, incide sobre a diferença das coisas. Uma tal figura convém pois propriamente aos casos em que duas coisas não devem ser confundidas, e ela serve-nos precisamente para evitar essa confusão. Um exame do conjunto das figuras leva assim Lambert a estabelecer o princípio próprio de cada uma:

1ª figura: *Dictum de omni et nullo*. O que é válido para todos os A, é-o também para cada A.

2ª figura: *Dictum de diverso*. As coisas que são diferentes não são conformes.

3ª figura: *Dictum de exemplo*. Quando se encontram A que são B, então pode dizer-se que há algum A que é B.

4ª figura: *Dictum de reciproco*. Se nenhum M é B, nenhum B é este ou aquele M; se C é este ou aquele B, ou não o é, então há alguns B que são C, ou que o não são.

Esta determinação da especificidade das quatro figuras indica qual é o uso normal de cada uma delas. Sem dúvida, a demonstração da sua redutibilidade mútua deixa-nos livres, num caso dado, de escolher qualquer delas; mas reconhecer, entre todas essas escolhas possíveis e igualmente concludentes, qual é a mais natural, é uma questão inteiramente diversa. Vejamos, por exemplo, para justificar a conclusão seguinte: *Há pedras que atraem o ferro*. A maneira mais normal será evidentemente raciocinar aqui *ab exemplo*, invocando o caso de uma substância que, sendo uma pedra, atrai o ferro. Far-se-á, portanto, o silogismo segundo a terceira figura: *O íman atrai o ferro, ora o íman é uma pedra, logo... Poder-se-ia por certo demonstrar a mesma proposição, de maneira também rigorosamente lógica, reduzindo este Darapti e um Darii por uma conversão da menor: O íman atrai o ferro, ora algumas pedras são ímanes, logo...; mas a menor teria então algo de inabitual e de forçado, porque sugere que, para termos o direito de pô-la, precisamos de ter examinado previamente todas as pedras que se apresentam para nos assegurarmos de que há entre elas ímanes; ao passo que ao dizer que o íman é uma pedra, avançamos uma proposição cujo conhecimento não*

¹ *Ibidem*, I, iv, 224-234. Assinalemos aqui que uma tentativa análoga, e mais rigorosa, foi feita por Jules Lachelier, no seu *De natura syllogismi* de 1871 e no seu artigo de 1876 na *Revue philosophique*, reproduzido nos seus *Études sur le syllogisme*, Paris, Alcan, 1907. Ele próprio resumiu a sua teoria na *Logique* de Rabier, p. 60-66. Ela difere da de Lambert no facto de excluir a possibilidade de uma quarta figura, e sobretudo porque, do princípio de cada uma das figuras, ela deduz os modos que daí resultam necessária e exclusivamente.

nos coloca em semelhantes embaraços. De igual modo, se precisássemos de estabelecer que *Nenhum círculo é quadrado*, raciocionariámos normalmente *a diverso*, na segunda figura: *Nenhum quadrado é redondo, ora todo o círculo é redondo, logo...*

Depois dos silogismos categóricos, Lambert passa aos raciocínios que ele chama compostos: condicionais, copulativos, disjuntivos, reduzidos à forma silogística. A diferença entre proposições categóricas e hipotéticas (condicionais) é apenas uma questão de linguagem. Damos a uma proposição a forma hipotética quando a língua não nos fornece a palavra que exprima a condição que está ligada ao sujeito; mas quando dispomos de uma tal palavra, exprimimos a mesma proposição sob a forma categórica, por exemplo: *Em todo o triângulo equilátero, os três ângulos são iguais entre si*. E inversamente toda a determinação do sujeito numa proposição categórica pode ser transformada numa condição: *Se um triângulo tem os seus três lados iguais, tem também os seus três ângulos iguais*¹. Sobre as proposições copulativas e disjuntivas, Lambert estuda nomeadamente o caso em que, quando estas proposições intervêm num silogismo, o termo médio é complexo, resultando quer de uma conjunção, quer de uma disjunção (exclusiva) de termos simples, e enumera sete formas elementares de tais silogismos, para os quais, por analogia com *Barbara*, forja vocábulos: *Caspida*, *Serpide*, etc.².

Ele não levou a silogística até à teoria dos silogismos modais. No entanto, encontra-os em parte ao tratar da probabilidade³, que é uma possibilidade numericamente quantificada, e aí fala de novo como matemático. Enveredando pela via apontada por Leibniz, e apoiado pelo desenvolvimento muito recente do cálculo de probabilidades, ele estuda o caso dos silogismos que só chegam a uma conclusão marcada pela incerteza. Donde vem esta? Do facto de, nas premissas, o termo médio ser insuficientemente determinado. É sabido que a indeterminação é uma característica das proposições particulares clássicas. Donde a regra: duas premissas particulares não geram uma conclusão. De *Alguns A são B* e *Alguns A são C*, não posso concluir que *Alguns C são B*. Mas se atenuarmos essa indeterminação das particulares indicando, por uma fracção, a relação dos casos em que o predicado pode ser atribuído ao sujeito à dos casos em que não pode sê-lo, então é levantada a restrição que envolve a combinação de duas premissas particulares, pois que acaba para estas a total indeterminação que as afectava. Assim, o seguinte silogismo é perfeitamente concludente:

$$\frac{3}{4} A \quad \text{são} \quad B$$

$$\frac{2}{3} A \quad \text{são} \quad C$$

Logo, alguns C são B.

¹ *Ibidem*, I, iii, 132.

² *Ibidem*, I, v, 280 e ss.

³ *Ibidem*, IV, v.

Uma tal conclusão é válida, pois que $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} > 1$, e que há portanto pelo menos $\frac{5}{12}$ dos A que são ao mesmo tempo B e C. E esta conclusão não é apenas provável, é certa, embora relativamente indeterminada como o é toda a proposição particular.

Suponhamos agora que com a mesma maior, se tenha como menor a proposição singular *C é A*. Nada mais daí podemos concluir com certeza, porque nada nos indica se o indivíduo C cai nos A que são B, ou nos que o não são. Mas podemos pelo menos tirar uma conclusão provável: há uma possibilidade em quatro para que C seja B. Desta vez, a fracção afectará não já um dos termos, mas a cópula, e ela marcará o grau de probabilidade da conclusão:

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{4} A & \text{são B} \\ C \text{ é } A & \\ \text{Logo, C} & \frac{3}{4} \text{ é B} \end{array}$$

Uma conclusão análoga seria ainda válida se a menor, em vez de ser uma singular, fosse uma universal ou uma particular:

$$\begin{array}{llll} \frac{3}{4} A & \text{são B} & \frac{3}{4} A & \text{são B} \\ \text{Todos os C} & \text{são A} & \text{ou:} & \text{alguns C} & \text{são A} \\ \text{Logo, todos os C} & \frac{3}{4} \text{ são B} & \text{Logo, alguns C} & \frac{3}{4} \text{ são B} \end{array}$$

Combinando as fracções que incidem sobre a extensão dos termos e as que, incidindo sobre a cópula, marcam a probabilidade de uma proposição, teríamos um silogismo como o seguinte:

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{4} A & \text{são B} \\ \frac{2}{4} C & \text{são A} \\ \text{Logo, } \frac{3}{4} C & \frac{3}{4} \text{ são B} \end{array}$$

Consideremos agora o caso em que as próprias premissas são afectadas por uma probabilidade. Nesse caso a probabilidade da conclusão é o produto das das premissas:

$$\begin{array}{ll} A & \frac{2}{4} \text{ é B} \\ C & \frac{3}{4} \text{ é A} \\ \text{Logo, C} & \frac{1}{2} \text{ é B} \end{array}$$

E se o termo médio é também ele afectado por uma fracção, a probabilidade da conclusão acha-se igualmente reduzida, por exemplo:

$$\begin{array}{rcl} \frac{5}{6} A & \frac{2}{3} \text{ é } & B \\ & C & \frac{3}{4} \text{ é } \frac{4}{5} A \\ & & \frac{4}{5} \text{ é } B \\ \text{Logo, } C & \frac{1}{3} \text{ é } & B \end{array}$$

porque $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$

Tais operações podem praticar-se sobre as diferentes figuras, por exemplo:

Camestres

Todos os A $\frac{1}{2}$ são B

Nenhum C $\frac{2}{3}$ é B

Logo, nenhum C $\frac{1}{3}$ é A

Darapti

Todos os A $\frac{2}{3}$ são B

Todos os A $\frac{4}{5}$ são C

Logo, alguns C $\frac{5}{5}$ são B

Lambert leva bastante longe os cálculos fundados nestes princípios.

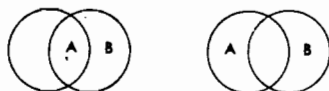
*
* *

Para um lógico, o nome de Leonard Euler (1707-1783) permanece ligado a uma certa representação diagramática das figuras do silogismo, e é por isso que ele tem um lugar, modesto valha a verdade, na história da lógica. A interpretação extensiva dos conceitos sugere muito naturalmente que eles sejam figurados por uma extensão geométrica. Recorda-se que Leibniz tinha-se dado conta disso, e que entre outros diagramas figurara já os silogismos por combinações de círculos. Mas o manuscrito de Leibniz estava ainda sepultado na biblioteca de Hanôver, de maneira que a denominação usual de «círculos de Euler» não é inteiramente injusta, pois que Euler os tinha redescoberto por si próprio. É nas suas *Cartas a uma princesa da Alemanha*, publicadas primeiro em Sampetersburgo, em 3 volumes, de 1768 a 1772, e depois em Paris, de 1787 a 1789, que ele expõe à sua maneira as noções essenciais da lógica¹, fundando-se nessa representação geométrica, cujo emprego ele justifica assim: «Estas figuras redondas, ou antes estes espaços (porque não importa que figura lhes demos) são muito próprias para facilitar as nossas reflexões sobre esta matéria, e para desvendar-nos todos os mistérios que as pessoas apregoam na lógica, e que nela só com muita dificuldade se demonstram, ao passo que, por meio destas figuras, tudo salta logo à vista².»

¹ 2.^a parte, cartas 34-40; ver especialmente as cartas 35 e 36. Citamos segundo a edição proporcionada por Cournot, vol. I, Paris, Hachette, 1842.

² Carta 35, início; p. 412.

Primeiro, cada um dos dois termos de uma proposição é simbolizado por um círculo. Para as universais, o círculo A que simboliza o sujeito é interior ao círculo B para a afirmativa, e exterior para a negativa. Para as particulares, onde os dois círculos se entrecruzam, surge uma dificuldade para distinguir a afirmativa e a negativa: Euler resolve a questão inscrevendo para a afirmativa a letra A na parte do círculo que se entrecruza com B, para a negativa na que se encontra fora de B:



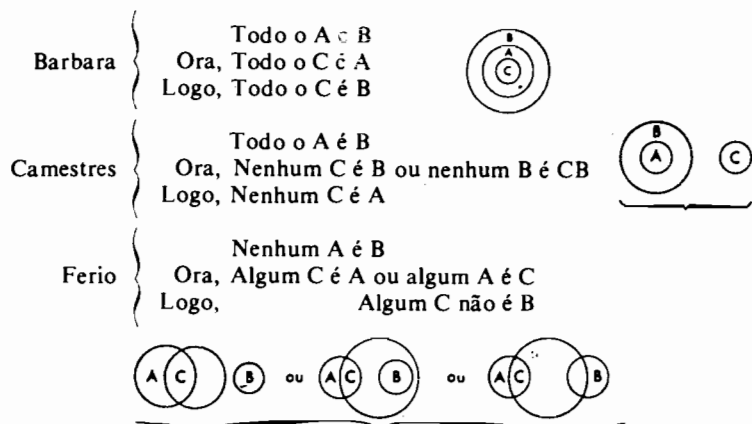
Este «emblema», para falar como Euler, da particular nem por isso deixa de ficar imperfeito, dado que equivale a dar a *algum* um sentido restritivo que na teoria ele não possui, em que *algum A é B* é ainda verdadeiro quando *Todo o A é B*.

A partir daí Euler, encarando sucessivamente as quatro eventualidades para a maior (universal ou particular e, em cada caso, afirmativa ou negativa), mostra quais são para cada uma delas, segundo as diversas combinações possíveis entre três círculos cada um dos quais simboliza um dos três termos, as formas de silogismos válidas. Ele enumera vinte, mas observa que duas dentre elas reduzem-se ao mesmo, de modo que restam dezanove formas diferentes, cuja validade «salta à vista» sem outra demonstração, a partir do momento que se admitem estes dois princípios intuitivamente evidentes: *Tudo o que está no conteúdo encontra-se também no continente*; e: *Tudo o que está fora do continente está também fora do conteúdo*¹. Mostra seguidamente que estas dezanove formas correspondem aos dezanove modos tradicionalmente reconhecidos como válidos nas quatro figuras. A concordância entre os dois quadros que ele dá não se apresenta no entanto sem algumas dificuldades. Em primeiro lugar, fica-se um tanto constrangido pelo facto de Euler ter achado bem empregar letras diferentes para os dois quadros. O constrangimento seria mínimo se fosse verdade que, como ele declara, «toda a diferença consiste em que me sirvo aqui das letras P, Q e M, em vez das letras A, B e C²». Ora, a diferença vai mais longe, porque enquanto que P, Q e M, designam respectivamente, de maneira regular, o termo pequeno, o grande e o médio, o emprego das letras A, B e C, varia de uma maneira aparentemente bastante arbitrária de uma configuração para a outra, o que, na ausência de uma correspondência regular entre os dois sistemas de letras, não facilita a leitura à primeira vista. Uma outra dificuldade, menos exterior, consiste no facto de que, quando uma das premissas é convertível simplesmente, como é o caso para E e I, Euler chega a justapor as duas expressões de modo que acontece a mesma forma corresponder equivocadamente a duas figuras.

¹ Notar-se-á que Euler reduz falsamente a relação de continência $A < B$ à de inclusão $A \leq B$, que funciona na teoria do silogismo.

² Carta 38, fim; p. 432.

Finalmente, uma outra dificuldade vem da indeterminação da particular, ao passo que a figuração geométrica lhe impõe uma certa determinação; o que obriga, quando uma tal proposição intervém num silogismo, a justapor várias figurações possíveis entre as quais se escolherá. Bastarão três exemplos para que o seu simples exame faça compreender a teoria, mas ao mesmo tempo deixe transparecer as suas dificuldades:



O uso deste simbolismo geométrico não deve de modo nenhum criar ilusões: a lógica de Euler nem por isso é matematizada. Só a apresentação difere. Quanto ao fundo, Euler, atém-se tanto ao ensino tradicional que, por exemplo, não pode conceber as proposições hipotéticas senão como proposições atributivas duplas, da forma *Se A é B, então C é D*, tendo assim quatro termos a maior do silogismo hipotético. E ele pensa que, por mais variadas que sejam as expressões que queiram dar-se, todos os raciocínios concludentes, incluindo os da matemática, podem reduzir-se a silogismos. «Todos os raciocínios pelos quais se demonstram tantas verdades na geometria deixam reduzir-se a silogismos formais. Ora, não é necessário que os nossos raciocínios sejam sempre propostos em forma de silogismos, desde que o fundamento seja o mesmo; nos discursos e ao escrever tem-se mesmo a presunção de disfarçar a forma silogística¹.»

*
* *

O Essai de dialectique rationnelle, de Joseph Gergonne (1771-1859), foi publicado, coisa bastante insólita na época, numa compilação periódica² reservada às matemáticas. A quem se espantasse por isso, «eu observaria para minha justificação, escreve Gergonne, que em primeiro lugar as ciências exactas são, por assim dizer, as únicas nas quais os

¹ Carta 37; p. 246.

² *Annales de mathématiques pures et appliquées* (muitas vezes designados como *Annales de Gergonne*), t. VII, Nîmes, 1816-1817, p. 189-228.

processos de dialéctica racional são rigorosamente aplicáveis; e que seguidamente a doutrina que eu exponho, e mais ainda a forma sob a qual eu a apresento, só poderá ser bem captada por géometras, ou pelo menos por aqueles que possuam o espírito geométrico»¹. Encontra-se nele, sob uma forma ainda tímida, a ideia de uma lógica simbólica, que permite substituir o raciocínio por um cálculo cego. «Repete-se incessantemente que *há que raciocinar apenas sobre objectos dos quais se tem uma ideia bem nítida*; e, no entanto, nada é mais falso. Raciocina-se de facto com palavras, tal como em álgebra se calcula com letras; e, tal como se pode executar com exactidão um cálculo algébrico sem sequer se suspeitar da significação dos símbolos com base nos quais se opera, pode-se de modo semelhante acompanhar um raciocínio sem conhecer de modo nenhum a significação dos termos nos quais ele está expresso, ou sem sequer pensar nela, se ela é conhecida... É, sem dúvida, indispensável conhecer bem ideias sobre as quais se quer formar imediatamente algum juízo; mas isso não é de modo nenhum necessário para concluir um juízo de vários outros.» E: «Nunca deve perder-se de vista que o cúmulo da perfeição dos métodos é colocar nas nossas mãos os meios de chegar mecanicamente, e sem a ajuda de nenhuma espécie de raciocínio, ao objectivo que nos propomos alcançar»².

Em Gergonne, no entanto, tais declarações têm ainda um alcance modesto, a julgar pela maneira como ele as ilustra. Tendo partido de uma ideia original, e que podia servir de base à constituição de uma lógica das classes liberta da tutela aristotélica, ele serve-se dela, de facto, para ir ao encontro e justificar os ensinamentos da lógica tradicional. Onde, após o interesse que o propósito inicial despertou, a relativa decepção que se sente ao ver a utilização que dele é feita.

A ideia de uma interpretação geométrica da extensão dos conceitos é por certo banal. Mas até aqui ela tinha servido, em Leibniz e em Euler, para encontrar *a posteriori* uma configuração geométrica dos raciocínios segundo as diversas espécies de proposições elementares, previamente reconhecidas segundo os usos da linguagem. Gergonne parte pelo contrário, como géometra, das diferentes relações de situação possíveis entre duas figuras planas, por exemplo, dois círculos, para decalcar sobre eles as diversas relações possíveis, numa proposição simples, entre as duas ideias que ele reúne, uma como sujeito, e a outra como predicado. ele chega assim a uma distribuição das proposições simples que difere sensivelmente da distribuição usual segundo a quantidade e a qualidade, dado que comporta cinco proposições, todas afirmativas.

Consideremos as relações entre os dois círculos num plano. Apresentam-se quatro casos, o quarto dos quais se desdobra. E duas ideias, quanto à sua extensão, comportam-se de igual modo. Com efeito, duas ideias, tal como dois círculos, podem estar totalmente fora uma da

¹ P. 191.

² P. 211, nota e 215, nota.

outra, como *polaco* e *espanhol*, ou *termómetro* e *microscópio*; ou então recortarem-se como *velho* e *médico*, ou *fidalgo* e *sábio*; ou ainda recobrirem-se exactamente, como *batavo* e *holandês*, ou *Palas* e *Minerva*; ou, por fim, uma pode estar totalmente encerrada no outro, como *francês* e *uropeu*, ou *escultor* e *artista*; só que, neste último caso, a relação já não é recíproca como nos três primeiros, de maneira que é preciso distinguir entre *estar contido em* — se se tomarem, em cada um dos nossos dois últimos pares dados como exemplo, as palavras na ordem em que as apresentámos — e *contém* — se se inverter a sua ordem. Acabam, pois, por obter-se cinco relações fundamentais, que determinam cinco espécies fundamentais de proposições simples. Podemos designá-las respectivamente por H (fora de), X (entrecruzamento), I (identidade), C (está contido em, inclusão directa), e $\supset$ (contém, inclusão inversa). «E do mesmo modo que é impossível conceber, entre dois círculos situados num mesmo plano, outras espécies de situações respectivas para além das que acabam de ser assinaladas, deve ser igualmente impossível conceber, entre duas ideias, outras relações de extensão para além das que acabamos de fazer conhecer¹.» O sistema a que assim se chegou é portanto completo, os seus termos são colectivamente exaustivos.

Mas são, além disso, mutuamente exclusivos, sem nenhuma sobreposição. Sob este aspecto, o novo sistema é mais satisfatório que o sistema clássico das quatro proposições, em que as duas particulares se recortam entre si e, além disso, incluem cada uma delas a universal da mesma qualidade. Daí resulta que o novo sistema está melhor determinado que o antigo no qual, à excepção da universal negativa que corresponde exactamente à exclusão recíproca, as outras proposições são multívocas: a universal afirmativa pode significar quer a inclusão, quer a identidade; a particular afirmativa, quer a intersecção, quer a identidade, quer a inclusão, directa ou inversa; por fim, a particular negativa pode significar quer a exclusão recíproca, quer a intersecção, quer a inclusão inversa. Além disso, este sistema puramente extensivo deixa de estar assediado, como o sistema tradicional, entre a consideração da extensão e a da compreensão, e encontra-se assim exactamente adaptado às necessidades da lógica das classes.

Finalmente, distingue-se ainda pelo facto de que, fundado na intuição geométrica em vez de ser inspirado por uma análise do discurso, ele se libertou completamente das servidões da linguagem usual. Gergonne reconhece expressamente este último carácter: «Não há nenhuma língua na qual uma proposição exprima precisa e exclusivamente em qual dos nossos cinco casos se encontram os dois termos que a compõem; uma tal língua, se existisse, seria muito mais precisa que as nossas; ela teria cinco espécies de proposições; e a sua dialéctica seria inteiramente diferente da das nossas línguas².» Só que, em vez de ver aí um convite a construir essa língua artificial, e com ela essa «dialéctica racional», Ger-

¹ P. 194.

² P. 199, nota.

gonne contenta-se com assinalar um pesar por essa discordância entre os fundamentos dessa nova dialética e os usos linguísticos. Agora ele dedica-se exclusivamente a encontrar as leis tradicionais da oposição, da conversão e do silogismo, apenas, no que se refere à silogística, com alguns afastamentos mínimos que não excedem os que a teoria já conheceu ao longo dos séculos. A sua tentativa de dialética racional muda repentinamente. «Com efeito, escreve Brunschvicg, quando Gergonne assinalou os pontos de concordância entre o seu algoritmo e a lógica tradicional, parece que a sua própria pesquisa se tenha esgotado¹.» E as últimas palavras do seu *Essai* traem, de facto, uma espécie de desencorajamento perante a ideia de uma empresa mais vasta: «O que fica dito proporcionaria uma teoria completa do mecanismo do raciocínio, se no discurso se empregassem sempre proposições simples; mas, infelizmente, as nossas línguas empregam um grande número de outros tipos de proposições; parece igualmente difícil quer restringir o seu número, quer apresentar uma teoria que abranja todas aquelas de que se pode fazer uso².»

Finalmente, é sem dúvida noutro lado que não neste ensaio de lógica, por muito justo e interessante que fosse o seu princípio, que é preciso procurar aquilo que, do pensamento de Gergonne, deixou marcas na nossa lógica contemporânea. Em *Essai sur la théorie des définitions*, publicado nos mesmos *Annales de mathématiques*³, ele introduz a noção de *definição implícita*, entendendo por isso o caso em que o sentido de um termo se acha fixado pelo uso que dele é feito numa ou várias proposições. «Se uma frase, observa ele, contém uma única palavra cuja significação nos é desconhecida, o enunciado dessa frase poderá bastar para nos revelar o seu valor. Se, por exemplo, se diz a alguém que conhece bem as palavras *triângulo* e *quadrilátero*, mas que nunca ouviu pronunciar a palavra *diagonal*, que cada uma das duas diagonais de um quadrilátero o divide em dois triângulos, ele conceberá imediatamente o que é uma diagonal e concebê-lo-á tanto melhor quanto se trata da única linha que possa dividir o quadrilátero em triângulos. Estes tipos de frases que dão assim a compreensão de uma das palavras de que se compõem, por meio da significação conhecida das outras, poderiam ser chamados *definições implícitas*, por oposição às definições ordinárias, que se chamariam *definições explícitas*⁴.» Esta noção assumirá uma importância particular quando, no final do século, se acabar por dar às teorias dedutivas a forma axiomática, onde justamente o sentido dos termos primeiros, e portanto não definidos explicitamente, se encontra implicitamente determinado pelas relações que as proposições primeiras enunciam entre eles. É verdade que então é o conjunto dos

¹ *Les Étapes*, § 219, p. 373. Assinale-se um esforço recente para tirar um partido lógico das relações fundamentais de Gergonne: J. A. Faris, «The Gergonne relations», *Journal of Symbolic Logic*, 1955, p. 207-231.

² P. 228.

³ 1818, p. 1-35.

⁴ P. 22-23.

termos primeiros que se encontra assim fixado solidariamente; além disso, sucede habitualmente que, contrariamente ao exemplo elementar atrás citado, esse sentido só é fixado de maneira equívoca, já que um mesmo sistema de axiomas admite em geral várias interpretações. Ora, antes mesmo de se ter falado de axiomática, a possibilidade de uma dupla interpretação de um mesmo conjunto de proposições tinha impressionado alguns matemáticos, no caso particular em que dois termos de uma teoria podem ser intermudados sem que a verdade seja alterada; e precisamente Gergonne, inspirando-se nos trabalhos de Poncelet, sublinhara tais casos de dualidade. É assim que, sempre nos mesmos *Annales*, ele expõe uma parte da geometria escrevendo-a em duas colunas em que, da esquerda para a direita, as proposições só diferem pela permutação de alguns dos seus termos. Esta pluralidade das interpretações facilitou a distinção, absolutamente essencial para o formalismo contemporâneo, entre a estrutura abstracta de um sistema dedutivo simbolizado, e as significações concretas que ele admite: distinção que o próprio Leibniz, como se recorda, só imperfeitamente tinha captado ainda, e que o próprio Boole, como se verá, não saberá levar até às suas consequências. É portanto justo lembrar, com um matemático alemão¹, que «se sabemos dar aos nossos pensamentos uma forma projectiva e dualística, devemos-lo tanto a Gergonne como a Poncelet».



Com Bernard Bolzano, matemático e teólogo (1781-1848), abandona-se decididamente o domínio da lógica clássica para penetrar no vestibulo da lógica contemporânea.

Quando foi publicada, em 1837, a sua volumosa obra *Wissenschaftslehre*² quase não atraiu a atenção. É nos nossos dias que aí se descobre, por um olhar retrospectivo, um grande número de ideias que fazem com que ela se apresente como mais próxima das nossas concepções lógicas actuais que os trabalhos dos autores que acabamos de passar em revista, e mesmo mais próxima, sob certos aspectos, que os de Boole, com quem Bolzano não se parece praticamente, ao passo que se pode facilmente, sem forçar as coisas, encontrar muitíssimas analogias entre o seu pensamento e o do verdadeiro iniciador da lógica contemporânea. Com efeito, tal como Frege ele propõe-se renovar a lógica de maneira a adaptá-la melhor às exigências de uma exposição verdadeiramente científica das matemáticas; como ele, Bolzano insiste vigorosamente na objectividade das leis lógico-matemáticas; tal como ele, enfim, consagra uma boa parte das suas especulações a questões que relevam daquilo a que hoje chamamos a metalógica.

¹ Schoenflies; citado em *Histoire de la science* da Encyclopédie de la Pléiade, Paris, Gallimard, 1959, p. 664.

² Reimpressa em Leipzig, Felix Meiner, 1929-1931.

O seu desígnio não é de modo nenhum algebrizar a lógica, integrando-a na matemática como um dos seus capítulos. Longe de subordiná-la às matemáticas, ele quer, pelo contrário, torná-la apta a aguentar o edifício matemático. Para isso é preciso ao mesmo tempo renovar a lógica e redistribuir o conjunto das disciplinas matemáticas. A vontade de renovação da lógica está marcada no subtítulo da sua obra: «tentativa de uma apresentação pormenorizada, e em grande parte nova, da lógica.» Mas esta renovação da lógica é para ele apenas um meio em ordem ao grande projecto que foi o de toda a sua vida científica, a saber: uma reconstrução da totalidade das matemáticas contemporâneas em bases assim renovadas. Que, desde o início, o tenha preocupado o problema do fundamento das matemáticas, disso dá testemunho, após a sua tese de doutoramento, a sua primeira obra científica, que se intitula *Contributos para uma apresentação da matemática sobre melhores fundamentos*¹. E antes mesmo de ter acabado a *Wissenschaftslehre*, da qual apenas as três primeiras partes se referem à lógica, ao passo que as três últimas tratam da teoria do conhecimento em geral, da heurística, e enfim daquilo que é propriamente a teoria da ciência, ele consagra os vinte últimos anos da sua vida a uma empresa que não deixa de anunciar, no seu desígnio senão no seu conteúdo, o que será a dos Bourbaki. Esta *Großsenlehre*, da qual só pôde realizar algumas partes, era concebida como uma enciclopédia sistemática do saber matemático da sua época. A matemática é aí encarada, tal como o indica o título, como a ciência da quantidade, mas a quantidade é aí entendida de maneira bastante ampla, incluindo tudo o que cai sob a relação geral $\leq$; x é uma quantidade, se existir um y tal como $x \leq y$ ou $y \leq x$. O plano de conjunto comportava três partes: uma teoria da quantidade em geral, a quantidade pura, depois, uma teoria das ciências especiais da quantidade (teoria dos números, reais e imaginários, goniometria, cálculo diferencial e integral), e, por fim, uma teoria das ciências que aplicam a quantidade (combinatória, teoria das probabilidades, teoria do tempo, teoria do espaço ou geometria, ciências físicas e naturais)².

A sua experiência de matemático, conjugada com a sua formação escolástica, dera a Bolzano um forte sentimento da objectividade das ideias e dos pensamentos, como entidades distintas não apenas das palavras pelas quais se exprimem, mas dos processos pelos quais o espírito os apreende. Em alemão tal como em francês, as palavras *Satz* (*proposition*) e (*Urteil*) (*judgement*) são equívocas, pois que a primeira designa igualmente a expressão verbal, a frase, e a segunda o acto do pensamento. Para marcar a diferença, Bolzano emprega a expressão *proposição em si* (*Satz an sich*). Não mais que as das matemáticas, as proposições da lógica não são, como as denominará ainda Boole, «leis do pensamento»; são verdades objectivas, totalmente independentes do

¹ *Beitrag zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*, 1810; reimpresso em Paderborn, 1926.

² Segundo Jan Berg, *Bolzano's Logic*, Estocolmo, Almqvist & Wiksell, 1962, p. 17-25.

facto histórico accidental de tomarmos conhecimento delas, e que não deixariam de subsistir se ninguém as pensasse, nunca tivesse pensado nem devesse jamais vir a pensá-las. Não se pode, por certo, dizer que elas existem, no sentido habitual deste termo, que implica uma posição no espaço e no tempo. Nem por isso deixam de ter uma realidade, que não poderá reduzir-se à do reflexo numa consciência. Bolzano opõe-se com insistência a toda a forma de subjectivismo, incluindo a subjectividade transcendental de Kant, um filósofo de quem ele não gosta muito. Há uma verdade em si, *Wahrheit an sich*, quer a conheçamos quer não. «O que entendo por *proposição*, não é para mim o que os gramáticos chamam uma proposição, a saber, a expressão verbal, mas unicamente o *sentido* dessa expressão, o qual, necessariamente e sempre, só pode ser verdadeiro ou falso: uma *proposição em si* ou uma *proposição objectiva*. Concilio bem a concepção de uma proposição no espírito de um ser pensante, concebo bem as proposições pensadas e os juízos que têm por objecto uma existência, a saber, no espírito daquele que pensa essas proposições e que faz esses juízos. Mas as puras proposições em si, ou as proposições objectivas, conto-as entre uma espécie de coisas que não são absolutamente em nada existentes, e que jamais poderão vir a sê-lo. Que nós pensemos numa proposição, que julguemos que uma coisa seja assim ou de outro modo, isso é qualquer coisa de real, que apareceu num tempo determinado e que acabará também num tempo determinado; os sinais escritos, pelos quais expomos em algum lado tais proposições, são de igual modo algo que pertence à realidade; mas as próprias proposições em si não pertencem a nenhum tempo nem a nenhum lugar¹.»

E como as proposições se compõem de ideias — o que não impede que estas possam elas próprias incidir sobre proposições — a objectividade (*Gegenständlichkeit*) das proposições supõe a das ideias: deve-se portanto falar também de ideias em si (*Vorstellungen an sich*). Cada ideia está coordenada a uma classe de objectos que constituem a sua extensão. Quando essa classe é vazia, a ideia é também ela vazia (*gegenstandlos*), quer porque a classe correspondente o é necessariamente (quadrado redondo), quer porque o é simplesmente de facto (montanha de ouro). Esta concepção das ideias como uma espécie de essência ou de maneira de ser (*Beschaffenheit*) teve em Bolzano uma consequência que se considerará, sem dúvida, bastante deplorável. Convidando a conceber, na proposição, os atributos como noções abstractas, susceptíveis de exprimir-se na linguagem por substantivos, ela levou-o a substituir o verbo *ser* pelo verbo *ter* como cópula fundamental. Ele pensa que todas as proposições podem «reduzir-se» (*zurückführen*) a duas formas primitivas, que são (se simbolizarmos as ideias por $V = Vorstellung$): « V_1 tem V_2 », e « V_1 tem a falta de V_2 ». O que leva rapidamente para expressões forçadas e bastantes estranhas. *Pégaso está morto* torna-se *Pégaso tem a morte*; *Pégaso não está morto*, *Pégaso tem a falta de morte*; e se quisermos dizer que esta última proposição é falsa,

¹ Citado por J. Berg, *op. cit.*, p. 47-48.

diremos: *A proposição que Pégaso tem a falta de morte tem a falsidade.* A proposição particular *Algum A é B* deverá exprimir-se: *O termo um-A que é B tem a não-vacuidade.* Não é certamente isso o que mais nos seduz no nosso autor.

Finalmente — e desta vez a tese tem um interesse inteiramente diferente —, dado que as proposições se compõem para formar raciocínios, estes devem ser eles próprios concebidos como estruturas objectivas, distintas das nossas operações mentais. Vê-se assim que Bolzano é dos primeiros a ter nitidamente captado e marcado a diferença entre duas funções da demonstração que, até então, tinham sido mais ou menos confundidas: aquilo a que poderíamos chamar a sua função lógica e a sua função persuasiva. A apresentação lógica de um sistema dedutivo como o é o das teorias matemáticas tem por objecto essencial, não fazer admitir as consequências a quem admite os princípios, mas estabelecer uma certa organização sistemática das proposições que já lá se encontra, previamente ao nosso conhecimento, e que nos contentamos a fazer com que apareça claramente. Já a partir de *Beitrag* de 1810, Bolzano escrevia: «Dentro do sistema de todos os juízos verdadeiros reina uma conexão objectiva, independente do facto contingente de nós a conhecermos subjectivamente; é por ela que alguns juízos são o fundamento dos outros...»

Entre as análises lógicas, ou antes metalógicas, de Bolzano, duas retiveram a atenção dos nossos contemporâneos. Não tanto pelas soluções a que nele chegam, soluções que já não podem satisfazê-los, mas porque ao menos encontram aqui levantados e estudados problemas fundamentais com que eles próprios rapidamente vieram a confrontar-se e que longamente os ocuparam.

Em primeiro lugar a noção de analiticidade². Os enunciados da lógica, em particular, são analíticos, mas que deve entender-se com justiça por isso? Sabe-se que Kant tinha feito a distinção entre os juízos analíticos e os juízos sintéticos, conforme a noção do predicado está ou não contida na do sujeito. Bolzano, com razão, não pode contentar-se com uma tal definição. Em primeiro lugar, ela é demasiado vaga. Em certo sentido, é demasiado restrita, pois que deixaria escapar proposições como *Todas as coisas são V ou não-V*. Entretanto, sob outros aspectos ela é demasiadamente ampla, pois que deveria incluir proposições como *O pai de Alexandre, rei de Macedónia, era rei de Macedónia*. Além disso, a repartição que Kant faz entre proposições analíticas e proposições sintéticas não deixa lugar às proposições contraditórias. Para precisar a noção, Bolzano faz apelo à operação da substituição que, nele como em nós, desempenha um grande papel. Toda a proposição comporta diversos «constituintes». Se, numa proposição, substi-

¹ Citado por J. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme*, Paris, Hermann, 1938, p. 46-47.

² Ver Y. Bar-Hillel, «Bolzano's definition of analytic truth», *Theoria* (Lund), 1950, p. 91-117; publicado também em *Methodos* (Milão), 1950, p. 32-55.

tuirmos a um dos seus constituintes outros constituintes pertencentes à mesma classe, e se, sejam quais forem essas substituições, a proposição continuar a ser sempre verdadeira ou sempre falsa (ou, para falar como Bolzano, se ela for universalmente válida ou universalmente inválida), então diremos que ela é analítica *relativamente a essa classe de constituintes*. Por exemplo, a proposição *O homem Caius é mortal* continua a ser verdadeira se nela substituirmos o constituinte *Caius* por um constituinte tal como *Sempronius*, *Titus*, etc. Pode naturalmente conceber-se a analiticidade de uma proposição relativamente a vários dos seus constituintes. Quando a parte deixada invariável de uma proposição analítica contém apenas noções de ordem lógica, essa proposição diz-se *logicamente* analítica. Bolzano introduz para estas, diversas distinções: uma proposição analítica é-o explícita ou implicitamente; é idêntica (Bolzano diz também: tautológica) ou não.

Observar-se-á: 1.º que a analiticidade, tal como ele a define, é uma noção muito mais ampla que a simples analiticidade lógica, que é apenas uma sua espécie; 2.º que ela é relativa à escolha deste ou daquele constituinte da proposição; 3.º que, contrariamente a Kant e mesmo ao uso ainda hoje mais espalhado, ela admite entre as proposições analíticas as proposições universalmente inválidas, e portanto as proposições logicamente inválidas, as que envolvem uma contradição: o que tem a vantagem de tornar exaustiva a repartição das proposições entre analíticas e sintéticas. A sua concepção da analiticidade leva no entanto a consequências dificilmente aceitáveis. Para tomar um exemplo muito simples, que vamos buscar a Kneale¹: vejamos a proposição *Kant não é um filósofo do século XVIII falecido no dia do aniversário do seu nascimento*; se se verificar que nenhum dos filósofos do século XVIII morreu no dia do aniversário do seu nascimento, ter-se-á de dizer, se se aceitar a definição de Bolzano, que esta proposição é analítica, pois que será universalmente válida, seja qual for o nome que se substitua ao de Kant como constituinte da proposição; o que é fazer depender a analiticidade de um simples acidente histórico.

Uma outra noção capital em sintaxe lógica que Bolzano analisou foi a de derivabilidade (*Ableitbarkeit*) entre duas proposições ou dois grupos de proposições. Foi ele que introduziu esta noção, e Berg vê aí uma das suas maiores descobertas². Fá-la assentar na de consistência, e concebe-a naturalmente como uma conexão objectiva, que funciona entre proposições — e não entre juízos. Limita-se à relação silogística. Expressimos por A, B, C, e M, N, O, dois conjuntos de proposições, e por *i, j*, as ideias que são os seus constituintes. «Quando afirmamos que M, N, O, são deriváveis de A, B, C, relativamente às ideias *i, j*, no fundo queremos apenas dizer o seguinte: todo o conjunto de ideias que, substituído às *i, j*, nas proposições A, B, C, e M, N, O, torna verdadeiras ao mesmo tempo todas as proposições A, B, C, tem a propriedade de tor-

¹ D. L., p. 366-367.

² Op. cit., p. 116.

nar também verdadeiras ao mesmo tempo as proposições M, N, O.» O que, continua Bolzano, exprimimos habitualmente dizendo: «Se A, B, C, são verdadeiras, então M, N, O, são também verdadeiras», ou ainda: «M, N, O, *seguem-se* (*folgen*) de A, B, C,», ou «deixam-se *concluir* (*schliessen*). «E ele acrescenta: «A ideia daqueles dentre os constituintes de A, B, C, e M, N, O, que são tais que todo o conjunto arbitrário de ideias que, posto no lugar das primeiras, torna verdadeiras A, B, C, e torna também as M, N, O, sempre verdadeiras, possui a objectividade¹.» Semelhante definição da derivabilidade supõe que o antecedente e os consequentes possam ser verdadeiros e, portanto, que sejam consistentes. É por isso que a derivabilidade assume, em Bolzano, um carácter bastante restrito. Por outro lado, a distinção entre a noção sintáctica de derivabilidade e a noção semântica de consequência (*Abfolge*) não podia conceber-se claramente antes de ter sido estabelecida uma distinção nítida entre sintaxe e semântica; e na ausência de um cálculo estritamente formalizado. Razão por que, enquanto que Tarski definiu a consequência lógica de maneira tal que já não possa confundir-se com a de derivabilidade, a concepção bolzaniana da derivabilidade é, de facto, como o sublinhou Scholz, bastante próxima da noção tarskiana de consequência.

Apesar da admiração por aquele a quem chamava «o grande Leibniz», Bolzano concebia a tarefa da lógica de uma outra maneira. Estas duas maneiras ilustram as duas exigências divergentes às quais exigimos hoje que a lógica simbólica satisfaça. Por um lado, a exigência de rigor formal só pode ser satisfeita pela construção de um *calculus ratiocinator* fundado numa *característica*, que permitem reduzir a actividade lógica a um jogo de escrita, a uma sequência de operações sobre signos despojados da sua significação e olhados como simples elementos de uma arte combinatória. Ora, uma ligação demasiado exclusiva aos símbolos, uma transformação do raciocínio numa manipulação cega de simples grafismos ou «inscrições», corre o risco de arrastar o lógico para uma interpretação nominalista, que acaba por ser convencionalista, que tenderia a reduzir as suas actuações a uma espécie de actividade lúdica. Ao passo que a exigência de cientificidade, por outro lado, exige que se liberte o objecto da lógica ao mesmo tempo das fórmulas pelas quais nós a exprimimos e das operações de todas as espécies pelas quais o sujeito toma conhecimento dela. A lógica não é nem uma arte de manejar os símbolos nem uma arte de dirigir os nossos pensamentos, mas uma disciplina puramente contemplativa, que se atribui como tarefa o estabelecer, ou melhor dizendo, o descobrir, um conjunto de verdades que se bastam a si próprias, fora do tempo e do espaço, independentemente da consciência que delas tomamos num certo momento da história, e dos signos que traçamos na extensão para representá-las. O que parece pressupor um realismo das essências ou, como hoje se diz com frequência, um «platonismo». Mas então as relações linguísticas, estabelecem-se não já entre fórmulas ou elementos de uma fórmula, mas entre ideias-em-si.

¹ *Wissenschaftslehre*, II, 198 e ss.; citado por Bochenski, *F. L.*, p. 328-329.

entre proposições-em-si. E nestas condições, as fórmulas, os cálculos, tornam-se coisas relativamente acessórias.

Não fomos os primeiros a sublinhar certas analogias entre as ideias de Bolzano e as de Frege. Um e outro opõem-se tanto ao nominalismo como ao subjectivismo, e sublinham com força a objectividade das noções e das verdades lógico-matemáticas. Mas Frege terá a vantagem não só de ter esclarecido, melhor que Bolzano pudera fazê-lo, um certo número de noções lógicas fundamentais, mas também o ter combinado as suas análises com a construção de uma ideografia e, por meio desta, com um cálculo.

2. Do lado dos filósofos

À excepção de Leibniz, os grandes filósofos da época moderna quase não dedicaram interesse à lógica, embora ela tenha sido sempre olhada, em princípio, como uma disciplina filosófica. Praticamente ela já só subsiste como matéria de ensino. Chr. Woff, que põe em manuais a filosofia leibniziana, escreveu assim uma *Philosophia rationalis sive logica, methodo scientifica pertractata* (1728), à qual corresponderá dez anos mais tarde, para o domínio ético e jurídico, uma *Philosophia practica universalis, methodo scientifica pertractata*. Mas, apesar da pretensão científica igualmente exibida no título de ambas as obras, e o propósito geral do autor de apresentar o conjunto da filosofia segundo o método demonstrativo que é o dos matemáticos¹, a sua posição não faz lembrar a de Euclides, a não ser por algum vocabulário seu que utiliza. O principal interesse da sua lógica está, sem dúvida, em ter sugerido a Kant a famosa tabela dos juízos que serve de fundamento à sua lista das categorias.

O próprio Kant não negligenciou totalmente a lógica, mas os seus contributos para ela são mínimos — como era natural da parte de quem considerava esta ciência já acabada — e a sua qualidade é discutível. Um dos seus opúsculos incide *Sobre a falsa subtileza das quatro figuras do silogismo* (1760), e um dos seus discípulos, B. G. Jaesche, publicou em 1800 o seu curso de lógica, muito banal e elementar². Foi antes por certas teses da *Crítica da Razão Pura* que ele deixou uma marca na história da lógica. Primeiro, pela sua tabela de juízos, reduzidos a quatro títulos cada um dos quais contendo três momentos: quantidade (universais, particulares, singulares), qualidade (afirmativos, negativos, indefinidos), relação (categóricos, hipotéticos, disjuntivos), modalidade (problemáticos, assertóricos, apodícticos). A regularidade deste quadro, que satisfazia Kant, é fictícia. A sua aparência sistemática disfarça mal o seu carácter rapsódico. Não se vê que algum princípio, que não seja um desejo arbitrário de simetria, comande a repartição em quatro títulos

¹ Cum nobis proposuerimus philosophiam universam methodo demonstrativa pertractare (Prefácio à *Philosophia practica*).

² A tradução francesa da *Lógica de Kant*, por J. Tissot (Paris, Ladrance, 1840) contém também, em apêndice, a tradução do opúsculo *Von der falschen Spitzfindigkeit der vier syllogistischen Figuren*.

nem, dentro de cada um deles, a divisão ternária. Nada garante que o quadro seja completo, nem que qualquer dos juízos possa estar situado num dos três momentos de cada título, nem que ele possa sê-lo conjuntamente com a sua situação num título vizinho: haverá lugar, por exemplo¹, para juízos que sejam ao mesmo tempo hipotéticos e negativos, ou disjuntivos e particulares?

Uma outra tese de Kant que, desta vez, deixou marcas duradouras no vocabulário lógico, é a distinção que ele faz entre juízos analíticos e juízos sintéticos, conforme a noção do predicado está ou não contida na do sujeito. Distinção seguramente capital em lógica, mas as definições que Kant dá conviriam quando muito ao caso das proposições atributivas categóricas interpretadas em compreensão e mesmo, entre estas, mais estritamente apenas às afirmativas universais. Mesmo neste domínio privilegiado, elas continuam ainda a ser vagas e relativas: o mesmo enunciado que é para mim sintético quando me trazem uma informação nova sobre o sujeito, não se tornará analítico, se nos reportarmos à definição kantiana, uma vez que terei incorporado o predicado no sujeito como um dos seus caracteres constitutivos? A aparente dicotomia kantiana deixa aliás escapar o caso das proposições contraditórias. Finalmente, e não é esse o seu menor defeito aos olhos de um lógico, as definições de Kant, como o mostram os exemplos com que ele as elucida (os corpos são extensos, os corpos são pesados), não permitem catalogar uma proposição dada numa ou noutra divisória a não ser referindo-se ao seu conteúdo: perguntar-se *S é P* é analítico ou sintético não faz qualquer sentido. E no entanto, o próprio Kant teria, sem dúvida, admitido que um enunciado como *S é P ou não-P* é analítico; só que, não é a sua definição que teria permitido fazê-lo.

É sabido que a palavra *lógica* figura, na *Crítica da Razão Pura*, no título da segunda parte, que ocupa por si só quase toda a obra, mas que é aí precisada pelo qualificativo de *transcendental*. Enquanto que a lógica geral ou formal faz abstracção de todo o conteúdo do conhecimento para só encarar a forma do pensamento, a lógica transcendental tem por objecto determinar a origem, a extensão e o valor dos conhecimentos pelos quais pensamos objectos inteiramente *a priori*². É este novo sentido da palavra que o idealismo pós-kantiano reterá, alargando-o e absorvendo nele, se necessário, o que ele conserva da lógica tradicional. Segundo Hegel, não pode separar-se uma vez por todas, no conhecimento, a sua forma do seu conteúdo. Por isso, não há propriamente lógica formal. Na sua obra *Wissenschaft der Logik* (3 vol., 1812-1816), a «lógica objectiva», que ocupa os dois primeiros volumes, trata do ser e da essência, ao passo que os capítulos sobre o conceito, o juízo e o silogismo são relegados para uma secção da lógica «subjectiva», a qual acaba por «suprimir o formalismo do raciocínio silogístico ao mesmo tempo que a subjectividade do silogismo e do conceito em geral». Hegel insurge-se contra as tentativas que Leibniz e Ploucquet

¹ Inspiramo-nos aqui em Kneale, *D. L.*, p. 356.

² *Crítica da Razão Pura, Lógica Transcendental, Introdução*, § 11.

fizeram para reduzir o raciocínio a um cálculo mecânico, tentativas essas mais metódicas mas tão «absurdas» como a arte de Lúlio¹. Os historiadores da lógica, quando não preferem passá-lo completamente em silêncio, julgam com severidade este desvio da lógica: *the curious mixture of metaphysics and epistemology which was presented as logic*, diz W. Kneale; e Jørgensen: *the numerous dialectic eccentricities of the later romantic logic, which was altogether ruinous to sound formal logic*². Razão por que Jørgensen conclui que a teoria do conhecimento de Kant, seja qual for o seu valor sob outros aspectos, acabou por ser, pela sua descendência, bastante prejudicial ao desenvolvimento da lógica formal e simbólica.



Ao mesmo tempo que os filósofos pós-kantianos comprometiam assim a lógica por caminhos aventureiros, em outros ela inflectia numa direcção diferente, que a fazia estender-se cada vez mais para os domínios da psicologia e da epistemologia. Scholz classifica esta modalidade como sendo a de uma «lógica não formal subtendida por uma lógica formal»; ele vê o seu primeiro modelo no *System der Logik* (1811) de Jakob Fries, e o seu exemplo mais acabado e mais célebre no *System of logic ratiocinative and inductive* (1843) de John Stuart Mill (1806-1873).

A lógica de Mill é anti-formalista. Ele recusa-se a reduzir a lógica à lógica formal, e critica aqueles que, como Hamilton, a definem como a ciência da consequência, *consistency*³. A consequência é uma condição necessária, mas não suficiente, da verdade; a lógica formal não é, pois, mais que uma introdução à lógica, que é a ciência da prova ou, mais precisamente, «a ciência das operações intelectuais que servem para a avaliação da prova... Ela não procura encontrar a prova, mas decide se sim ou não a prova foi encontrada. A lógica não observa, não inventa, não descobre, mas julga». Ela é «a teoria completa da constatação da verdade por raciocínio ou inferência»: não, portanto, o raciocínio apenas do ponto de vista formal, mas «o raciocínio, no sentido em que esta operação faz parte da investigação da verdade»⁴. É por isso que, na sua obra, as considerações metodológicas e epistemológicas ocupam o espaço mais amplo, em ligação com a teoria da prova, como o sugere o subtítulo, *a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation*.

Na altura em que o *System of logic* era publicado, o tratado mais difundido na Inglaterra era o do arcebispo Whately, *Elements of logic*,

¹ *Science de la logique*, trad. de S. Jankélévitch, Paris, Aubier, 1947; t. I, p. 28, e t. II, p. 396.

² Kneale, D. L., p. 355; Jørgensen, *A treatise*, T. I, p. 88.

³ *An examination of sir W. Hamilton's philosophy*, cap. XX; trad. de E. Cazelles, Paris, Germer Baillière, 1869.

⁴ *Système de logique*, Introduction, 5 e 7; II, III, 9; trad. de L. Peisse, 2 vol., Paris, Germer Baillière, 1866-1867.

que, publicado em 1826, iria chegar em 1844 à sua 8.^a edição. Tal como a maior parte das obras de lógica, ele ligava-se a uma filosofia racionalista ou, como de preferência se dizia então na Inglaterra, apriorista. O objectivo de Mill foi o de escrever uma lógica segundo o espírito do empirismo, mais de acordo com as tendências gerais da filosofia inglesa; foi uma das razões do prolongado êxito do livro na Inglaterra¹. Ora, até então os empiristas, quando decidiam escrever sobre a lógica, não tinham praticamente encontrado outro caminho que o de cair no nominalismo, fornecendo Hobbes o melhor exemplo disso mesmo. Entre estes dois extremos igualmente inaceitáveis na sua opinião, Mill pretende encontrar uma via média, a do empirismo isento de nominalismo. O juízo, pelo qual afirmamos ou negamos um predicado de um sujeito, não consiste, como frequentemente se repete, em ligar duas ideias entre si: este erro é «um dos mais funestos que alguma vez foram introduzidos na lógica». Mas isso não quer dizer que ele actua apenas sobre palavras. Segundo Hobbes, se uma proposição como *Todos os homens são seres vivos* é verdadeira, é porque *ser vivo* é um nome de tudo aquilo de que *homem* é também um nome. Ora, semelhante interpretação só convém a um caso muito limitado, o das proposições em que o sujeito e o predicado são nomes próprios. Os nomes comuns, esses não são simples etiquetas que colocamos nas coisas, eles remetem para atributos. Os objectos sobre os quais incidem os nossos juízos não são nem ideias, nem palavras, mas factos ou coisas, que se nos apresentam como qualidades ou conjuntos de qualidades, em resumo, como fenómenos. Sem dúvida, para pensar esses factos ou essas coisas é necessário que eu tenha deles alguma ideia, tal como é preciso que eu disponha de palavras para exprimir o meu pensamento; mas quando digo que o fogo causa o calor, o que eu quero exprimir não é que a minha ideia do fogo causa a minha ideia do calor, mas que o fenómeno natural fogo causa o fenómeno natural calor².

Os nomes comuns *denotam* objectos e *conotam* atributos. Assim, a palavra *homem* denota Pedro, João... e conota animal, racional... Mill prefere estes dois termos técnicos aos de extensão e de compreensão ou intensão, que desempenham mais ou menos a mesma função, mas que são habitualmente referidos a conceitos, ao passo que ele próprio deseja termos que se refiram às palavras. A significação de uma palavra está no que ela conota, e é por isso que os nomes próprios, que denotam um indivíduo mas não conotam nada, não têm propriamente significação. Mill subordina nitidamente a denotação à conotação. O erro dos nominalistas é, segundo ele, justamente o pôr a significação das palavras no que elas denotam, e tratar assim os nomes comuns como nomes próprios, só com esta diferença de que denotam o conjunto dos indivíduos

¹ Ele teve, em vida de Mill, 8 edições, das quais a 3.^a e a 8.^a foram largamente aumentadas. Tal como suplantara, para o estudo da lógica na Inglaterra, o de Whately, será por sua vez suplantado, pouco depois da morte de Mill, pelos *Principles of science* de Jevons (1874).

² I, v, l; trad. fr., I, p. 97.

que pertencem a uma classe. Ora, a noção de classe é acessória e derivada em relação à da posse em comum de atributos, porque é esta comunidade de atributos que serve para definir a classe. Para falar com exactidão, é preciso dizer, não que um nome geral é o nome de uma classe, mas, inversamente, que uma classe é a multidão de indivíduos designados por um mesmo nome geral.

A proposição consiste em afirmar ou em negar que o ou os objectos que o sujeito denota, possui ou possuem os atributos conotados pelo predicado. Ora, nas proposições não singulares, o sujeito só é ele próprio caracterizado pela posse em comum de um certo número de atributos. E se nos lembrarmos de que todo o atributo se funda em algum fenómeno que se manifesta aos sentidos ou à consciência, veremos que toda a proposição equivale a dizer que tal fenómeno é sempre, ou por vezes, ou nunca, acompanhado de algum outro fenómeno. Esta maneira de interpretar segundo a conotação concilia-se, como se vê, com uma filosofia fenomenista como a de Mill, para quem um objecto não é nada mais que uma «possibilidade permanente de sensações». E compreende-se a sua aversão por uma lógica concebida extensivamente em termos de classes, aversão que se manifesta nomeadamente pela sua crítica do famoso *Dictum de omni et nullo* e pela sua recusa da teoria hamiltoniana da quantificação do predicado.

Daí se segue que a forma fundamental do raciocínio é a que vai do facto ao facto, do singular ao singular. Só que, é na maioria das vezes vantajoso intercalar, entre a ou as proposições singulares do ponto de partida e a ou as do ponto de chegada, uma ou várias proposições gerais. Donde as duas formas de raciocínio habitualmente reconhecidas: a indução, que é a inferência do particular ao geral¹, e a dedução (*raciocinação*) que é a inferência do geral ao particular, e que se reduz ao silogismo².

Uma das teorias mais célebres da lógica de Mill é a sua crítica do silogismo³. No entanto, não podemos equivocar-nos sobre o sentido desta crítica. Mill não rejeita de modo nenhum o silogismo, dever-se-ia antes dizer que ele toma a sua defesa contra os seus detractores. ele começa sem dúvida por lembrar, e admite mesmo por seu lado, a tese que está na base da sua condenação: a conclusão do silogismo não nos ensina nada mais que o que já estava contido nas suas premissas. Dizer, com Whately e muitos outros, que a conclusão permanecia implícita nas premissas e que a função do silogismo é precisamente estabelecê-la a partir delas, é apenas uma escapatória infeliz: como acreditar que uma ciência como a geometria possa estar toda ela «envolvida» em algumas definições ou axiomas? Nestas condições, parece que se impõe a acusação: o silogismo não é mais que uma petição de princípio, pois que a conclusão está pressuposta na maior (só tenho o direito de dizer que

¹ Conservamos as expressões de Mill; mas o *particular* de que aqui se trata acaba por decompor-se em *singulares*, e os seus *gerais* devem entender-se como *universais*.

² «Todo o Euclides poderia sem dificuldade ser posto em séries de silogismos, regulares em figura e em modo» (II, ii, I; I, p. 188).

³ II, iii.

todos os homens são mortais se já souber que Sócrates é mortal), a menos que ele não se reduza a um círculo vicioso, no caso de se pretender ao mesmo tempo justificar a maior por um conjunto de proposições entre as quais figuraria precisamente a conclusão. Deixemos de lado Sócrates, relativamente ao qual não há que provar que ele é mortal pois que sabemos que é de facto mortal, e tomemos antes um contemporâneo vivo, por exemplo, o duque de Wellington. A proposição de que o duque de Wellington é mortal é com efeito, desta vez, o resultado de uma inferência. Mas uma vez que acaba de ser acordado que não podemos, sem erro lógico, inferi-lo da proposição de que todos os homens são mortais, nesse caso inferimo-lo realmente de quê?

O verdadeiro fundamento da nossa inferência são outros factos particulares análogos ao que pretendemos provar, a saber: a morte de João, de Tomás, etc. O nosso raciocínio vai do facto ao facto. «A mortalidade de João, de Tomás e de outros é, ao fim e ao cabo, a única garantia que temos da mortalidade do duque de Wellington. O intercalar de uma proposição geral não acrescenta à prova um só iota.»¹ Não é pois de modo nenhum necessário, para justificar a nossa conclusão, fazer o rodeio pela maior de um silogismo, e mesmo, para falar verdade, é na maioria das vezes segundo este caminho directo que nós raciocinamos. Só que, se o apelo a uma proposição geral e o uso do silogismo são logicamente supérfluos, isso não significa que sejam inúteis, e a parte original da teoria de Mill é precisamente o explicar qual é, apesar dessa esterilidade lógica, a verdadeira função do silogismo e o papel da proposição geral que nele figura como maior. A sua resposta é, na realidade, dupla, embora ele próprio pareça não ter tomado consciência dessa dualidade. Como essas duas explicações só imperfeitamente se conciliam, distingui-las-emos expressamente.

A primeira resposta, a que seguidamente foi em geral retida, é que a maior desempenha simplesmente o papel de um *memorandum*. «Uma verdade geral não é mais que um agregado de verdades particulares», e a proposição geral é para nós apenas um meio cómodo de reunir, numa fórmula única, uma multidão de factos. Ela dispensa-nos, em presença de uma questão levantada por um caso novo, de recomençar todas as experiências que ela resume. A verdadeira inferência não está pois onde os lógicos a situam. «Não é pois nessa última metade do caminho, que vai de todos os homens ao duque de Wellington, que reside a inferência. A inferência é feita quando afirmámos que todos os homens são mortais. O que falta depois fazer é uma simples leitura das nossas anotações»² As regras do silogismo, que nos dizem em que condições estamos autorizados a tirar uma conclusão, são precisamente destinadas a permitir-nos decifrar correctamente as nossas notas. Segundo esta primeira resposta, a conclusão estaria de facto contida na maior: ao afirmar esta, diz Mill³, afirmamos por isso mesmo a conclusão, embora a não conheçamos ainda.

¹ *Ibidem*, § 3, p. 209.

² P. 208, 209.

³ § 2, p. 207, nota.

Dito isto, Mill retoma o fio do discurso referindo-se a uma teoria de Dugald Stewart sobre o papel dos axiomas no raciocínio matemático, e generalizando-a para aplicá-la ao caso do silogismo. Stewart pedia que se distinguísse nitidamente, naquilo a que se chama os princípios matemáticos, entre os que trazem os *data*, e de cuja verdade depende necessariamente a das nossas conclusões, e os que, como os axiomas, são comparáveis a *vincula*, que dão coerência a todos os elos da cadeia¹. Estes últimos não entram expressamente no raciocínio, enunciam apenas as regras segundo as quais se deve raciocinar a partir dos *data*. Mill assemelha o papel da maior no silogismo ao que Stewart atribuía assim aos axiomas geométricos. Mas é claro que esta observação adicional harmoniza-se mal com a resposta que vem antes. Porque dizer que a conclusão não é tirada da maior, mas tirada *conformemente* à maior entendida como uma simples fórmula reguladora², é dizer: 1.º que a conclusão não está contida na maior, 2.º que a inferência se faz quando tiramos a conclusão, e não quando enunciamos a maior. Sem dúvida, sob estas divergências, subsiste em comum uma ideia essencial, a saber: que o verdadeiro fundamento da inferência, são os factos particulares, e que todo o raciocínio verdadeiramente completo vai sempre do facto ao facto. Mas há flutuação na própria concepção da inferência. Mill quer estabelecer, contrariamente à tese habitual dos lógicos, que *a conclusão não é uma inferência tirada da maior*. Ora, temos aí não uma, mas duas negações, e Mill oscila entre uma e outra. Uma vez diz: a conclusão é de facto tirada da maior, mas não é nisso que reside a inferência (que está na própria posição da maior); e outras vezes: a conclusão é de facto uma inferência, mas não é da maior que ela se tira (mas dos factos particulares, *conformemente* à maior).

Não nos deteremos na teoria da indução, por muito famosa que tenha sido no seu tempo. Mill propõe-se estabelecer «regras práticas que seriam para a própria indução o que as regras do silogismo são para a interpretação da dedução³», fórmulas que correspondam, para o raciocínio indutivo, ao que *Barbara* e *Celarent* são para o raciocínio dedutivo. Tarefa condenada antecipadamente ao insucesso. É de uma maneira inteiramente diferente que os nossos contemporâneos porão o problema lógico da indução⁴. De facto, a teoria de Mill abandona desde o início o campo da lógica para se espalhar pelo da metodologia científica.

*
* *

Em face da lógica empirista de Mill, uma lógica de tendência oposta, aliada a uma «filosofia do incondicionado», era professada

¹ *Elements of the philosophy of the human mind*, vol. II, 1814, I, i; trad. de L. Peisse, Paris, Ladrangé, 1843, p. 34.

² *Système de Logique*, II, iii, 4, p. 217: «A conclusão é uma inferência, de modo nenhum tirada da fórmula [A maior], mas feita *conformemente* à fórmula.»

³ III, i, 1; p. 319.

⁴ Ver, por exemplo, Jean Nicod, *Le problème de l'induction*, 1924; 2.ª ed., Paris, P. U. F., 1961; R. Carnap, *Logical foundations of probability*, Chicago, The University

ostentadamente em Edimburgo por William Hamilton (1788-1856)¹, que contribuiu, depois de Coleridge, para importar para a Grã-Bretanha o estilo filosófico dos Alemães. No que se refere à lógica, Hamilton mantém a distinção kantiana entre a forma e a matéria do pensamento. A lógica «afasta tudo o que, de perto ou de longe, tem a ver com a matéria do conhecimento; ela considera apenas a sua forma comum e universal. É pois uma ciência formal², independente da psicologia e da teoria do conhecimento. Ele propõe uma «nova analítica» destinada a constituir o «fecho da abóbada» do edifício construído por Aristóteles³. Este procedeu à síntese sem ter levado suficientemente longe a análise prévia. Quantificou o sujeito, mas negligenciou a quantificação do predicado. É verdade que na linguagem usual falhamos muitas vezes na marcação expressa dessa quantificação. Mas acontece-nos falhar igualmente quanto ao sujeito, como quando dizemos *Os homens são mortais*, sem precisar que o entendemos de todos os homens. Tal como inversamente também nos acontece marcar a quantificação do predicado, embora geralmente de maneira indirecta, como quando dizemos *Só Deus é bom*, o que significa que *Deus é tudo o que é bom*. Ora, a lógica tem a obrigação de enunciar explicitamente tudo o que fica implícito no pensamento.

Hamilton tinha operado primeiro, em 1833, essa quantificação do predicado nas proposições afirmativas. Alargou-a, em seguida, ao caso das proposições negativas. As quatro proposições clássicas acham-se assim desdobradas, para dar um sistema de oito proposições⁴:

1. *Afirmativas.*

1. Toto-total: *All — is all —*, Todos os triângulos são todos os triângulos.

2. Toto-parcial: *All — is some —*, Todos os triângulos são algumas figuras.

3. Parti-total: *Some — is all —*, Algumas figuras são todos os triângulos.

4. Parti-parcial: *Some — is some —*, Alguns triângulos são alguns equiláteros.

of Chicago Press, 1950; ou Carnap e Stegmüller, *Induktive Logik*, Viena, Springer, 1958.

¹ A sua influência exerceu-se sobretudo através do seu ensino. O seu curso de lógica, que alternava com o de metafísica, foi publicado após a sua morte por dois dos seus discípulos, Mansel e Veitch, *Lectures on metaphysics and logic*, Edimburgo, Blackwood, 4 vol., 1858-1860. As lições sobre a lógica, seguidas de importantes fragmentos sobre o mesmo tema, ocupam os vol. III e IV.

² *Discussions on philosophy and literature*, 1852; citado por Liard, *Les logiciens anglais contemporains*, Paris, 1878; 5.^a ed., Alcan, 1907, p. 42-43.

³ *Essay towards a new analytic of logical forms*, 1846; em *Lectures*, 3.^a ed., 1874, IV, p. 251-254.

⁴ *Ibidem*, p. 279-280 e 287. Não apresentamos o simbolismo bastante estranho de Hamilton; mas temos de apresentar a sua formulação em inglês; traduzimos em seguida, tão literalmente quanto possível, os seus exemplos.

II. Negativas.

1. Toto-total: *Any — is not any* —, Todo o triângulo não é todo o quadrado.

2. Toto-parcial: *Any — is not some* —, Todo o triângulo não é algum equilátero.

3. Parti-total: *Some — is not any* —, Alguns equiláteros não são todo o triângulo.

4. Parti-parcial: *Some — is not some* —, Alguns triângulos não são alguns equiláteros.

Duas observações se impõem de imediato no que toca ao vocabulário:

1.º Para a particularidade: a palavra *some*, como expressamente reconhece Hamilton, deve ser aqui entendida no sentido restritivo: alguns elementos e não todos. É para sugerir esta modificação trazida ao sentido tradicional do *algum* dos lógicos, que traduzimos aqui a palavra por alguns, no plural;

2.º Para a universalidade: ter-se-á notado que Hamilton emprega a palavra *all*, que tem o sentido colectivo, para as afirmativas, e a palavra *any*, que tem o sentido distributivo, para as negativas, sem que se tenha explicado claramente sobre esta diferença¹. Para traduzi-la tivemos de dizer *todos os* no primeiro caso, e reservar *todo o* para o segundo.

Com esta quantificação do predicado, «uma proposição é simplesmente uma equação, uma identificação, um pôr em congruência, de duas noções em relação à sua extensão²». Donde uma simplificação da conversão, já que todas as proposições admitem a conversão simples. Mas também uma complicação da silogística, pois que ela deve agora construir-se com materiais mais diversificados e, portanto, mais numerosos. Hamilton reorganiza a lista dos modos válidos em cada figura: conta com 12 afirmativos e 24 negativos para cada uma das três que ele reconhece, ou seja, um total de 108 modos válidos.

Embora os seus discípulos tenham geralmente saudado esta teoria da quantificação do predicado como a maior descoberta lógica desde Aristóteles, alguns deles não deixaram de formular algumas reservas a respeito das últimas proposições do quadro, as negativas. Não será de espantar, se se observar que as cinco primeiras proposições correspondem aos cinco casos reconhecidos por Gergonne para as relações de extensão entre duas classes, e se nos lembrarmos de que a lista de Gergonne era exaustiva. Nestas condições, suspeita-se que cada uma das três últimas proposições deve, de algum modo, constituir repetição escusada com uma das cinco primeiras ou com uma certa combinação destas, de maneira que não tem que figurar numa lista das proposições elementares. Mesmo no caso mais favorável das afirmativas, pode

¹ Sabe-se que ela é imposta pelos usos da língua portuguesa; pergunta-se se Hamilton viu nisso algo mais que um simples acidente linguístico.

² IV, p. 273.

perguntar-se se as duas proposições novas¹ têm de facto lugar aqui. A toto-total, por exemplo, não é uma proposição elementar, pois que equivale a juntar duas proposições universais ordinárias, *Todo o triângulo é trilátero* e *Todo o trilátero é triângulo*. Não insistamos, por fim, na inadequação do vocabulário: a noção de quantidade é feita para a linguagem das classes, e adequa-se mal à dos predicados.

Da parte dos seus contemporâneos, as críticas mais agudas vieram-lhe de A. De Morgan, na sequência de uma controvérsia que Hamilton contra ele lançou acusando-o de o ter plagiado². Na realidade, como De Morgan não teve dificuldade em mostrá-lo e como Hamilton acabou honestamente por reconhecê-lo, as duas teorias, apesar de algumas analogias, inscreviam-se em contextos diferentes e tinham-se desenvolvido independentemente. Esta controvérsia sobre a prioridade estava tanto mais deslocada, quanto, de facto, a teoria, no essencial, tinha sido apresentada alguns anos antes, mas sem ter sido então muito notada, numa obra de George Bentham³, *Outline of a new system of logic* (1827), onde se acham enunciadas, em termos bastante próximos e apresentadas apenas numa outra ordem, as oito proposições de Hamilton. A identidade entre o sujeito e o predicado é aí marcada pelo sinal habitual de igualdade (afirmativas), e a sua diversidade pelo mesmo sinal disposto verticalmente (negativas):

1. X in toto = Y ex parte
2. X in toto || Y ex parte
3. X in toto = Y in toto
4. X in toto || Y in toto
5. X ex parte = Y ex parte
6. X ex parte || Y ex parte
7. X ex parte = Y in toto
8. X ex parte || Y in toto

Hamilton gostava de invocar autoridades em apoio das suas ideias. Se deixar escapar George Bentham, não tinha no entanto deixado de reconhecer que, senão a teoria completa, pelo menos o princípio de uma quantificação do predicado tinha antecedentes⁴. Entre os autores que ele assinala, sublinhe-se especialmente o nome de G. Ploucquet⁵. Seduzido

¹ Recorde-se que, na teoria clássica, o atributo de uma afirmativa é suposto ser sempre tomado particularmente, de modo que as toto-parciais correspondem às tradicionais proposições em A, as parti-parciais às proposições em I, como o reconhece aliás Hamilton.

² *A letter to A. De Morgan, Esq., on his claim to an independent rediscovery of a new principle in the theory of syllogism*, 1847.

³ Botânico, sobrinho do mais célebre Jérémie; sobre a sua teoria, ver Liard, *op. cit.*, III, ii.

⁴ *Historical notices of doctrine of quantified predicate*, em *Lectures*, IV, p. 305-323.

⁵ Ele não faz mais que mencionar numa nota o nome de Lambert, no qual se encontra também a ideia de um predicado quantificado; mas uma tal ideia carece de clareza do ponto de vista da compreensão, que era aquele em que se colocava Lambert. Sobre a teoria de Ploucquet (1716-1790), ver A. Menne «Zur Logik von Gottfried Ploucquet», *Actes du XIV^e Congrès international de philosophie*, Viena, Herder, 1969, vol. III, p. 45-49.

pela ideia leibniziana de um cálculo lógico, este autor tentara construir o seu colocando-se resolutamente, contrariamente à tradição leibniziana, no ponto de vista da extensão; o que o levava muito naturalmente a interrogar-se sobre a quantidade do predicado. Ele determinava-a segundo as leis da conversão. Assim, uma vez que a universal afirmativa se converte por acidente, dando *Algum B é A* por conversão de *Todo o A é B*, é pois porque nesta última proposição o predicado só é tomado numa parte da sua extensão, e a proposição significa realmente que *Todos os A são alguns B*. Ploucquet pensava poder assim fazer depender toda a silogística de uma única regra: os termos devem ser tomados na conclusão segundo a mesma extensão que têm nas premissas. Regra que aliás Hamilton rejeita, como ao mesmo tempo inadequada e falsa.

Em seguida, os juízos feitos pelos lógicos sobre a teoria de Hamilton variaram em absoluto. Liard vê nela o ponto de partida da reforma da lógica formal, Lewis escreve que sem Hamilton não teria havido Boole¹. Tais juízos podem explicar-se e justificar-se quando nos atemos, na lógica moderna, ao período pré-logístico, mas são difíceis de manter para a lógica contemporânea. Seria, de facto, muito paradoxal ver um antepassado da nossa lógica matemática num autor que se assinalou nomeadamente por um artigo de uma inverosímil violência, na *Edinburgh Review* de Janeiro de 1836, contra a utilidade tanto científica como educativa das matemáticas, indo até ao ponto de defender que elas só parecem difíceis porque são demasiado fáceis, e que a ajuda que elas trazem às outras ciências «nunca é grande, nem necessária, nem indispensável». O próprio Mill censurou-lhe a sua total ignorância das matemáticas, e Peirce designa-o como *this strikingly unmathematical scholar*². De resto, a lógica moderna nada tem a tirar da extensão hamiltoniana da quantificação, porque se a quantificação desempenha para ela um papel essencial, ela entende-a de uma outra maneira que a lógica clássica. E a inspiração matemática da nova lógica não consiste de modo nenhum no esforço bastante ingénuo de dar às proposições a forma de equações. Compreende-se portanto que Peirce tenha podido acusar Hamilton pela «sua extraordinária incompetência», e que Couturat o tenha chamado «o pior dos lógicos»³.

*
* *

É antes sobre um tema diferente do da quantificação que se podem encontrar, nos filósofos lógicos do século XIX, melhorias à teoria clássica das proposições que se harmonizam com as concepções da logística

¹ Liard, *op. cit.*, p. 38; Lewis, *A survey*, p. 37.

² Mill, *Filos. de Hamilton*, cap. XXVII; Peirce, *Coll. papers*, IV, p. 299.

³ Peirce, *Coll. papers*, III, § 181; Couturat, *Rev. de métaph.*, 1913, p. 257.

moderna, e de algum modo as prefiguram. Esse tema é o do alcance existencial das proposições, e especialmente das universais afirmativas. A ele se ligam questões como as seguintes: a atribuição pela proposição categórica de um predicado a um sujeito implicará a posição deste sujeito? Poder-se-á dizer com sentido alguma coisa de uma classe vazia? Será a existência um predicado? O verbo *ser*, quando desempenha a função de cópula, mantém também a sua significação existencial?

São conhecidas as respostas que a lógica contemporânea dá a estas questões e, mais especialmente, que valor existencial ela reconhece às proposições: a proposição particular *Algum A é B* é uma existência, afirmando categoricamente a existência de pelo menos um sujeito que une os dois atributos A e B, ao passo que a proposição universal *Todo o A é B* é, sob a sua aparência categórica, uma hipotética, afirmando apenas que se um sujeito qualquer possui o atributo A, possui também o atributo B, mas sem se pronunciar sobre a existência de um tal sujeito¹. A lógica clássica, pelo contrário, ligando-se à forma categórica sob a qual se exprime, no discurso, a proposição universal, dava-lhe um alcance existencial. Para falar verdade, ela não se tinha praticamente posto o problema. A coisa parecia absolutamente evidente, de tal modo ela se concilia com os usos linguísticos. Se eu dissesse a alguém que *Todos os meus filhos são músicos* e que esse alguém viesse depois a saber que eu não tenho filhos, certamente me acusaria de o ter enganado. Como poderia aliás dizer-se algo de sensato sobre o que não existe? E não será preciso afirmar com Malebranche que o nada não tem propriedades? De facto, se o não declara expressamente, a lógica clássica admite implicitamente essa importação existencial, sem cuja suposição deixariam de ser válidas algumas das suas leis, ou seja, todas as que admitem uma inferência da universal à particular: a lei das subalternas e das contrárias na teoria das opostas, a da conversão simples na teoria das conversas, as de *Darapti* e *Felapton* na teoria do silogismo. E a escolha habitual do verbo *ser*, como cópula, senão em todas as línguas, pelo menos nas dos autores que contribuíram para a elaboração da lógica, não podia deixar de reforçar essa interpretação.

No entanto, desde há muito tempo se tinham levantado dúvidas, posto questões. Assim, Paulo de Veneza reconhece que a subalternação só é válida na condição de os dois sujeitos *suporem* semelhantemente: de *todo o homem é um ser vivo*, entendido como um enunciado válido mesmo que não existisse nenhum homem, não se pode concluir que *um certo ser, que é homem, é um ser vivo*. João de São Tomás, agora a respeito da conversão por acidente, reconhece que «a consequência *todo o homem branco é um homem, logo um certo homem é um homem*

¹ Esta distinção entre o carácter não-existencial das universais e o carácter existencial das particulares tinha já sido expressamente reconhecida por Locke, *Essai sur l'entendement humain*, IV, ix, 1: «As proposições universais, de cuja verdade ou falsidade podemos ter um conhecimento certo, não se ligam de modo nenhum à existência; e, além disso, todas as afirmações ou negações particulares que não seriam certas se as tornássemos gerais estão apenas relacionadas com a existência, dando somente a conhecer a união ou a separação accidentais de certas ideias em coisas existentes, embora, considerando-as nas suas naturezas abstractas, essas ideias não tenham nenhuma ligação ou incompatibilidade que nos seja conhecida.»

branco não é válida, porque o antecedente é necessário, ao passo que o consequente pode ser falso, no caso em que no mundo nenhum homem fosse branco»¹. Quanto ao silogismo, Mill dá o exemplo deste silogismo em *Darapti*: *Todo o dragão sopra chamas, todo o dragão é serpente, logo qualquer serpente sopra chamas*². Tais inferências falaciosas são excluídas se se recusar às universais todo o alcance existencial. A ideia de interpretar assim a proposição aparentemente categórica como uma hipotética não era, sem dúvida, absolutamente estranha à lógica tradicional. Recorda-se que Boécio tinha reconhecido que a proposição predicativa só difere da condicional pela linguagem. Mas nem por isso ele deixava de continuar a desenvolver lado a lado a teoria do silogismo categórico ou predicativo, e a do silogismo hipotético ou condicional. Uma coisa é admitir a traduzibilidade ou mesmo a redutibilidade da primeira forma à segunda, outra coisa é manter a sua redução efectiva. Na muito clássica *Lógica* de Port-Royal, não há vestígio dessa redução nem dessa traduzibilidade. Wolff tinha, de facto, admitido que os juízos categóricos podem ser reduzidos à forma hipotética. Mas a tabela dos juízos de Kant apresenta lado a lado, como irreduzíveis, as formas categórica, hipotética e disjuntiva.

Ora, o carácter essencialmente hipotético do juízo é a tese mestra da lógica de Herbart (1776-1841)³, em ligação com a ideia fundamental da sua filosofia que elimina todos os absolutos para só deixar subsistir as relações. Ela foi difundida pelos seus discípulos, principalmente pela *Neue Darstellung der Logik* (1836; 5.^a ed., 1887) de Drobisch. Herbart critica a tabela kantiana dos juízos, e nomeadamente os da relação. «A diferença entre os juízos categóricos, hipotéticos, disjuntivos, releva inteiramente da forma da linguagem... E a lógica não é de modo nenhum uma teoria da organização dos pensamentos»⁴. Isso não significa que as três formas devam colocar-se num pé de igualdade. A forma fundamental, para o pensamento, é a forma hipotética, não sendo as outras mais do que maneiras abreviadas e cómodas de exprimir juízos essencialmente hipotéticos. «O sujeito só é sujeito para um predicado em expectativa. Por conseguinte, é necessário que todo o juízo, enquanto tal, seja hipotético»⁵. O sujeito, na sua qualidade de sujeito, é posto em relação com um predicado, ora «em toda a relação há uma hipótese, e nenhum relativo é susceptível de ser posto absolutamente»⁶. «O juízo A é B, e de igual modo a pergunta A é B?, não contém de modo nenhum a afirmação, habitualmente subentendida mas absolutamente estranha, de que A existe. Porque aí não está em questão de modo nenhum o A só por si, o seu ser, a sua admissibilidade; se ele é mencionado, é unicamente para examinar a ligação que um predicado pode ter com ele. O

¹ Estes dois textos encontram-se em Bochenski, *F. L.*, p. 259.

² *Logique*, I, viii, 5; trad. de Peisse, I, p. 165.

³ *Hauptpunkte der Logik*, 1808; *Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie*, 1813, *Zweiter Abschnitt*. Estes dois textos figuram no tomo I das *Sämmtliche Werke*, editadas por G. Hartenstein, Leipzig, Voss, 1850; as citações aqui feitas seguem esta edição.

⁴ P. 473.

⁵ P. 470.

⁶ P. 93.

juízo o círculo quadrado é impossível não inclui por certo em si mesmo o pensamento de que o círculo quadrado existe, mas significa que se um círculo quadrado é pensado, há que juntar-lhe o conceito de impossibilidade.¹» A relação de sujeito a predicado é a de antecedente a consequente, a relação de inerência reduz-se à de dependência. A tese do carácter hipotético do juízo ganha assim em Herbart um alcance geral, aplica-se tanto aos juízos particulares como aos juízos universais, reduzindo-se a divisão dos juízos unicamente à dos afirmativos e dos negativos. Consequentemente, a sua teoria do silogismo assenta em duas formas fundamentais, o *modus ponens* e o *modus tollens*.

Um meio século mais tarde, a teoria de Herbart era expressamente contestada por Franz Brentano (1838-1917) que, aparentemente, seguia em direcção diametralmente oposta. Para Herbart, todas as proposições, tanto as particulares como as universais, eram hipotéticas e igualmente destituídas de alcance existencial quanto àquilo a que se chama o seu sujeito, entendendo-se a particular como a negação da universal que lhe é contraditória. Para Brentano, pelo contrário, todas as proposições, tanto as universais como as particulares, interpretam-se como existenciais; elas dizem categoricamente algo sobre a existência do seu conteúdo, quer para afirmá-lo se são particulares, quer para negá-lo se são universais. E assim Brentano opõe-se igualmente à teoria clássica, que era naturalmente levada a reduzir os juízos de existência a juízos predicativos: a redução faz-se agora em sentido inverso. Afastam-se assim as dificuldades que a interpretação dos juízos abertamente existenciais levantava.

Porque as proposições que enunciam expressamente, afirmativamente ou negativamente, a existência do sujeito, do tipo *Há maus* ou *Os centauros não existem*, eram embaraçosas para o lógico. A tendência geral era vazá-las no molde habitual da proposição atributiva, e fazer da existência um predicado: *Os maus são existentes*, do mesmo modo que *Os maus são infelizes*. Contudo, antes mesmo da famosa crítica do argumento ontológico por Kant, Gassendi objectava a Descartes que a existência, quer a consideremos em Deus, quer em qualquer outro sujeito, «não é de modo nenhum uma perfeição, mas apenas uma forma ou um acto sem o qual ele não pode ter perfeições... O que existe, e que além da existência tem várias perfeições, não tem a existência como uma perfeição singular e uma dentre elas, mas apenas como uma forma ou um acto pelo qual a própria coisa e as suas perfeições o seriam². Aliás, Locke, na sua enumeração das diversas espécies de juízos, reservava um lugar especial aos juízos de existência³. Mas Leibniz, voltando à teoria tradicional, e embora tenha sido um dos primeiros a dar uma tradução das quatro proposições clássicas em existenciais, responde-lhe que «quando se diz que uma coisa existe, ou que ela tem a existência real, esta mesma existência é o predicado». A lógica de Port-Royal admitia

¹ P. 92-93.

² *Cinquièmes objections*; em Alquié, II, p. 762.

³ *Essai sur l'entendement humain*, IV, i, 7.

de igual modo que o ser é um atributo, o mais geral de todos: «Porque eu sou quer dizer *eu sou um ser, eu sou uma coisa*». E embora a crítica kantiana do argumento ontológico implique a rejeição de uma semelhante tese, Kant nem por isso jultou ter de reservar um lugar separado, na sua tabela dos juízos, aos juízos de existência.

Num capítulo da sua *Psicologia do Ponto de Vista Empírico*² consagrado às relações da representação e do juízo, Brentano começa por rejeitar a teoria tradicional que vê a essência do juízo na ligação entre um sujeito e um predicado. Por um lado, uma tal ligação encontra-se noutros sítios para além do juízo, por exemplo, na simples representação, ou ainda na dúvida, na pergunta, etc. Por outro lado, há manifestamente juízos que não comportam uma tal ligação: tais são precisamente os juízos de existência. «Quando dizemos 'A é', esta proposição não é, como muitos crêem, um juízo atributivo, no qual a existência é, como predicado, ligada a A como sujeito. O objecto afirmado não é a união do carácter 'existência' a A, é o próprio A. De igual modo, quando dizemos 'A não é', o que nós negamos, não é a atribuição da existência a A, não é a ligação do carácter 'existência' com A, é o próprio A.» Ora, esta interpretação da proposição alarga-se às proposições atributivas ordinárias, que assim se deixam todas traduzir em existenciais. Assim a particular afirmativa *Algum homem é doente* tem o mesmo sentido que *Um homem doente é ou existe*, ou *Há um homem doente*; a que lhe corresponde como seu oposto contraditório, ou seja, mudando o exemplo, *Nenhuma pedra é viva*, significa que *Não há pedra viva*. De igual modo a particular dita negativa, *Algum homem não é sábio*, equivale a afirmar uma existência: *Há um homem não-sábio*; e a universal dita afirmativa, que se situa no lugar da oposta contraditória, é, portanto, uma existencial negativa; por exemplo, *Todos os homens são mortais* reduz-se a *Não há homem não mortal*.

Esta interpretação existencial das proposições está, para Brentano, na base de uma reforma total da lógica. Notemos apenas os pontos seguintes: 1.º A palavra «é», ou a expressão «há» pela qual se pode substituí-la, não é em nada um predicado; também não é propriamente uma cópula, no sentido em que este termo marca uma ligação; ele desempenha apenas o papel que desempenhava a cópula, porquanto é ele que transforma a simples representação num juízo. 2.º As verdadeiras afirmativas já não são A e I, mas as duas «particulares» I e O, enquanto que as verdadeiras negativas já não são E e O, mas as duas «universais» A e E. Nestas condições, pode bem dizer-se que as proposições categóricas *realmente* afirmativas comportam a afirmação da existência do sujeito, mas semelhante tese já não corresponde à tese verbalmente idêntica da lógica clássica, pois que as afirmativas já não são as

¹ *Logique*, II, iii, p. 114.

² *Psychologie vom Empirischen Standpunkt*, Leipzig, 1874, 1.ª parte, livro II, cap. vii; trad. de M. de Gandillac, Paris, Aubier, 1944.

³ § 5; trad. de Gandillac, p. 213.

mesmas. 3.º Com a deslocação das afirmativas e das negativas, as regras habituais do silogismo deverão ser completamente transformadas: por exemplo, é preciso dizer agora que se a conclusão é negativa, no sentido novo deste termo, as duas premissas são-no também (*Barbara, Celarent, Cesare, Camestres*). 4.º Todas as proposições se tornam categóricas, mesmo as universais. «Na proposição *Nenhuma pedra é viva*, não vejo de modo nenhum o que é que a restrição *Se no entanto há uma pedra* poderia significar. Se não houvesse pedra, seria por certo igualmente verdade que não há pedras vivas¹.»

A interpretação das quatro proposições atributivas clássicas em termos de existência não é absolutamente nova. Como já dissemos, encontramos-la já, acidentalmente, em Leibniz². E sobretudo a expressão das proposições clássicas no cálculo do Boole sugeria directamente uma tal interpretação, que Venn não ia tardar em tornar explícita. Mas as teorias lógicas de Leibniz só eram ainda muito imperfeitamente conhecidas na época de Brentano; e se este conhecia Boole, não se vê que ele se tenha inspirado nele. O espírito da lógica matemática era-lhe de resto estranho. É significativo que a sua teoria tenha sido exposta numa obra que se intitula *Psicologia do Ponto de Vista Empírico*, e onde ele acaba por «descobrir o carácter próprio do juízo... na relação da consciência ao objecto imanente³».

Actualmente, julgaríamos que as duas interpretações aparentemente opostas de Herbart e de Brentano são, se nos ativermos ao essencial, duas maneiras de entender as porposições que são igualmente correctas e que, longe de se contradizerem, se completam mutuamente. Por um lado, encontramos, por um caminho diferente, a parte positiva de cada uma das duas teorias, isto é, as afirmativas de Herbart que são as universais, e as afirmativas de Brentano que são as particulares. As universais já não põem categoricamente a existência do seu «sujeito», nem mesmo de um sujeito qualquer, mas apenas a dependência de uma função em relação a uma função. As antigas particulares tornaram-se existenciais e trazem agora expressamente esse nome. Há, sem dúvida, diferenças, e certos requintes na análise não são de modo nenhum de descurar: o apelo a um sujeito indeterminado x , o uso da existência como quantificador. Mas, enfim, a expressão que nós agora damos a estas duas espécies de proposições concilia-se com a tese de Herbart para as universais, pois que a «cópula» principal é aí o sinal da implicação, $(x) : fx \supset gx$, e com a de Brentano para as particulares, pois que o quantificador leva a marca expressa da existência, $(\exists x) : fx.gx$. Por outro lado, o acordo entre as duas interpretações, a hipotética e a existencial, ultrapassa esta simples especialização de cada uma delas e o seu reconhecimento num domínio que lhe seria reservado, porque o uso da negação permite alargar uma e outra ao conjunto do território; mas esta cobertura não cria nenhum conflito, já que as duas expressões são exac-

¹ § 7, p. 219.

² Cf. Couturat, *L. Lz.*, p. 350.

³ § 8, p. 223.

tamente equipolentes. Quando muito, dever-se-ia acrescentar que o formalismo da lógica actual tende a privilegiar a interpretação existencial, pela razão de que a implicação não é, para ela, senão uma espécie de conjunção, já que *se A então B* nada mais significa que *nunca A e não-B*.



Durante a segunda metade do século XIX, vai acentuar-se a separação entre duas maneiras de abordar o estudo da lógica: a dos matemáticos e a dos filósofos. Enquanto que os primeiros empurram decididamente a lógica para a via trilhada por Leibniz e seus sucessores, os filósofos parecem, por seu lado, ter retomado o gosto pela lógica e considerado que, sem se afastar da linha tradicional, se podia ainda fazê-la avançar. Vêem-se de facto aparecer então, na Grã-Bretanha e na Alemanha, vários grandes tratados de lógica, de inspirações aliás diversas. Simplificando um pouco, pode-se distribuí-los segundo duas grandes tendências: a idealista, na linha de Kant e dos pós-kantianos, e a empirista, que assume então geralmente a forma daquilo a que se chamou o psicologismo. Por um curioso cruzamento, é na Grã-Bretanha que se encontram então as principais manifestações da primeira tendência, e na Alemanha as da segunda.

Do lado inglês, ao passo que Mansel (*Prolegomena logica*, 1851) se opunha, como discípulo de Hamilton, a Mill, a tradição empirista era mantida por Alexander Bain. Este autor que, na sua juventude, trouxera o seu concurso a Mill para a composição do seu *Sistema de Lógica*, escreveu ele próprio uma *Logic, deductive and inductive* (2 vol., 1870), cujo título sugere a filiação com a obra de Mill. Os seus trabalhos anteriores haviam-no feito conhecer sobretudo como psicólogo, e o seu livro acentua o carácter empirista da lógica e a sua ligação com a psicologia. Mas, um pouco mais tarde, aparecerão dois importantes tratados, o de F. H. Bradley, *The principles of logic* (1883), e o de Bernard Bosanquet, *Logic, or the morphology of knowledge* (2 vol. 1888), que representam pelo contrário a corrente idealista e neo-hegeliana. De temperamento muito diferente um do outro, os dois autores estão em todo o caso estreitamente associados — como os Dióscuros a que foram comparados — e Bradley, na segunda edição do seu livro (1922), terá em conta as críticas de Bosanquet. Um e outro mantêm-se estranhos à nova lógica matemática. Segundo Bradley, o pretensu sujeito do juízo não é mais que um sujeito nominal; o único sujeito de todos os juízos é o conjunto do real, o todo. Contemporâneos destes dois tratados, os *Studies and exercises in formal logic* (1884) de John Neville Keynes permanecem filosoficamente neutros. Num artigo do *Mind* que os precedera um pouco (1879), ele tinha defendido a independência da lógica formal em relação ao mesmo tempo à lógica filosófica, à lógica empirista e à lógica matemática. O seu livro é de espírito mais clássico, apresentando ao mesmo tempo certos elementos assimiláveis pela nova lógica; eles aumentarão à medida que vão aparecendo as reedições (4.^a ed., 1906), que comportam aumentos e revisões. Segundo Scholz, que o saúde

como uma «obra prima¹», é «a mais perfeita exposição da lógica formal clássica».

Na Alemanha, a concepção da lógica pura é defendida por Hermann Lotze na sua *Logik* de 1843, tal como mais tarde o seu *System der Philosophie* de 1878-1879. Situa-se assim, pela sua oposição a uma contaminação da lógica pela psicologia, no prolongamento de Kant e de Herbart. Em Kant, como se vê na *Ideia da Lógica* que abre o seu curso de lógica², a distinção entre as duas ciências assenta em três diferenças fundamentais que se podem distinguir assim, ainda que as três ideias sejam solidárias e, em Kant, mais ou menos entrelaçadas: a da forma do conhecimento na sua matéria ou seu conteúdo, a das leis necessárias (conhecíveis *a priori*) e das leis contingentes (que relevam da experiência) que regulam o curso dos nossos pensamentos, e finalmente a daquilo que deve ser e daquilo que é, do imperativo e do indicativo. Também Herbart rejeitara vigorosamente a intromissão de considerações psicológicas na lógica: a pura lógica tem a ver com as condições daquilo que é pensado, não com os actos pelos quais nós o pensamos.

Mas os três grandes tratados de lógica que aparecem na Alemanha no final do século, os de Chr. Sigwart (2 vol., 1873-1878), de W. Wundt (2 vol. 1880-1883) e os de Benno Erdmann (1892), aos quais podem juntar-se os mais breves *Grundzüge der Logik* (1893) de Th. Lipps, todos eles obras muito difundidas³, caracterizam-se, contrariamente ao que Kant recomendara, ao mesmo tempo pela extensão da lógica à metodologia e por uma tendência mais ou menos marcada em fazer assentar a lógica em considerações de ordem psicológica. Este psicologismo acentua-se sobretudo em Sigwart e Lipps. Ele tinha começado, no início do século, em autores que, como J. Fries, se opunham ao idealismo pós-kantiano e queriam trazer a lógica das nuvens metafísicas para o solo da experiência e, mais precisamente, da experiência psicológica: tendência essa que então não podia deixar de ser acolhida favoravelmente pelos empiristas ingleses. A lógica, dizia Mill, não é uma ciência independente, nem mesmo propriamente uma ciência. «É uma parte ou um ramo da psicologia, dela diferindo, por um lado, como uma parte difere do todo, e por outro, como uma arte difere de uma ciência. As suas bases teóricas são na sua totalidade importadas da psicologia, e compreendem tudo o que é necessário para justificar as regras da arte⁴». Destes dois traços que, segundo Mill, marcam o lugar da lógica em relação à psicologia, Lipps põe a tónica no primeiro quando faz da lógica uma «física do pensamento». Para Lipps, em lógica como em moral, todo o preceito deve fundar-se numa existência: perguntar-se o que se deve fazer é sempre perguntar-se como agir para alcançar um objectivo determinado, e esta pergunta equivale por sua vez a interrogar-se como é que esse objectivo poderá ser efectivamente atin-

¹ *Esquisse*, p. 75.

² *La logique de Kant*, trad. de Tissot, p. 3-7.

³ 5.^a edição de Sigwart e de Wundt em 1924, 3.^a de Erdmann e de Lipps em 1923.

⁴ *Philosophie de Hamilton*, trad. de Cazelles, p. 437-438.

gido. O voluntarismo de Sigwart leva-o pelo contrário a pôr a tónica no carácter prescritivo da lógica. A última condição de todo o pensamento não é apenas o «Eu penso» que, segundo Kant, deve necessariamente acompanhar todos os nossos pensamentos, mas um «Eu quero» que é necessariamente suposto por todos os nossos actos de pensamento. Tal como a ética, a lógica pergunta-se: que devo eu fazer? Mas a parte legisladora da lógica, a que enuncia regras, nem por isso deve deixar de assentar numa parte analítica, a que estabelece as leis do funcionamento normal do pensamento; as normas lógicas, tal como as normas éticas, só podem ser conhecidas por um estudo das forças naturais e das funções psicológicas que essas normas têm de regular.

O golpe certo contra o desenvolvimento de uma lógica psicológica foi dado principalmente por dois autores, Frege e Husserl, a quem a sua formação matemática tinha ensinado que a objectividade das leis lógicas, assimilável à das leis matemáticas, não podia, tal como acontece para estas últimas, ser assim reduzida a contingências empíricas, e subordinada a condições de espaço e de tempo. É verdade que Husserl, cedendo à tendência então dominante, também ele tinha primeiro sucumbido ao psicologismo na sua *Philosophie der Arithmetik* de 1891. Tinha, por isso, incorrido nas críticas de Frege, que lhe censurava o ter menosprezado a barreira intransponível que separa o conceito da representação mental, o objectivo do subjectivo. Na Introdução dos seus *Grundlagen der Arithmetik* de 1884, Frege denunciara já vigorosamente uma tal confusão. Não se pode imaginar, escrevia ele, que os conceitos brotam na alma individual como as folhas brotam nas árvores. «Que não se confunda a consciência de uma proposição com a sua verdade. Nunca deve esquecer-se que uma proposição não deixa de ser verdadeira quando eu não penso nela, que o sol não é aniquilado quando eu fecho os olhos¹.» Aliás Husserl, por seu turno, não ia tardar em voltar atrás; e como, segundo a palavra de Goethe que ele se compraz em recordar, nunca se é tão severo como em relação a erros que acabamos de corrigir, ele consagra os seus *Prolegómenos à Lógica Pura*, que constituem o primeiro volume das suas *Investigações Lógicas*², a uma crítica cerrada do psicologismo, crítica da qual pode dizer-se que este não se reergueu³.

Ele opõe-lhe três objecções, sublinhando sempre o parentesco entre o caso da lógica e o das matemáticas, saltando mais ainda à vista a falsidade do psicologismo quando se pensa nas leis desta última ciência.

¹ *Les fondements de l'arithmétique*, trad. de Claude Imbert, Paris, Seuil, 1969, p. 119-120.

² *Logische Untersuchungen*, I, 1900; trad. de H. Elie, Paris, P.U.F., 1959. Ver V. Delbos, «Husserl, sa critique du psychologisme et sa conception d'une logique pure», *Rev. de métaph.*, 1911, p. 685-698; Jose Gaos, *La critica del psicologismo en Husserl*, 1933, reproduzido em J. Gaos, *Introducción a la fenomenología*, Xalapa (México), Universidad Veracruzana, 1960.

³ A não ser de maneira accidental, como por exemplo no *Traité de logique* de Goblots, que vê na lógica uma psicologia da inteligência pura. Apesar da sua data (1918), esta obra situa-se, pelo seu conteúdo, no período pré-fregeano e pré-husserliano.

1.º As leis psicológicas são vagas, e sobre um fundamento vago não podem assentar leis de uma exactidão absoluta como são as da lógica e das matemáticas. 2.º As leis psicológicas são leis naturais, que só podem ser reconhecidas por indução, a qual nunca chega a estabelecer de maneira certa uma lei, mas tão-somente a probabilidade de uma lei. Nada disso acontece com as leis da lógica e das matemáticas, que são conhecíveis *a priori*, e que possuem uma evidência apodictica. «O princípio de contradição não quer dizer que se deve *presumir* que, de dois juízos contraditórios, um é verdadeiro e outro falso.» O psicologismo menospreza a diferença essencial «entre uma lei ideal e uma lei real, entre uma regulação normalizante e uma regulação causal, entre uma necessidade lógica e uma base real¹. 3.º As leis das ciências empíricas, mesmo as que ultrapassam de longe as leis psicológicas pelo seu rigor e pela sua exactidão, têm um conteúdo em factos reais, implicam a existência de certos factos. Ora, as leis da lógica, tal como as das matemáticas, não pressupõem nada de empírico; incidem não sobre factos, mas sobre verdades em geral; ora, «uma verdade pode sem dúvida significar que uma coisa é, que um estado de coisas existe, que uma modificação tem lugar, etc. Mas a própria verdade em si transcende toda a temporalidade, quer dizer que não tem nenhum sentido atribuir-lhe uma existência temporal, um início ou um fim²». A estes argumentos directos, Husserl acrescenta uma espécie de prova pelo absurdo, mostrando que o psicologismo tem como consequência arruinar a noção de verdade, tornando-se esta então dependente das particularidades contingentes do psiquismo humano; e em toda a teoria céptica, o seu cepticismo repercute-se sobre ela própria para destruí-la. É que se confundiram dois sentidos radicalmente diferentes da palavra *juízo*: o acto de julgar, que é acontecimento do munco empírico e que cai assim no domínio da psicologia, e o conteúdo do juízo, a proposição, que incide sobre uma significação ideal, que tem a ver com o verdadeiro e o falso. Ora, «não se deve confundir o juízo verdadeiro, enquanto acto de juízo exacto, conforme à verdade, com a verdade desse juízo ou com o conteúdo verdadeiro do juízo. O meu juízo de que $2 \times 2 = 4$ »³.

No desenvolvimento do pensamento de Husserl, esta crítica marca apenas uma etapa. A sua oposição à subjectividade psicológica ou empírica manter-se-á, mas em breve, como é sabido, virá compensá-la a ideia de uma subjectividade transcendental ou constituinte. A lógica pura, formal, ou objectiva, encontrar-se-á assim integrada numa lógica mais geral, de carácter filosófico, destinada a servir-lhe de fundamento, que será a lógica transcendental⁴. A lógica total é, portanto, «uma lógica de

¹ *Recherches logiques*, I, p. 67, 74.

² *Ibidem*, p. 83.

³ *Ibidem*, p. 129. Cf. ainda *Idées directrices pour une phénoménologie* (1915), § 22; trad. de P. Ricoeur, Paris, Gallimard, 1950, p. 72-75.

⁴ *Formale und transzendente Logik*, 1929, trad. de S. Bachelard, Paris, P.U.F., 1957.

'dupla' investigação, uma lógica filosófica no sentido autêntico¹». Não é este o lugar para estudá-la².

O que é preciso antes de acrescentar é que a sua oposição ao empirismo psicologizante, se é verdade que situa Husserl do lado dos outros defensores da lógica pura como Kant, Herbart ou Lotze, não basta para assimilá-lo a eles. Estes últimos têm tendência para fazer assentar a diferença entre a lógica e a psicologia, vendo na primeira uma disciplina normativa, e na segunda uma ciência de factos. «A psicologia, afirma-se, considera o pensamento como ele é, a lógica examina-o como ele deve ser. A primeira trata das leis da natureza, a segunda das leis normais do pensamento³». Ora, uma tal concepção normativa da lógica não dá uma ideia exacta da natureza desta ciência. «Os antipsicologistas enganaram-se ao terem feito passar, de algum modo, a regulação do conhecimento pela essência das leis lógicas. É por isso que o carácter puramente teórico da lógica formal e, por via de consequência, a sua assimilação à matemática formal não foram valorizados como teria sido conveniente⁴». Segundo Husserl, a diferença fundamental não é entre o que deve ser e o que é, mas entre duas maneiras de ser, a real e a ideal. Está aí «a distinção mais fundamental da teoria do conhecimento⁵». O que se opõe à lei *natural*, não é a lei *normal*, é a lei *ideal*. A dualidade entre a lógica e a psicologia não é a de uma arte e de uma ciência: ambas são ciências, mas ciências cujos objectos nata têm de comum, a não ser apenas o serem precisamente objectos para o pensamento, *Gegenstände*. Tal como a matemática, a lógica pode por certo receber aplicações e guiar a prática. Mas tal como ela também, ela é propriamente o conhecimento de um sistema de relações objectivas, que se oferecem à nossa investigação sem depender dela seja no que for. Husserl reconhece que Herbart teve o mérito de sublinhar fortemente esta objectividade dos conceitos, que não são para ele nem objectos reais, nem actos de pensamento. Mas ele cometeu o erro fundamental de colocar o essencial da idealidade do conceito lógico na sua normalidade. É de Bolzano que Husserl se reclama, Bolzano que ele foi um dos primeiros a reconhecer como «um dos maiores lógicos de todos os tempos⁶».

Com efeito, a constituição da lógica moderna está ligada, nos seus dois grandes promotores, com este realismo platonizante. Tal como em Frege, encontramos-lo em Russell na altura dos *Principia mathematica*. A nova lógica matemática construiu-se de facto opondo-se, por um lado, à lógica psicológica, mas opondo-se de igual modo, por outro, a uma lógica normativa, uma lógica concebida como uma deontologia do

¹ *Logique formelle*..., p. 208.

² Ver S. Bachelard, *La logique de Husserl*, Paris, P. U. F., 1957.

³ *Recherches logiques*, I, p. 56.

⁴ *Ibidem*, p. 170.

⁵ *Ibidem*, p. 203.

⁶ *Ibidem*, p. 244. Scholz não tem receio de escrever que o ter descoberto Bolzano é, para Husserl, um «mérito que é preciso talvez considerar mais elevado que o de ter escrito as *Investigações Lógicas*» (*Esquisse*, p. 74).

raciocínio. Pouco antes, na introdução da sua *Ética*¹, Wundt tinha lançado a expressão «ciência normativa», e tinha, precisamente, colocado a lógica ao lado da ética, como uma das duas ciências normativas fundamentais. Ora, esta noção de ciência normativa depressa se tinha apresentado como suspeita a muitos. Ela convida de um modo infeliz a confundir a arte e a ciência. Para Frege e para Russell tal como para Husserl, a lógica é uma ciência sem mais, uma ciência teórica se se quiser precisar sem temer o pleonismo. O seu objecto de estudo situa-se exactamente na mesma região de ser que o das matemáticas. E com uma tal concepção da lógica, esta arrisca-se fortemente a escapar à competência dos puros filósofos.

¹ *Ethik*, 1886; *Einleitung*, 1.

Capítulo X

O DESPERTAR DA LÓGICA

1. Boole e a álgebra da lógica

Enquanto a lógica clássica continuava com o seu impulso, uma outra forma de lógica, de inspiração matemática, ia aparecer em meados do século XIX. É ao matemático George Boole (1815-1864) que se atribui geralmente a honra de ser o seu iniciador. É verdade que ele tinha tido precursores. Mas o que, neles, era sobretudo uma bela esperança, acompanhada de algumas produções fragmentárias, recebe com ele uma primeira realização. Nas suas duas obras, *The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning* (1847) e *An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities* (1854)¹, ele apresenta um sistema que se pode bem, não obstante as suas imperfeições, qualificar de acabado, no sentido de que traz, para a solução de problemas lógicos que englobam, ultrapassando-os, aqueles a que a lógica tradicional se limitava, aquilo a que hoje chamaríamos processos de decisão, permitindo cálculos eficazes. Marca mesmo a ruptura entre esta nova concepção da lógica e a antiga. A lógica, declara ele, nada tem a ver com a filosofia, com o estudo da existência real e a procura das causas. «Não devemos continuar a associar a lógica à metafísica, mas às matemáticas... Tal como a geometria, a lógica assenta em verdades axiomáticas, e

¹ *A Mathematical Analysis* foi reeditada na nossa época (Oxford, Basil Blackwell, 1948); encontrar-se-á uma tradução parcial da Introdução e do primeiro capítulo nos *Cahiers pour l'analyse*, Paris, éd. du Seuil, n.º 10, 1969, p. 27-34. Reedição moderna de *Laws of thought*, Chicago, Open Court Publ. C.º, 1940. Sobre a lógica de Boole, pode ler-se L. Liard, *Les logiciens anglais contemporains*, cap. V.

os seus teoremas são construídos segundo a teoria geral do simbolismo que constitui o fundamento daquilo que é reconhecido como a análise¹.» Esta mudança de orientação na maneira de entender a lógica terá uma influência decisiva na renovação desta ciência, durante a segunda metade do século XIX.

Nem por isso haverá que identificar a lógica matemática do século XX com a lógica matemática de Boole, nem mesmo simplesmente supor que ele não é mais que o seu desenvolvimento. Ela enveredou por uma outra via. O que há de comum a ambas é o terem alargado consideravelmente o campo da lógica tradicional, não prolongando-a, mas retomando-a a partir da base e reconstruindo-a segundo o espírito da matemática. Ora, de uma maneira bastante análoga, a lógica actual também não é aperfeiçoamento da álgebra de Boole, ela avança a partir de outras bases, e reencontra simplesmente esta, interpretada como uma lógica das classes, a título de teoria particular num conjunto mais vasto. Se é verdade que Boole deu o impulso, não é ele, mas Frege, que os lógicos de hoje reconhecem como o fundador da sua ciência, porque foi ele, e não Boole, que trouxe os seus conceitos fundamentais, os enquadramentos e os primeiros elementos, em resumo, foi ele quem lançou os fundamentos do edifício lógico-matemático contemporâneo.

Um outro erro, mais grosseiro, seria imaginar que a lógica dita matemática, seja a de Boole seja a de Frege, consiste em aplicar à lógica um tratamento quantitativo, como foi o caso, por exemplo, para aquilo a que se chamou a física matemática. O inverso é que seria verdade. Porque a grande novidade que tornou possível a aplicação do método matemático à lógica, foi pelo contrário o ter conseguido separar o aparelho matemático da sua aplicação exclusiva à quantidade. Descartes tinha tido a ideia de uma matemática universal, Leibniz tinha-a precisado e começado a realizar, mas desde o seu tempo, e sobretudo na primeira metade do século XIX, os próprios desenvolvimentos da matemática iam fazer penetrar esses sonhos de filósofos na consciência dos matemáticos. Exactamente na época em que o pensamento de Boole se formava, vários matemáticos ingleses reflectiam sobre os fundamentos abstractos do cálculo algébrico. Em 1833, G. Peacock adiantava o «princípio da permanência das formas equivalentes»; em 1840, D. F. Gregory, um amigo de Boole, publicava um memorias *Sobre a Verdadeira Natureza da Álgebra Simbólica*, e pela mesma altura A. de Morgan publicava vários outros sobre *Os Fundamentos da Álgebra*. Via-se cada vez melhor que as leis que regem a álgebra especificam um certo domínio, mas que se pode entender a álgebra num sentido mais geral, de maneira que os seus cálculos possam aplicar-se, mediante o abandono de algumas das suas leis, a entidades diferentes daquilo a que chamamos números — orientando já as extensões progressivas da própria noção de número para esta concepção mais abstracta do cálculo algébrico.

Tal é precisamente a ideia pela qual Boole abre a sua *Análise matemática da lógica*: «Os que estão ao corrente do estado actual da

¹ *Math. anal.*, Introd., p. 13.

teoria da álgebra simbólica sabem bem que a validade dos processos de análise não depende da interpretação dos símbolos que nela são empregados, mas apenas das leis da sua combinação. Todo o sistema de interpretação que não afecta a verdade das relações supostas é igualmente admissível, e é assim que o mesmo processo pode, segundo uma certa interpretação, representar a solução de uma questão relativa às propriedades dos números, segundo uma outra, a do problema geométrico, e segundo uma terceira, a de um problema de dinâmica ou de óptica. Este princípio é verdadeiramente de uma importância fundamental.» Se ele ainda não foi plenamente reconhecido, isso é devido ao facto inteiramente accidental de que, na análise clássica, se verificou que os elementos a determinar eram as grandezas. Mas «que uma interpretação quantitativa seja atribuída às formas da análise hoje existentes, isso resulta das circunstâncias nas quais essas formas foram determinadas; nem por isso há que ver aí uma condição universal da análise. É sobre o fundamento deste princípio geral que me proponho estabelecer o cálculo lógico¹». E nas *Leis do Pensamento* encontrar-se-á a fórmula decisiva: «Não é da essência das matemáticas ocupar-se das ideias de número e de quantidade².»

Estas leis gerais de toda a álgebra são apresentadas por Boole como as «leis do pensamento». «As matemáticas que temos de construir, escreve ele, são as matemáticas do espírito humano.» Se é legítimo considerar o seu sistema do exterior, na medida em que ele se organiza por meio do número e das instituições do espaço e do tempo, não o é menos «olhá-lo *do interior*, na medida em que ele se funda sobre factos de uma outra ordem, que se encontram na constituição do espírito humano³». Desta vez, tais declarações soarão de modo estranho aos ouvidos de um lógico contemporâneo. Denunciará aí uma manifestação desse «psicologismo» que não deixará de acentuar-se nos lógicos clássicos do fim do século e cuja rejeição se lhe apresenta como a condição primeira da constituição de uma lógica científica, análoga à matemática pelo seu objecto e seus métodos, e de modo nenhum oponível a ela. Na realidade, esta interpretação filosófica contestável da sua obra permanece, em Boole, exterior à sua própria obra, e não contamina em nada o rigor científico do seu cálculo. Porque é bem manifesto que as leis que ele aí estabelece não são leis naturais que rejam o mundo empírico, mesmo que seja o mundo mental, mas enunciados intemporais e extra-mundanos, à maneira das proposições matemáticas. Só se pode denominá-las leis do pensamento no sentido em que esta expressão equívoca remete não para a actividade pensante do sujeito, mas para aquilo para que ela se volta, para o pensamento enquanto entidade objectiva, como o era o *λεχτόν* dos estóicos. Bochenski vai mesmo até ao ponto de dizer, exagerando um pouco, que o que há de essencialmente novo em Boole é pelo que ele rompe com toda a tradição,

¹ *Math. An.*, p. 3 e 4.

² P. 12.

³ *Math. An.*, p. 7 e 1.

incluindo Leibniz, é que em vez de chegar à lógica por um processo de abstracção a partir das posições efectivas do pensamento, ele trata-a como uma construção formal, para a qual só em seguida se procurará uma interpretação¹.

Para permitir um tratamento algébrico do pensamento tal qual ele se exprime na nossa linguagem, Boole procura primeiro, partindo do raciocínio algébrico que opera sobre signos, classificar esses signos segundo a sua função, e em seguida encontrar o análogo dessas funções nas formas da linguagem comum, de maneira a poder traduzir estas em signos análogos aos signos algébricos, e prestando-se como eles a um cálculo. Chega assim ao seguinte resultado:

«Todas as operações da linguagem, considerada como um instrumento de raciocínio, podem ser levadas a bom termo por um sistema de signos composto dos seguintes elementos:

1.º Símbolos literais, tais como x , y , etc, representando as coisas que constituem o objecto das nossas concepções;

2.º sinais de operação, tais como $+$, $-$, $\times$, representando as operações do espírito pelas quais as concepções das coisas são combinadas ou transformadas, de maneira a formar concepções novas envolvendo os mesmos elementos;

3.º O sinal de identidade =²»

No primeiro grupo entram os nomes, próprios ou comuns, os adjetivos, as expressões descritivas; no segundo, palavras como *e*, *ou*, *excepto*; finalmente, o terceiro compreende todos os verbos, mas estes podem ser reduzidos unicamente ao verbo *ser*, no presente do indicativo. Os símbolos do primeiro grupo podem ser tomados para representar classes, os do segundo as operações mentais pelas quais combinamos partes num todo ou separamos um todo em suas partes, por fim, o símbolo da igualdade poderá representar a cópula, pela qual exprimimos relações entre as classes, simples ou compostas, e formamos assim proposições.

Captam-se então numerosas analogias entre as leis da syntaxe algébrica e as da syntaxe lógica, a que regula a composição das nossas concepções. Por exemplo:

Syntaxe algébrica

$$\begin{aligned}xy &= yx \\ x + y &= y + x \\ z(x + y) &= zx + zy \\ z(x - y) &= zx - zy\end{aligned}$$

Syntaxe lógica

carneiros brancos = brancos carneiros.
carneiros e bois = bois e carneiros.
os Europeus (homens e mulheres) = os Europeus homens e os Europeus mulheres.
os Europeus (os homens, mas não as mulheres) = os Europeus homens, mas não os Europeus mulheres.

¹ F. L., p. 326-327.

² *Laws of thought*, p. 27.

$(x = y + z) = (x - z = y)$ os astros são as estrelas e os planetas = os astros, excepto os planetas, são estrelas.

Há, no entanto, um ponto essencial em que a analogia entre o pensamento ordinário e o cálculo algébrico falha. No pensamento lógico ordinário, é válida a lei

$$x^n = x$$

porque a classe dos Franceses, por exemplo, combinada com a classe dos Franceses, nunca dá nada mais que a classe dos Franceses. Nada de semelhante na álgebra, onde a elevação às potências dá uma coisa diferente do termo inicial — pelo menos no caso geral: porque há, mesmo em álgebra, dois casos especiais em que a lei geral deixa de ser válida, e em que se encontra por conseguinte a analogia com a lei lógica. A equação $x^2 = x$ (ou mesmo mais geralmente $x^n = x$) admite de facto duas raízes, que são 0 e 1, porque

$$\begin{aligned} 0^2 &= 0 \\ 1^2 &= 1 \end{aligned}$$

Daí resulta que a lógica pode ser assimilada a uma espécie particular de álgebra, uma álgebra na qual os símbolos numéricos não seriam susceptíveis de receber outros valores que os valores 0 e 1. «Concebemos, portanto, uma álgebra na qual os símbolos x, y, z , etc., admitem indiferentemente os valores 0 e 1, e só estes valores. Então as leis, os axiomas e as operações de uma tal álgebra serão idênticos, em toda a sua extensão, às leis, axiomas e operações de uma álgebra lógica. Só diferenças de interpretação as separarão¹.» O problema, para Boole, é portanto duplo: 1.º Estabelecer as leis de uma álgebra especial, que só admita os valores 0 e 1; 2.º Encontrar para estes valores 0 e 1 uma interpretação lógica aceitável, de maneira que se possa olhar esta álgebra especial como uma álgebra da lógica.

Sobre o primeiro ponto, não vamos expôr aqui a técnica da álgebra binária de Boole². Recorde-se apenas que, como se pôde ver pelas fórmulas atrás referidas, ela obedece às leis de comutatividade e de distributividade para a soma e o produto, como acontece com a álgebra ordinária, mas distingue-se essencialmente desta por essa lei que hoje denominaríamos a lei da idempotência, que torna sem efeito a elevação às potências. E contentemo-nos com apontar que, nas duas extremidades do manejo das equações, as suas duas operações são, para começar, a *expansão* das funções $x, y, z, \dots$, pela qual se desenvolve a série das combinações possíveis dos constituintes, e depois, para terminar, a *eliminação* daquilo a que se pode chamar os termos médios, por analogia

¹ *Laws of thought*, p. 37-8. Precisemos que outros números para além de 0 e 1 podem intervir nesta álgebra, mas como *coeficientes*, por exemplo na própria lei $x^2 = x$; bem entendido, eles não estarão então sujeitos a esta lei em si mesma.

² Poder-se-á fazer uma ideia dela através do livro de Liard, ou do *Treatise* de Joergensen, vol. I, p. 97-116.

com o caso do silogismo em que tirar a conclusão consiste já, precisamente, em eliminar o termo médio.

Mas uma tal álgebra só tem evidentemente interesse para um lógico se puder encontrar-se-lhe uma interpretação em termos de lógica. Para as três espécies de símbolos reconhecidas à partida, a interpretação lógica é directamente sugerida pela analogia sublinhada por Boole entre os símbolos algébricos e as palavras da linguagem: os símbolos literais representarão conceitos que, interpretados em extensão como faz Boole, correspondem a classes; os símbolos das duas operações fundamentais, adição e multiplicação, são convenientes para a soma lógica (reunião de duas classes) e para o produto (intersecção de duas classes); por fim, o símbolo da igualdade significa que as duas classes cujos símbolos a enquadram têm a mesma extensão, que se incluem mutuamente. Mas que podem de facto significar, do ponto de vista lógico, os símbolos 1 e 0, característicos desta álgebra? Boole interpreta-os assim: 1 simboliza a classe universal, a que inclui a totalidade dos seres, *Tudo*, e 0 a classe vazia ou nula *Nada*, e simboliza assim a não-existência. Esta interpretação introduz uma importante novidade na lógica das classes tradicional, isto é, na silogística interpretada em extensão. Esta conhece de facto a universalidade de uma classe, isto é, a classe tomada em toda a sua extensão, mas ignora a classe universal, e também não tem em consideração a classe vazia.

Em que é que agora estas noções novas de classe universal e de classe vazia, com os seus símbolos, vão ajudar a construir uma álgebra das classes? Primeiro, o símbolo da classe universal vai permitir, conjuntamente com o da subtracção, assegurar a função da negação, a qual não tem correspondente exacto na álgebra ordinária. Se x designa uma certa classe, por exemplo, a dos seres vivos, a expressão $1 - x$ designará a classe universal à excepção dos seres vivos, isto é, a classe dos seres inanimados, complementar da anterior; terá assim o sentido de não- x . Por outro lado, o símbolo da classe vazia permite enunciar as proposições sob a forma, vantajosa para os cálculos, de equações das quais ele é o segundo membro. Assim, o princípio de contradição escrever-se-á, utilizando ao mesmo tempo os dois símbolos 1 e 0:

$$x(1 - x) = 0$$

Este pretensu princípio não é aliás, em Boole, mais que uma consequência directa da sua «lei da dualidade», lei fundamental do pensamento, $x^2 = x$: porque em virtude exactamente desta lei podemos substituir em todo o lado, incluindo na sua própria fórmula, x a x^2 , e assim ficaremos com $x - x = 0$, e por conseguinte, $x(1 - x) = 0$. Quanto às proposições tradicionais da lógica clássica, serão expressas traduzindo-as de maneira a marcar a sua relação à classe vazia.

Consideremos, em primeiro lugar, as duas universais:

$$x(1 - y) = 0 : \text{não há } x \text{ não-}y, \text{ todo o } x \text{ é } y.$$

$$xy = 0 : \text{não há } xy, \text{ nenhum } x \text{ é } y.$$

A vantagem deste modo de expressão sobre o que é usado na silogística é dupla. Primeiro, enquanto que a proposição clássica só conta dois termos, pode agora igualar-se a 0 um número mais complexo, contando

com um qualquer número de termos. Além disso, examinam-se todas as combinações possíveis, chegando-se assim, em geral a várias conclusões legítimas em vez de uma só. Ilustremos este último ponto por meio de um exemplo.

Tomemos um silogismo em *Camestres*. Das suas duas premissas, *Todo o x é y* e *Nenhum z é y*; a lógica tradicional tira apenas uma conclusão: *Nenhum z é x*. Ora, é de facto verdade que não há conclusão contraditória com aquela, mas há várias que são compatíveis com ela. Em presença de um problema contando n termos, há que examinar todas as combinações possíveis entre esses termos. Para um só termo x , temos apenas duas combinações, $x + (1 - x)$ (para abreviar, pode escrever-se este último termo $\bar{x}$). Para dois termos x e y , haverá duas vezes mais: $\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + x\bar{y} + xy$; para três termos, haverá ainda que desdobrar; etc. Ora o nosso silogismo coloca-nos de facto em presença de três termos. Não nos contentaremos pois com colocar as duas premissas separadas, $x\bar{y} = 0$ e $zy = 0$, mas escreveremos as oito combinações possíveis dos três termos; elas repartem-se entre as duas equações seguintes, que são o *desenvolvimento* dos dados do problema:

$$\begin{aligned} \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} &= 0 \\ x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} &= \bar{x}yz + x\bar{y}z = 1 \end{aligned}$$

Eliminando então aqueles termos de cada equação que estão em desacordo com uma ou outra das nossas premissas, obteremos de facto, com o primeiro membro da nossa primeira equação combinado com o terceiro, a conclusão habitual do silogismo, a saber: $zx = 0$ (*Nenhum z é x*); mas subsiste um certo número de outras combinações permitidas, que são outras tantas conclusões legítimas das nossas premissas: por exemplo, o segundo membro da primeira equação, $\bar{x}\bar{y}z = 0$, diz-nos que não há x que seja ao mesmo tempo y e z ; o primeiro membro da segunda equação, $x\bar{y}z = 1$ (que pode também escrever-se $x\bar{y}z \neq 0$, pois que não há outros valores para além de 0 e 1), diz-nos que há um x que é y mas não z .

Acabamos de empregar, de maneira acessória, o símbolo $\neq$. Este símbolo parece indispensável quando se passa da expressão das proposições universais para a das proposições particulares, que são as negações contraditórias das primeiras. Escrever-se-iam portanto assim:

$$\begin{aligned} xy &\neq 0 : \text{algum } x \text{ é } y \\ x(1-y) &\neq 0 : \text{algum } x \text{ não é } y. \end{aligned}$$

Mas Boole tem repugnância em exprimir as suas proposições por inequações, em razão da sua indeterminação que pára o movimento dos cálculos. Ele prefere introduzir um símbolo *ad hoc*, pela letra v , que marcará a particularidade, sendo uma espécie de intermediário entre 1 e 0, entre a classe universal e a classe vazia, ou, mais exactamente, que exclui que a classe que ela representa seja vazia, mas deixa a sua extensão completamente indeterminada, não afastando pois absolutamente a possibilidade de ela ser universal: o que é de facto o sentido da palavra *algum* em lógica clássica. As duas inequações atrás referidas transcrever-se-ão então nas duas seguintes equações:

$$xy = v$$

$$x(1 - y) = v$$

Colocados estes símbolos e as leis das suas combinações, e acompanhados, por um lado, da interpretação que eles podem receber em termos de lógica, e por outro, da indicação dos processos eficazes para o seu manejo, teremos o meio de transformar as especulações de lógica num cálculo algébrico. A solução de um problema de lógica desenrolar-se-á em três tempos: traduzir os dados do problema no vocabulário deste cálculo, efectuar neste cálculo as operações convenientes, retraduzir os resultados do cálculo na linguagem lógica inicial. Basta que a correspondência lógica-álgebra possa estabelecer-se no ponto de partida e no ponto de chegada; durante todo o período intermédio, o do desenrolar do cálculo, é inútil preocupar-se com uma tal correspondência, é inútil querer a todo o transe dar um sentido lógico a cada uma das operações. Uma vez que o problema lógico foi posto em equações, «podemos, de facto, deixar de lado a interpretação lógica dos símbolos na equação dada, convertê-los em símbolos quantitativos susceptíveis apenas dos valores 0 e 1, efectuar sobre estes enquanto tais todas as operações requeridas para resolver a equação, e finalmente restituir-lhes a sua interpretação lógica».

Compreende-se, de acordo com o que fica dito, que se tenha podido olhar a álgebra binária de Boole como uma forma nova do cálculo das classes. Há, no entanto, que não passar dessa ligação a uma identificação. Primeiro, porque a álgebra de Boole *não é* um cálculo das classes: ela apresenta-se como um cálculo abstracto, susceptível de receber uma interpretação concreta na linguagem das classes. Esta interpretação não é aliás a única. Sem falar das que receberá ulteriormente, o próprio Boole havia já notado que o seu cálculo admitia, mesmo no domínio da lógica, uma outra interpretação, aquela em que as entidades simbolizadas por x , y , z , são tomadas por proposições, em que os sinais da adição e da multiplicação marcam respectivamente a disjunção (*ou*) e a junção (*e*) entre duas proposições, em que enfim os símbolos 1 e 0 designam os dois valores de que são precisamente susceptíveis, a saber: o verdadeiro e o falso. Era assim reconhecido, por meio deste cálculo abstracto que desenha a estrutura que lhes é comum, o isomorfismo do cálculo das classes e do cálculo das proposições. Isoformismo que, entretanto, é apenas parcial, o que é uma razão suplementar para não assimilar pura e simplesmente a álgebra de Boole e o cálculo das classes. Porque se o cálculo das proposições, sob a sua forma clássica de um cálculo bivalente, sem intermediário entre o verdadeiro e o falso que constituem alternativa, se adapta exactamente aos quadros de uma álgebra bivalente, a correspondência é menos fácil para o cálculo das classes, o qual pelo contrário tem essencialmente a ver com classes que não são nem universais nem vazias, mas que preenchem, se assim se pode dizer, todo o espaço conceptual entre dois extremos. É justamente uma das razões

¹ *Laws of thought*, p. 70.

pelas quais Boole teve de introduzir, no seu cálculo, um valor intermédio entre 0 e 1, simbolizado por v , correndo assim o risco de comprometer a bivalência estrita. Mas este símbolo v representará verdadeiramente uma classe? Aparentemente sim, pois que é um símbolo literal, pertencente ao mesmo alfabeto que x , y , z , que se interpretam como classes. Mas que poderá ser de facto uma classe cuja própria essência seria o ser indeterminado? Compreende-se bem que pudéssemos ignorar que ela é a determinação exacta de uma classe dada, ou fazer abstracção disso, mas uma classe que fosse em si mesma indeterminada, uma classe que incluisse um membro *ou* vários *ou* todos, uma tal classe não existe, e deveria pois acabar por confundir-se com a classe nula.

Será verdade que, por outro lado, se deve olhar a álgebra de Boole como um cálculo verdadeiramente abstracto, um puro formalismo liberto de toda a interpretação material? Se tal é seguramente o objectivo de Boole, deve reconhecer-se que ele não o atingiu plenamente, porque não soube libertar inteiramente a sua álgebra das suas ligações ao cálculo numérico. Com efeito, esta álgebra é uma certa forma de cálculo numérico, uma forma que, isso é verdade, foi especialmente concebida para se prestar a uma interpretação lógica, mas onde subsistem as marcas da interpretação numérica inicial. O facto de Boole utilizar os símbolos numéricos 1 e 0 seria a este respeito sem importância, se ele os tomasse como sinais absolutamente neutros, donde se tivesse apagado toda a lembrança da sua significação quantitativa original. Mas para ele, estes símbolos continuam de facto a ser números, são, como acaba de ler-se, «símbolos quantitativos». De igual modo, se as operações do seu cálculo se distinguem das da álgebra comum pelo facto de excluírem a elevação às potências, quanto ao resto permanecem decalcadas sobre as operações fundamentais do cálculo numérico. Esta ligação manifesta-se claramente pela preocupação de manter as operações inversas, quando é de facto difícil encontrar, tanto em lógica das classes como em lógica das proposições, um correspondente exacto da divisão, e quando, se é verdade que a subtracção pode aí ter um sentido, isso só se verificará desde que se conceba a adição como funcionando apenas em classes mutuamente exclusivas: o que acontece de facto com a adição numérica, mas adapta-se mal à soma lógica, onde o *ou* não exclusivo se organiza melhor com o *e* do produto. Inversamente, uma operação como a negação, fundamental e primitiva em lógica, mas que não tem análogo exacto no simbolismo algébrico, também não tem aqui símbolo próprio, a não ser por um artifício de escrita, e só se exprime de maneira indirecta. Finalmente, a impossibilidade de dar uma tradução das operações deste cálculo na linguagem da lógica mostra bem o que tem de inadequado, para um cálculo que se apresenta como uma álgebra, esta posição de reduzir todo o processo operatório à formação e à resolução de equações, ficando assim ainda demasiado sujeito aos trâmites da álgebra numérica.

Tais são efectivamente as principais dificuldades que não tardará a reconhecer-se na álgebra de Boole, na medida em que ela se apresenta como uma álgebra da lógica. Peirce, como se verá, censura-lhe o atribuir demasiada importância às operações inversas e à formulação em equações. E podemos subscrever o juízo que sobre ela fará Jørgensen: «Em

com o caso do silogismo em que tirar a conclusão consiste já, precisamente, em eliminar o termo médio.

Mas uma tal álgebra só tem evidentemente interesse para um lógico se puder encontrar-se-lhe uma interpretação em termos de lógica. Para as três espécies de símbolos reconhecidas à partida, a interpretação lógica é directamente sugerida pela analogia sublinhada por Boole entre os símbolos algébricos e as palavras da linguagem: os símbolos literais representarão conceitos que, interpretados em extensão como faz Boole, correspondem a classes; os símbolos das duas operações fundamentais, adição e multiplicação, são convenientes para a soma lógica (reunião de duas classes) e para o produto (intersecção de duas classes); por fim, o símbolo da igualdade significa que as duas classes cujos símbolos a enquadram têm a mesma extensão, que se incluem mutuamente. Mas que podem de facto significar, do ponto de vista lógico, os símbolos 1 e 0, característicos desta álgebra? Boole interpreta-os assim: 1 simboliza a classe universal, a que inclui a totalidade dos seres, *Tudo*, e 0 a classe vazia ou nula *Nada*, e simboliza assim a não-existência. Esta interpretação introduz uma importante novidade na lógica das classes tradicional, isto é, na silogística interpretada em extensão. Esta conhece de facto a universalidade de uma classe, isto é, a classe tomada em toda a sua extensão, mas ignora a classe universal, e também não tem em consideração a classe vazia.

Em que é que agora estas noções novas de classe universal e de classe vazia, com os seus símbolos, vão ajudar a construir uma álgebra das classes? Primeiro, o símbolo da classe universal vai permitir, conjuntamente com o da subtracção, assegurar a função da negação, a qual não tem correspondente exacto na álgebra ordinária. Se x designa uma certa classe, por exemplo, a dos seres vivos, a expressão $1 - x$ designará a classe universal à excepção dos seres vivos, isto é, a classe dos seres inanimados, complementar da anterior; terá assim o sentido de não- x . Por outro lado, o símbolo da classe vazia permite enunciar as proposições sob a forma, vantajosa para os cálculos, de equações das quais ele é o segundo membro. Assim, o princípio de contradição escrever-se-á, utilizando ao mesmo tempo os dois símbolos 1 e 0:

$$x(1 - x) = 0$$

Este pretendo princípio não é aliás, em Boole, mais que uma consequência directa da sua «lei da dualidade», lei fundamental do pensamento, $x^2 = x$: porque em virtude exactamente desta lei podemos substituir em todo o lado, incluindo na sua própria fórmula, x a x^2 , e assim ficaremos com $x - x = 0$, e por conseguinte, $x(1 - x) = 0$. Quanto às proposições tradicionais da lógica clássica, serão expressas traduzindo-as de maneira a marcar a sua relação à classe vazia.

Consideremos, em primeiro lugar, as duas universais:

$$x(1 - y) = 0 : \text{não há } x \text{ não-}y, \text{ todo o } x \text{ é } y.$$

$$xy = 0 : \text{não há } xy, \text{ nenhum } x \text{ é } y.$$

A vantagem deste modo de expressão sobre o que é usado na silogística é dupla. Primeiro, enquanto que a proposição clássica só conta dois termos, pode agora igualar-se a 0 um número mais complexo, contando

com um qualquer número de termos. Além disso, examinam-se todas as combinações possíveis, chegando-se assim, em geral a várias conclusões legítimas em vez de uma só. Ilustremos este último ponto por meio de um exemplo.

Tomemos um silogismo em *Camestres*. Das suas duas premissas, *Todo o x é y* e *Nenhum z é y*, a lógica tradicional tira apenas uma conclusão: *Nenhum z é x*. Ora, é de facto verdade que não há conclusão contraditória com aquela, mas há várias que são compatíveis com ela. Em presença de um problema contando n termos, há que examinar todas as combinações possíveis entre esses termos. Para um só termo x , temos apenas duas combinações, $x + (1 - x)$ (para abreviar, pode escrever-se este último termo $\bar{x}$). Para dois termos x e y , haverá duas vezes mais: $x\bar{y} + \bar{x}y + xy + \bar{x}\bar{y}$; para três termos, haverá ainda que desdobrar; etc. Ora o nosso silogismo coloca-nos de facto em presença de três termos. Não nos contentaremos pois com colocar as duas premissas separadas, $x\bar{y} = 0$ e $zy = 0$, mas escreveremos as oito combinações possíveis dos três termos; elas repartem-se entre as duas equações seguintes, que são o *desenvolvimento* dos dados do problema:

$$\begin{aligned} x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} &= 0 \\ x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} &= x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} = 1 \end{aligned}$$

Eliminando então aqueles termos de cada equação que estão em desacordo com uma ou outra das nossas premissas, obteremos de facto, com o primeiro membro da nossa primeira equação combinado com o terceiro, a conclusão habitual do silogismo, a saber: $zx = 0$ (Nenhum z é x); mas subsiste um certo número de outras combinações permitidas, que são outras tantas conclusões legítimas das nossas premissas: por exemplo, o segundo membro da primeira equação, $x\bar{y}\bar{z} = 0$, diz-nos que não há x que seja ao mesmo tempo y e z ; o primeiro membro da segunda equação, $x\bar{y}z = 1$ (que pode também escrever-se $xyz \neq 0$, pois que não há outros valores para além de 0 e 1), diz-nos que há um x que é y mas não z .

Acabamos de empregar, de maneira acessória, o símbolo $\neq$. Este símbolo parece indispensável quando se passa da expressão das proposições universais para a das proposições particulares, que são as negações contraditórias das primeiras. Escrever-se-iam portanto assim:

$$\begin{aligned} xy &\neq 0 : \text{algum } x \text{ é } y \\ x(1-y) &\neq 0 : \text{algum } x \text{ não é } y. \end{aligned}$$

Mas Boole tem repugnância em exprimir as suas proposições por inequações, em razão da sua indeterminação que pára o movimento dos cálculos. Ele prefere introduzir um símbolo *ad hoc*, pela letra v , que marcará a particularidade, sendo uma espécie de intermediário entre 1 e 0, entre a classe universal e a classe vazia, ou, mais exactamente, que exclui que a classe que ela representa seja vazia, mas deixa a sua extensão completamente indeterminada, não afastando pois absolutamente a possibilidade de ela ser universal: o que é de facto o sentido da palavra *algum* em lógica clássica. As duas inequações atrás referidas transcrever-se-ão então nas duas seguintes equações:

razão do carácter puramente matemático dos seus métodos, a álgebra de Boole dá a impressão de ser uma espécie especial de álgebra mais do que uma lógica generalizada. É esse carácter que faz ao mesmo tempo a força e a fraqueza do cálculo de Boole. Porque, por um lado, ele dificilmente teria podido tomar uma forma tão geral se Boole não tivesse sido capaz de utilizar de uma ponta à outra as regras e as operações matemáticas que são válidas para uma álgebra 0-1. Mas por outro, o método matemático torna mais ou menos obscuras as operações e as expressões a formular para tratar os problemas, pois que elas não podem admitir nenhuma interpretação lógica. Falando com propriedade, são apenas as premissas e os resultados do tratamento que, em Boole, representam directamente factos lógicos, ao passo que o caminho que conduz premissas à conclusão é, do ponto de vista lógico, completamente destituído de sentido (*meaningless nonsense*). É por isso que não pode em absoluto dizer-se que o cálculo de Boole representa o curso natural do pensamento lógico; há antes que olhá-lo como uma aplicação da álgebra quantitativa aos problemas da lógica¹.

Depois de Boole, o cálculo das classes conhecerá duas importantes mudanças: com Peirce, a substituição da identidade pela inclusão como cópula fundamental, o que suprime a expressão das proposições sob a forma de equações; com Peano, a distinção entre inclusão e pertença. Quanto à álgebra da lógica, ela irá desenvolver-se com Jevons, Venn, Schröder, Whitehead.



William Stanley Jevons (1835-1882) inscreve-se na esteira de Boole, mas traz ao seu sistema modificações importantes, que modificam totalmente o seu aspecto. Só com estas reservas pode fazer-se figurar a sua obra no desenvolvimento da álgebra da lógica, porque a sua teoria assenta precisamente na decisão deliberada de recusar, para a lógica, um tratamento algébrico². A censura fundamental que ele dirige a Boole é o este ter construído um sistema artificial que, em vez de acompanhar fielmente as operações lógicas do pensamento, lhes substitui todo um aparelho complicado de cálculos algébricos, obscuros e misteriosos do ponto de vista lógico, uma vez que não têm relação com o verdadeiro

¹ *Treatise*, I, p. 115-116.

² Ele próprio era, por profissão, economista e não matemático. No domínio da lógica, as suas principais obras, todas elas publicadas em Londres, são: *Pure logic, or the logic of quality with remarks on Boole's system and the relation of logic and mathematics*, 1864; *The substitution of similars, the true principle of reasoning*, 1869; seguidamente duas obras mais gerais, *Elementary lessons on logic, deductive and inductive*, 1870, e *The principles of science, a treatise on logic and scientific method*, 2 vol.; 1874; finalmente, um manual elementar, *Logic*, 1876. Sobre Jevons: Liard, *op. cit.*, cap. VI. Para um contacto directo, o mais cómodo é reportar-se aos *Principles of science*, que foram recentemente reeditados (Nova Iorque, Dover Publications, 1958) e cujo livro I apresenta uma exposição de conjunto da lógica. Citaremos segundo essa edição.

raciocínio. A lógica foi, em Boole, demasiado escravizada às matemáticas, no que elas têm de numérico. Ora, a lógica não tem de subordinar-se ao número, porque, pelo contrário, a noção de número e as operações sobre os números é que pressupõem noções e operações de ordem lógica. Boole continua a dar aos sinais operatórios da sua álgebra da lógica a significação que eles têm na álgebra numérica. Ora, «em lógica pura, não há nenhuma operação tal como a adição ou a subtração¹». As operações fundamentais da aritmética funcionam quando o raciocínio incide sobre números, mas não se pode transportá-las tais quais para o domínio lógico, que não tem essencialmente relação com o número.

Consideremos a operação fundamental, a adição. À adição numérica Boole faz corresponder, na linguagem, a palavra *ou*, marcando a disjunção lógica. Ora, a adição numérica só pode funcionar com termos mutuamente exclusivos. Se eu adiciono 7 músicos e 5 médicos, o resultado só é 12 pessoas se nenhuma delas for ao mesmo tempo médico e músico. Esta condição de exclusividade é aliás indispensável para que a operação inversa, a subtração, seja possível, isto é, para que de $x+y=z$ eu possa tirar $x = z - y$; ao passo que, se eu admito que os médicos e os músicos são pessoas cultas, seria ridículo concluir daí que os médicos são pessoas cultas salvo se forem ao mesmo tempo músicos. Vê-se portanto que esta condição restritiva não tem de ser considerada em lógica, na qual a disjunção ganha um sentido mais amplo, encontrando-se nela o *ou* exclusivo apenas como um caso especial. Só o conteúdo desta ou daquela disjunção pode informar-nos se estamos em presença desse caso especial, se os termos reunidos por essa disjunção são ou não mutuamente exclusivos; e a lógica formal não tem de ocupar-se do conteúdo. Esta maneira de interpretar a disjunção como não-exclusiva é, declara Jevons, «na realidade, o ponto que separa o meu sistema lógico do de Boole». Ora, esta questão «é da maior importância teórica, porque envolve o que distingue verdadeiramente a lógica e as matemáticas. É fundamental para o número que cada unidade seja distinta de toda a outra unidade; mas Boole importou para a ciência da lógica as condições que são as do número, e produz assim um sistema que, por maravilhoso que seja nos seus resultados, não é em nada um sistema de lógica²».

Esta maneira de entender a disjunção como não-exclusiva é, de resto, a que melhor se harmoniza com o uso da língua, como já o fizeram notar Whately, Mill, Mansel. Se eu digo, por exemplo, que a prática da virtude nos proporciona a estima dos homens ou a benevolência de Deus, ou ainda que, para fazer um bom uso de um poder despótico, é preciso ser um santo ou um filósofo, não excluo de modo nenhum desse modo a possibilidade de ambas as coisas se juntarem. Talvez se veja melhor se se fizer intervir a negação. A negação de A e B , é não- A ou

¹ *Pure logic*, p. 70.

² *Principles of science*, p. 70-71.

não-B. Ora aqui, o *ou* tem manifestamente um sentido não-exclusivo: negar que um homem seja médico e músico, quer dizer que ele não é médico, ou que ele não é músico, *ou que não é nem uma coisa nem outra*. Reciprocamente a negação de *A ou B*, é não-A e não-B: o que não funcionaria com um *ou* exclusivo, por exemplo, para um número ser par ou ímpar, porque um número não pode ser *ao mesmo tempo não-par e não-ímpar*.

Desta interpretação da disjunção resulta uma importante consequência. Apliquemos efectivamente o que acaba de ser dito à junção de *A* consigo próprio. Em virtude da lei de Boole, $xx = x$, diremos que *A e A* nada mais é que *A*. Ora, se admitirmos que a negação de *A e A* é *não-A ou não-A*, teremos de dizer que *não-A ou não-A* é a mesma coisa que *não-A*, e colocar assim, em correlação com a primeira, uma segunda lei que se escreveria, no simbolismo de Boole, $x + x = x$. Jevons chama-lhe «lei de unidade»¹, e sublinha a sua dualidade com a lei de Boole que ele chama «lei de simplicidade». «Cada uma das duas leis pressupõe a outra»². Não há nada de análogo a esta lei de unidade no domínio dos números onde — salvo no caso do zero, que não é um número como os outros — nunca se tem a relação $x + x = x$: o que marca bem a diferença entre lógica e matemáticas. Se ainda se pode pois, em rigor, falar de adição lógica, é na condição de não restringir a palavra adição ao sentido mais restrito que ele assume em matemáticas. Para marcar bem esta diferença, Jevons, assim como prefere substituir aos *x, y, z*, da álgebra, os *A, B, C*, da linguagem da lógica das classes, acabará por utilizar um sinal operatório distinto do da adição numérica, e aqui mantém apenas uma certa analogia entre ambos, e escreverá para a adição lógica: $A \cdot \vdash B$.

Jevons nem por isso deixa de estar de acordo com Boole no seu propósito de submeter a lógica a um tratamento matemático, desde que se verifique uma ausência completa de toda a consideração de ordem numérica. Trata-se para ele também de reduzir todo o raciocínio a uma sequência de operações reguladas incidindo sobre símbolos. O que o distingue de Boole é que ele exige que os trâmites sucessivos de um tal cálculo permaneçam em correspondência constantes com os trâmites lógicos do pensamento. Mas tal como ele, Jevons mantém o sinal da igualdade como cópula fundamental deste cálculo lógico. Porque «em todo o acto de inferência ou de método científico, estamos perante uma certa identidade, similaridade, semelhança, analogia, equivalência ou igualdade que se manifesta entre dois objectos... Assim, a identidade é sempre o ponto pelo qual, na inferência, passamos de um caso a outro caso». Ao longo dos diversos processos lógicos que teremos de considerar — dedução, indução, generalização, análise, classificação, raciocínio quantitativo — encontraremos em acção, sob uma forma mais ou menos

¹ Uma tal lei está evidentemente excluída de um sistema em que, como em Boole, o *ou* tem o sentido exclusivo, porque neste caso a expressão $x + x$ deixa de ter sentido.

² *Principles*, p. 73.

disfarçada, um único e mesmo princípio», o da «substituição dos semelhantes». A equação é, pois, a forma fundamental da proposição. Donde a falha da lógica tradicional: «Aristóteles... fundou desastradamente o seu sistema na relação de inclusão numa classe, em vez de adoptar como base da identidade...» E assim não só reduziu a lógica a um fragmento dela própria, mas destruiu as analogias profundas que ligam o raciocínio lógico e o raciocínio matemático. Donde um grande número de falhas, de dificuldades e de erros que desfiguraram durante muito tempo a primeira e a mais simples das ciências⁽¹⁾.

Encontramo-nos, não deixemos de sublinhá-lo, em presença de uma opção decisiva. Ela acciona a divergência entre as duas correntes segundo as quais, durante a segunda metade do século XIX, se procurará renovar a lógica pela sua associação com a matemática. Jevons poderá muito bem defender-se, contra Boole, de uma assimilação que vá longe de mais da lógica à matemática, mas nem por isso deixará de fazer também ele assentar as operações lógicas, tal como o fizera já Hamilton à sua maneira, sobre a noção de igualdade ou de equivalência entre os dois membros de uma expressão, que toma assim a forma de uma equação: sendo esta condição julgada indispensável para que possa haver cálculo. Ora, acabou por ser enveredando pela outra via que a lógica matemática contemporânea conseguiu a sua abertura — uma via da qual se pode, bastante paradoxalmente, encontrar um ponto de partida precisamente em Aristóteles. Já não se procura decalcar a lógica sobre a álgebra, mas visa-se remontar, aquém das relações matemáticas, a uma relação lógica mais fundamental, que se exprimirá de maneiras diversas em lógica, inclusão entre classes ou implicação entre proposições, e que se encontrará também nas matemáticas com o sinal $\leq$. É o partido que deliberadamente tomarão Peirce, Frege, Russell, ao tomarem a implicação como cópula fundamental² do cálculo das proposições, colocado ele próprio na base da lógica. E não é por acaso que esta escolha é acompanhada de um desenvolvimento da lógica das relações, que é uma das primeiras conquistas da lógica moderna, ao passo que a expressão das relações é tornada difícil quando se toma como cópula o sinal da igualdade³.

Voltemos a Jevons e às suas equações. Para ele, toda a proposição, considerada do ponto de vista formal, consiste em admitir a identidade do sujeito e do predicado. É preciso apenas distinguir entre duas espé-

¹ *Principles*, Introduction, p. 1 e 3; p. 11; e I, iii, 3, p. 40.

² Mesmo que, seguidamente, esta cópula venha a ser ela própria definida, isso far-se-á sempre com a ajuda de noções de natureza essencialmente lógica (disjunção e negação, incompatibilidade, etc.), e não matemática; ao mesmo tempo que a equivalência se definirá a partir da implicação (implicação recíproca).

³ O próprio Jevons não anda longe de fazer essa confissão. A propósito das relações de espaço e de tempo, declara ele: «Creio, na verdade, que se poderia mostrar que quando se tira uma inferência com tais relações, se procede realmente por substituição, e que deve haver uma identidade. Mas não procurarei provar neste livro uma tal asserção. As relações de tempo e de espaço são relações lógicas de um carácter complicado, e exigiriam pesquisas muito abstractas e difíceis.» (*Ibidem*, Introd., p. 22-3).

cies de identidades lógicas: 1º a identidade simples, de forma $A = B$, como a que se verifica entre duas denominações de um mesmo indivíduo ou de uma mesma classe, ou entre duas classes que se recobrem exactamente, ou, numa definição, entre o que define e o definido; 2º a identidade parcial, de forma $A = AB$, que se verifica quando a classe A é idêntica a uma parte AB de uma outra classe B (assim, dizer que os mamíferos são vertebrados, é dizer que eles são idênticos àqueles dentre os vertebrados que são mamíferos)¹; 3º a identidade limitada, de forma $AB = AC$, que se verifica quando a identidade de B e de C só é afirmada para uma certa esfera A (por exemplo, quando dizemos que o ouro é maleável, esta identidade parcial só vale dentro de um certo limite, isto é, quando o ouro se encontra no estado sólido). A cópula continua a ser afirmativa, fazendo-se a negação pelo uso de termos negativos, que Jevons simboliza, à maneira de De Morgan, pela letra minúscula. Assim, ao passo que a proposição que se exprime tradicionalmente por *A é B* se escreve $A = AB$, a sua negação *A não é B* escreve-se $A = Ab$.

Nestas condições, o raciocínio dedutivo consistirá em utilizar estas identidades para operar a «substituição dos semelhantes». Tomemos como exemplo um raciocínio relativamente simples, como o silogismo. Em primeiro lugar, um silogismo em *Barbara*, em que as três proposições enunciam identidades parciais. Escrevemos as duas premissas:

$A = AB$ (sódio = sódio metal)

$B = BC$ (metal = metal bom condutor)

Na maior, substituímos então a B o seu equivalente que nos é fornecido pela menor, e obtemos:

$A = ABC$ (sódio = sódio metal bom condutor).

Vejamos agora o caso de um silogismo em que, de duas identidades parciais, se infere uma identidade limitada. A partir das duas premissas²

$B = AB$ (potássio = metal potássio)

$B = CB$ (potássio flutuando sobre a água)

obteremos, substituindo a B no primeiro membro da menor o seu equivalente dado pela maior:

$AB = CB$ (metal potássio = potássio flutuando sobre a água).

Neste último exemplo, temos, observa Jevons, «um silogismo do modo *Darapti* na terceira figura, ressaltando, no entanto, que obtemos uma conclusão de um carácter mais exacto que a dada pelo velho silogismo. Das premissas *O potássio é um metal* e *O potássio flutua sobre a água*, Aristóteles teria inferido que *Alguns metais flutuam sobre a água*. Mas se se perguntasse o que são esses *alguns metais*, a resposta seria certamente: *o metal que é potássio*. Assim, Aristóteles não liga a algumas das informações fornecidas pelas premissas³.

¹ Vê-se que, para a expressão da universal afirmativa clássica, cujo predicado é tomado particularmente, esta notação $A = AB$ permite a Jevons dispensar um símbolo especial para marcar a particularidade do predicado, quer seja o *algum* de Hamilton quer o $\vee$ de Boole.

² A multiplicação é comutativa.

³ *Ibidem*, I, iv, 8, p. 59. Notar-se-á que Jevons evita assim a indeterminação das proposições particulares, tão embaraçosa para um cálculo fundado sobre equações.

Nos dois exemplos muito simples dados atrás, onde só foi feito apelo à identidade e à multiplicação lógica, a dedução é directa. Mas desde que se esteja perante proposições disjuntivas, isto é, na adição lógica, a dedução já só pode ser indirecta, no sentido de que ela só estabelece a verdade por intermédio da falsidade. O cálculo lógico faz aqui um apelo sistemático à adição lógica para exprimir, partindo de um número dado de termos, todas as combinações possíveis entre si, o que permitirá em seguida eliminar as que são excluídas pelas equações iniciais e, portanto, distinguir as que elas permitem. Reconhece-se aí o duplo movimento que está no princípio do cálculo de Boole: expansão, depois eliminação. Assim, nas suas relações possíveis com dois termos B e C, temos, para A, quatro combinações possíveis, podendo cada um dos dois termos B e C ser afirmativo ou negativo; e se considerarmos também a possibilidade para A de ser negativo assim como afirmativo, o número das combinações será o dobro. Jevons, no mesmo espírito que inspirará um pouco mais tarde as nossas tabelas de verdade, estabelece então uma tabela sistemática das diversas combinações possíveis para 2, 3, 4, 5, e até 6 termos. Chama a isso o «alfabeto lógico». Assim estabelecido este alfabeto uma vez por todas, para resolver um problema lógico incidindo sobre n termos, reportar-nos-emos à coluna correspondente do quadro, onde a expansão já se encontra escrita; sabemos de antemão que, se o nosso problema admite uma solução, ela figura lá: será a primeira combinação dessa coluna, ou a segunda, ou a terceira, etc., ou várias dentre elas. Para fazer a sua triagem, bastará proceder às exclusões impostas pelas equações iniciais.

Resultando tais exclusões, sem equívoco nem incerteza, dos dados do problema, estamos de facto aqui perante um cálculo, um processo de decisão inteiramente mecânico. O que inspirou a Jevons a ideia de realizar materialmente esse mecanismo construindo uma máquina, que apresentou em 1870 à Royal Society, em Londres¹. Este «piano lógico» apresenta, no lugar da estante, um quadro contendo o alfabeto lógico (com quatro termos), sob o qual um teclado permite efectuar as operações de eliminação: lê-se então no quadro as combinações que subsistem, e que dão a solução do problema, isto é, a conclusão ou mesmo, na maioria das vezes, as diversas conclusões que as premissas do raciocínio impõem. Após as primeiras máquinas aritméticas e algébricas, de Pascal e Leibniz a Babbage, eis pois que aparece a primeira máquina lógica. Máquina ainda muito rudimentar, mas na qual há, no entanto, que saudar o antepassado das nossas complexas «máquinas de pensar»².

¹ «On the mechanical performance of logical inference», *Philosophical transactions of the Royal Society*, 1870, p. 497-518. Pode encontrar-se uma descrição desta máquina em *The principles of science*, I, vi, 18, assim como uma reprodução da máquina. Ver também Liard, *op. cit.*, p. 169-172.

² Sobre os inícios destas modernas máquinas, ver L. Couffignal, *Les machines à penser*, Paris, Éditions de Minuit, 1952; Martin Gardner, *Logic machines and diagrams*, Nova Iorque, 1958.

Os cálculos de Jevons, que pretendia clarificar e simplificar os processos de Boole, caem bem depressa também eles em grandes complicações, que se tornam quase inextricáveis quando ele passa da dedução à indução, concebida como a operação inversa. Nada disso sobreviveu na lógica actual, e o piano lógico, que é a sua materialização, não é mais que uma curiosidade histórica. O que resta da obra de Jevons, é, além da iniciativa de uma máquina lógica, o ter estabelecido a «lei de unidade» $A + A = A$ e o ter feito inclinar a balança — que até então, dos estóicos a Boole, pendia mais para o outro lado¹ — a favor de uma interpretação não-exclusiva da disjunção.

*
* *

Esta obra foi julgada com bastante severidade por John Venn (1834-1923), que permanece mais próximo de Boole e da sua inspiração matemática. Em particular, ele permanece fiel à interpretação exclusiva da soma lógica. Ele reconhece de facto as vantagens da interpretação não-exclusiva que então ganha terreno: o interesse especulativo das fórmulas de dualidade que ela permite, e também, de um ponto de vista prático, a maior brevidade da escrita, porque $x + y$ é evidentemente mais cómodo que $xy + xy + xy$. Mas esta interpretação quebra a harmonia do simbolismo lógico com o simbolismo matemático, porque em todo o lado, em matemáticas, o sinal de adição liga símbolos mutuamente exclusivos. Há algo de particularmente embaraçoso, no caso em que o x simboliza o universo do discurso, ao escrever $1 + 1 = 1$. Em consequência desta ruptura, o tratamento das operações inversas está perdido, já não se pode nem subtrair nem dividir, e está aí, na opinião de Venn, a maior objecção. Finalmente, a simplicidade da escrita tem como contrapartida a indeterminação, de modo que, nas aplicações, será necessário voltar às fórmulas desenvolvidas, se se quiser prosseguir as operações sem risco de erro².

Este combate de retaguarda estava antecipadamente perdido. Mas encontramos em Venn, além de informações alargadas sobre o passado da lógica e um grande número de análises interessantes, duas novidades, aliás aparentadas, que merecem reter a atenção: uma interpretação sistemática das proposições em termos de existência, e uma ilustração da álgebra lógica por meio de diagramas. A tradução das quatro proposições clássicas em proposições existenciais não era desconhecida de Leibniz, e Brentano acabava de descobri-la; a representação diagramática tinha sido praticada por Leibniz, e depois por Euler e por outros. Mas Venn desenvolve ambas as ideias de maneira original.

¹ Notar-se-á que a própria palavra *disjunção* conserva a marca da interpretação exclusiva, quando de facto, na sua acepção actual, actualmente consagrada entre os lógicos, é inteiramente imprópria pois que admite justamente que os termos que reúne não estejam desunidos. É um exemplo de sobrevivência no vocabulário.

² *Symbolic logic*, Londres, Macmillan, 1881, p. 380-389.

A lógica tradicional hesita entre dois modos de interpretar as proposições, o extensivo e o intensivo. O segundo convém mal, segundo Venn, às exigências da lógica. É com efeito difícil de saber o que há que entender exactamente por sentido, conação, compreensão, e é por isso que não há acordo entre os espíritos sobre os atributos que constituem a compreensão de um termo. Além disso, entre as cinco relações possíveis entre duas classes, só as duas relações de inclusão, directa ou inversa, se deixam claramente transpor para uma interpretação intensiva; em particular, a coincidência entre duas propriedades só é concebível se elas forem absolutamente idênticas e, por conseguinte, constituírem realmente uma única. Por fim, as proposições particulares não são aí praticamente concebíveis, nem mesmo aquelas universais que exprimem uma universalidade empírica e accidental. É por isso que, de facto, os lógicos da compreensão só podem avançar pensando realmente em classes: «Eles falam como conceptualistas, mas agem na maioria das vezes como nominalistas¹.» Uma das falhas de Jevons, é precisamente dar a preferência à compreensão, ao passo que Boole teve o mérito de tratar deliberadamente a lógica em extensão, isto é, em termos de classes.

Em todo o caso, a obrigação de tomar em consideração o caso em que as classes em questão seriam vazias, isto é, de perguntar-se se há ou não indivíduos que lhes pertençam, cria embaraços. Para as proposições particulares, não há dificuldade: estas assentam numa observação ou num testemunho, têm por natureza uma importância existencial. Mas a questão põe-se para a universal. Quando digo que *todos os A são B*, a minha proposição deverá entender-se como afirmando implicitamente que existem A? Na linguagem comum, as coisas passam-se habitualmente assim. Mas a lógica tem a obrigação de esclarecer o implícito: será então preciso associar à universal uma proposição que afirme a existência do sujeito? A lógica clássica deixa-nos indecisos sobre este ponto. Na teoria da oposição, por exemplo, as regras tradicionais sobre as subalternas e sobre as contrárias só são válidas se se pressupõe a existência, enquanto que deixam então de sê-lo as das contraditórias e das subcontrárias, porque se as quatro proposições afirmam igualmente a existência do seu sujeito, podem todas elas ser falsas.

Evitar-se-ão estas incertezas se se escolher uma terceira via, que é exprimir sistematicamente todas as proposições em termos de existência, afirmativa ou negativa. Haverá vantagem em associar a esta interpretação uma representação das classes por «compartimentos», em que cada proposição nos dirá, de maneira precisa e categórica, quais estão ocupados (se ela é particular) ou quais estão vazios (se ela é universal). A questão não levanta nenhuma dificuldade, como é sabido: uma vez que as particulares têm um lastro existencial, basta tratar as universais como as negações das particulares contraditórias. Sob esta forma negativa, a universal já não deixa subsistir qualquer incerteza, como acontece com a habitual interpretação em extensão. A proposição *Todo o x é y*, por

¹ *Ibidem*, p. 398.

exemplo, não nos assegura que o compartimento xy está ocupado, apenas nos informa de que o compartimento $x\bar{y}$ está desocupado: exclui portanto um dos quatro casos possíveis, mas deixa pairar a dúvida sobre os outros três. É por isso que, «em vez de privilegiar a forma afirmativa como sendo a forma apropriada e isenta de ambiguidade, preferiremos a forma negativa correspondente ou equivalente, porque é ela que possui esses atributos. Que haja x ou y , não podemos tê-lo por certo, mas estamos inteiramente seguros de que não existem coisas que sejam x não- y ».

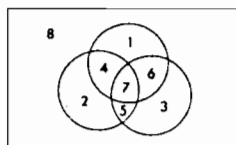
A vantagem desta interpretação da universal como existencial negativa ver-se-á melhor se se considerar não já uma destas proposições tomada isoladamente, mas a combinação de várias dentre elas. Tomada isoladamente, a universal dita afirmativa, admite, como acabamos de ver, diversas possibilidades positivas; mas quando é combinada com outras que, tomadas isoladamente, estão no mesmo caso, essas possibilidades diminuem porque algumas excluem-se mutuamente. Inversamente, se for entendida no que tem de negativo, ela juntará o seu contributo ao que as proposições novas trazem: não haverá nada a retocar, tudo o que ela tiver eliminado ficará eliminado. A proposição *Todo o x é y* só é precisa no facto de afastar definitivamente a existência de $x\bar{y}$, mas não nos diz nada sobre as três outras possibilidades. Se agora a esta primeira proposição juntarmos uma segunda, como *Todo o y é x* , esta afasta uma destas três possibilidades, ou seja, $x\bar{y}$, e restam apenas dois casos possíveis: xy ou $\bar{x}\bar{y}$. Ser-nos-á necessária uma terceira proposição para estabelecer de maneira não equívoca a existência (a não-vacuidade) de uma só destas duas classes restantes. Se, por exemplo, esta terceira proposição afasta $\bar{x}\bar{y}$, nesse caso, mas só nesse caso, teremos uma afirmação segura da existência de xy .

Em resumo: se entendermos a universal de maneira positiva, ela terá apenas um valor condicional; ela informa-nos apenas, hipoteticamente, que se existem x , então esses x são y (ou não são y , no caso da universal negativa). Só se a entendermos de maneira negativa ela terá valor absoluto: nesse caso ela informa-nos, categoricamente, de que não existe nada que seja $x\bar{y}$ (ou xy)¹.

Esta interpretação sistematicamente existencial das proposições tem além disso a vantagem, teoricamente acessória mas praticamente não despendianda, de se prestar a uma expressão das operações lógicas por meio de diagramas, desenhados de tal maneira que cada «compartimento» da figura representa um dos casos cuja possibilidade o enunciado do problema exige que se encare: 4 se o enunciado conta apenas 2 termos (xy , $x\bar{y}$, $y\bar{x}$, $\bar{y}\bar{x}$), 8 se conta 3, 16 se conta 4, etc. São conhecidos os círculos de Euler, que parecem satisfazer a estas condições. Por exemplo, para os três termos de um silogismo, temos a seguinte construção, em que a parte exterior aos três círculos deve naturalmente contar como um compartimento; podemos delimitá-lo por um quadrado, toda a superfície do qual representa o universo do discurso considerado.

¹ *Ibidem*, p. 141.

² *Ibidem*, p. 141-144.



Mas os círculos de Euler sofrem de uma dupla falha. Em primeiro lugar, a figuração por círculos só convém para a combinação de dois ou três termos, no máximo. Isso basta para o silogismo, mas não já para raciocínios um pouco mais complexos em que o número dos termos é maior. Venn imagina então construções mais complicadas, por exemplo, para quatro ou cinco termos, certas combinações de elipses¹. Mas a concepção de Euler está afectada de um vício fundamental, muito mais grave que esta simples limitação. Nela não se faz a necessária distinção entre a representação dos *termos*, com as suas combinações possíveis, e a das *proposições*. Esta falha manifesta-se já com a dificuldade bem conhecida para a interpretação dos dois círculos entrecruzados: como se vê aí habitualmente a representação de uma proposição, a figura é equívoca, pois que representa ao mesmo tempo as duas particulares. Seria necessário pelo contrário olhá-la como traçando simplesmente o *quadro* no qual se poderão colocar proposições. Tudo o que ela nos indica, são as quatro combinações possíveis dos dois termos, oferecendo-nos quatro compartimentos, mas sem nos dizer se este ou aquele desses compartimentos está vazio ou ocupado, isto é, se há entidades que pertençam à classe que ele representa. Isso, é a proposição que em seguida no-lo virá dizer. Ora, esta falha afecta toda a teoria. Os círculos de Euler devem ser traçados desde o início, de maneira a indicar imediatamente a conclusão. Isso é possível em casos muitos simples como os que apresentam os diversos modos do silogismo, mas a partir do momento em que se está perante enunciados um pouco mais complicados, ou perante uma combinação de quatro ou cinco termos, já não se consegue. Porque então já não se pode habitualmente reconhecer imediatamente se tal combinação é permitida, de modo que não se está em condições de fazer o desenho.

Vejam, por exemplo, o seguinte grupo de premissas, cuja complexidade quase não ultrapassa a do silogismo (três premissas e quatro termos):

1. Todo o x é ou ao mesmo tempo y e z , ou não- y ;
2. Todo o xy que é z é também w ;
3. Nenhum wx é yz .

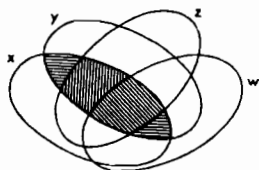
¹ São possíveis outras construções. O «diagrama trilateral» de Ch. L. Dodgson (Lewis Carroll, *Logique sans peine*, trad. franc., Paris, Hermann, 1966, p. 101) pode facilmente tornar-se quadrilateral. Marcel Boll faz recortarem-se quatro termos, três círculos desiguais e uma elipse. Sobre estas representações diagramáticas, incluindo as que foram imaginadas para a lógica das relações, poder-se-á ler Ch. K. Davenport, «The role of graphical methods in the history of logic», *Methodos* (Milão), 1952, p. 145-164.

Não é fácil de ver, à simples observação destes dados, que eles excluem o termo complexo xy . Ora, este termo é precisamente o sujeito da segunda premissa: uma construção à maneira de Euler, mesmo com um diagrama alargado a quatro termos, é portanto impossível, e não pode servir para encontrar uma conclusão. Pelo contrário, se considerarmos apenas, *para começar*, os dezasseis casos teoricamente possíveis, nada impede que se faça a construção, ou mesmo mais simplesmente que se recorra à construção já feita uma vez por todas para as combinações possíveis com quatro termos, e que se considere *seguidamente*, segundo as informações que cada uma das premissas sucessivamente nos traz, quais são os compartimentos que devemos considerar como vazios. Cobri-los-emos a tracejado progressivamente no nosso diagrama, depois do que leremos o resultado.

Suponhamos, por exemplo, que com o jogo das três premissas atrás citadas, nos interrogam sobre o caso da classe xy . Escrevemos primeiro as nossas três premissas sob a sua forma existencial:

1. (exclui todo o xy que não é z): $xy\bar{z} = 0$
2. (exclui todo o xyz que não é w): $xyz\bar{w} = 0$
3. (exclui todo o wx que é yz): $wx\bar{y}\bar{z} = 0$

Agora, sobre a combinação de elipses que nos apresenta, pelas suas intersecções, os dezasseis compartimentos possíveis para quatro termos, sombrearemos sucessivamente a tracejado os compartimentos que simbolizam essas três classes vazias (por exemplo, para maior clareza: a primeira em tracejado horizontal, a segunda em vertical, a terceira em oblíquo):



Vemos logo que o resultado é eliminar xy , o que se exprime por $xy = 0$, que se pode traduzir:

- em linguagem de existência: não existe xy
- em linguagem de classes: a classe xy está vazia
- em linguagem lógica tradicional: nenhum x é y .

Quando intervém uma proposição particular, que tem um alcance existencial e, portanto, afirma que a classe está ocupada (não vazia), exprimimo-la no diagrama inscrevendo uma pequena cruz no ou nos compartimentos correspondentes.

Na mesma altura que Venn, outros diagramas foram propostos, que tomam frequentemente a forma rectangular; Allen Marquand, 1881; Alexander Macfarlane, 1855; Lewis Carrol, 1886. Em virtude do iso-

morfismo, o emprego de todos estes diagramas poderá ser transposto do uso das classes para o das proposições. Ulteriormente, outros diagramas serão imaginados, mais especialmente adaptados ao cálculo das proposições¹.

*
* *

Depois de Boole, Jevons e Venn, a álgebra da lógica — que é preciso distinguir das «álgebras de Boole», no plural, que se multiplicarão como disciplinas matemáticas e poderão eventualmente receber aplicações no domínio da lógica — encontra o seu coroamento em duas obras-primas do final do século, que servirão de base para trabalhos mais particulares como, por exemplo, os de Poretsky: trata-se de *Vorlesungen über die Algebra der Logik* de Schro²der² e de *Treatise on universal algebra* de Whitehead³.

As Lições de Schro²der estão distribuídas em três grupos, que tratam do cálculo das classes, do cálculo das proposições e do cálculo das relações, estando os dois últimos sob a dependência do primeiro. É uma obra muito laboriosa, muito minuciosa, que dá a maior importância aos cálculos e à discussão de múltiplos problemas. Do ponto de vista da técnica matemática, marca, diz Lewis, «a perfeição da álgebra de Boole e o remate lógico de um tal processo⁴». Mas o seu cálculo das classes, que é aí considerado como fundamental, sofre, em comparação com o cálculo das classes tal como o construída pela mesma altura a logística, de duas falhas. Primeiro, ignora a relação de pertença; depois, a ordem que adoptou não permite, sem círculo vicioso, apresentar este cálculo sob uma forma inteiramente simbólica, o que se torna possível se, seguindo a ordem inversa, se fizer assentar o cálculo das classes sobre o das funções proposicionais, precedido ele próprio de um cálculo elementar das proposições⁵.

O *Tratado* de Whitehead procede de um espírito mais filosófico, mais interessado nos fundamentos de um cálculo algébrico em geral. Prosseguindo uma comparação, esboçada por Frege, das disciplinas do cálculo com uma árvore, pode dizer-se que Schro²der se ocupou sobretudo do desenvolvimento dos ramos e das folhas, ao passo que Whitehead presta mais atenção ao enraizamento no solo.

Whitehead coloca primeiro os princípios de uma álgebra universal, que são as leis gerais da adição e da multiplicação. A adição é uma

¹ Sobre essas representações diagramáticas, ver a obra de Martin Gardner atrás citada.

² 3 vol., Leipzig, Teubner, 1890-1905. Constituem, de algum modo, a sequência de uma obra mais antiga do mesmo autor: *Der Operationskreis des Logikkalküls*, Leipzig, 1877.

³ Cambridge, 1898. Sobre este tratado, ver o substancial artigo de Couturat, «L'algèbre universelle de M. Whitehead», *Rev. de métaph.*, 1900, p. 323-362.

⁴ *A survey*, p. 4.

⁵ Lewis, *ibidem*, p. 269 com a nota 17, e p. 281.

operação unívoca, comutativa e associativa; a multiplicação é distributiva em relação à adição. Estas leis regem toda a álgebra, mas esta álgebra universal especifica-se em várias álgebras especiais, que precisam estas leis gerais por meio de leis particulares que marcarão a sua especificidade. Estas álgebras dividem-se em dois grupos: o primeiro, não-numérico, contém uma única espécie, que é a álgebra da lógica; o segundo, o das álgebras numéricas, conta pelo contrário várias álgebras especiais, pois que, ao lado do que comumente se chama a álgebra, podem nele incluir-se disciplinas mais recentes tais como o cálculo dos quaterniões de Hamilton (1844)¹ e o cálculo da extensão de Grassmann (1862).

A álgebra da lógica distingue-se de todas as álgebras numéricas por uma lei especial da adição, $a + a = a$, e uma lei especial da multiplicação, $aa = a$. Algumas das outras leis que a regem, como a comutatividade, não vigoram sobre o conjunto das álgebras numéricas, porque algumas dentre elas não o admitem. Partindo daí, Whitehead desenvolve esta álgebra da lógica, retomando à sua maneira o que tinha sido feito antes dele. Depois, antes de passar às álgebras numéricas, ele mostra que o cálculo não numérico que acaba de expor é susceptível de receber pelo menos três interpretações: para classes, para proposições, e finalmente para regiões no espaço. Este cálculo lógico admite, portanto, também uma interpretação no domínio usual das matemáticas, onde a matemática não é numérica. Era disso que se tinha já uma sensação confusa quando se apresentavam esquemas geométricos, ou mais exactamente topológicos, para ilustrar teorias lógicas, ou mesmo, mais em geral, quando se fazia apelo, para o vocabulário da lógica das classes, a termos de natureza topológica tais como: inclusão, exclusão, intersecção, classes conjuntas ou disjuntas, etc. Esta pluralidade das interpretações possíveis do cálculo não numérico, uma das quais é estranha à lógica, ilustra bem uma ideia capital, que Boole captara já e que é, filosoficamente, uma das mais importantes das que se evidenciam da obra de Whitehead: é que aquilo a que se chama a álgebra da lógica não é propriamente a lógica, mas um cálculo formal mais geral e mais abstracto, susceptível de várias aplicações, duas das quais, a que se apresenta em termos de classes e a que se apresenta em termos de proposições, caem no domínio da lógica.

Assinale-se para terminar que a álgebra da lógica será finalmente axiomatizada por Huntington (1904, depois 1933), que construirá para ela vários sistemas de postulados. Mas, como acabamos de sugerir-lo, tais trabalhos têm mais a ver com a matemática que com a lógica propriamente dita. Há que compreender, de facto, que a álgebra da lógica, no sentido mais amplo da palavra, tem um carácter ambíguo ou, se se preferir, que ela aparece sob dois aspectos diferentes conforme a encarmos na qualidade de matemático ou de lógico. C. S. Peirce que, lógico como era, discutia longamente sobre o assunto com seu pai

¹ Trata-se de um matemático irlandês, Sir William Rowan Hamilton, que não deve confundir-se com o filósofo escocês Sir William Hamilton, que é um pouco mais velho.

matemático, encontrava-se perfeitamente colocado para sentir a diferença dos pontos de vista. O matemático pergunta-se qual é o valor dessa álgebra como cálculo, quais são os serviços que ela pode prestar para resolver uma questão complicada, para chegar de uma só vez a uma consequência distante. O lógico interessa-se pelas diferentes etapas lógicas nas quais uma tal álgebra decompõe a inferência; o que ele espera dela é que analise o raciocínio nos seus trâmites elementares. Assim, o que constitui o mérito dessa álgebra para este, ou seja, a minúcia dos seus cálculos, seria antes um defeito para aquele. Benjamin Peirce definira a matemática como a ciência *que tira* conclusões necessárias. O seu filho admite esta definição, mas observa que não há que entendê-la como significando que ela é a ciência *de tirar* conclusões necessárias, porque essa é precisamente a função da lógica dedutiva¹, a qual vai pouco a pouco desligar-se da álgebra da lógica à maneira de Boole, para tomar a forma da lógica matemática moderna, a que se dará o nome de logística.

2. De Morgan, Peirce e os inícios da lógica das relações

August De Morgan (1806-1871) era matemático tal como Boole. Ambos os autores se apreciavam mutuamente, e tinham chegado a acordo no sentido de serem publicadas simultaneamente, em 1847, a *Formal logic*² do primeiro e a *Mathematical analysis of logic* do segundo. Verifica-se no entanto, considerando o conjunto das suas obras, que elas são de carácter muito diferente. Enquanto que Boole construiu uma teoria unificada, muito sistemática, a obra de De Morgan é mais variada e mais dispersa. No fim do estudo que lhe consagrou, Liard julga-a assim: «É abundante em aspectos de pormenor, muitas vezes exactos, sempre engenhosos; mas qual é em rigor a concepção de conjunto que seria a sua alma e o seu nexo?... O seu sistema, erigido de notações variadas..., sobrecarregado de distinções verbais, dividido e subdividido até ao infinito, não deixa no espírito a impressão de unidade e de simplicidade, marca das obras definitivas³.»

Se os seus trabalhos de lógica trazem ideias novas, a sua base continua a ser fornecida pela lógica tradicional. É à teoria do silogismo que são consagrados os quatro importantes memoriais que ele publicou, de 1850 a 1863, em *Cambridge philosophical transactions*. Recorde-se que ele tinha tido com Hamilton uma controvérsia sobre a prioridade de uma teoria nova do silogismo, ligada a uma reduplicação dos quatro tipos tradicionais de proposições. Para falar verdade, ambas as teorias assentam em bases diferentes. Enquanto que a de Hamilton tem como ponto de partida a ideia de quantificar o predicado tal como o sujeito, a

¹ C. S. Peirce, «The simplest mathematics» (1902), em *Collected papers*, vol. IV, § 239.

² Reedição moderna, Open Court Publishing C.º, 1926.

³ *Op. cit.*, p. 96-97.

de De Morgan resulta de considerações relativas à negação. A todo o conceito está associado um outro que é como que a sua face negativa, mesmo quando a linguagem não tem palavra especial para designá-lo. É preciso apenas trazer aqui uma precisão restritiva à noção de universo ou de totalidade das coisas, tal como Boole a utilizou. Quando, por exemplo, oponho invertebrado a vertebrado, não penso habitualmente em incluir na primeira categoria absolutamente tudo aquilo a que não convém o qualificativo de vertebrado: uma estrela, a justiça, etc. A oposição só funciona dentro de um domínio mais restrito, aquele sobre o qual incide actualmente o meu pensamento, neste caso os animais, e que constitui aquilo a que De Morgan chama «o universo do discurso». De resto, é preciso, de facto, proceder assim a partir do momento em que se estabelece entre os conceitos uma hierarquia de géneros e de espécies, quando, por exemplo, se passa do género humano às duas espécies complementares dos Ingleses e dos estrangeiros. Designando o conceito positivo ou afirmativo por uma letra maiúscula, De Morgan designa pela minúscula correspondente o conceito negativo que completa com ele o universo do discurso considerado. Assim, se X representa o conceito de *homem*, x deverá ler-se: *não-homem*. Nestas condições, pode sempre exprimir-se uma proposição sob uma forma afirmativa: transformar, por exemplo, *Nenhum X é Y* em *Todo o X é y* . Posto isto, vê-se que cada uma das quatro proposições tradicionais comporta quatro formas possíveis. Vejamos o caso da proposição universal afirmativa. Distinguem-se nela as quatro formas seguintes:

Todo o X é Y
 Todo o X é y
 Todo o x é Y
 Todo o x é y

E do mesmo modo para cada uma das outras três proposições. Só que algumas destas formas constituem repetição escusada, já que têm o mesmo sentido: por exemplo, a proposição em A, *Todo o X é y* , não é mais que uma outra maneira de dizer que *Nenhum X é Y* , o que é a proposição em E sob a sua forma tradicional. Feitas estas reduções, subsistem oito tipos irredutíveis de proposições, aos quais podem reduzir-se as outras formas que a combinatória permite. Eis, a título de exemplo, uma das expressões possíveis dessas oito proposições fundamentais:

A todo o X é y	Todo o x é Y
E Nenhum X é y	Nenhum x é Y
I Algum X é y	Algum x é Y
O Algum X não é y	Algum x não é Y

É sobre esta base, que se vê diferir sensivelmente daquela sobre a qual se apoiava Hamilton, que De Morgan constrói a sua teoria do silogismo.

Esta silogística morganiana já só tem hoje praticamente um interesse de erudição. Mencionemos apenas, já que a ideia foi retomada várias vezes por autores mais recentes¹, a introdução de proposições numericamente quantificadas, permitindo construir silogismos numericamente definidos. Pode-se, de facto, em certos casos, precisar o alcance de uma proposição particular que, sob a sua forma tradicional, permanece totalmente indeterminada, substituindo o «algum» por um número ou uma percentagem. E nestas condições será eventualmente levantada a proibição clássica de tirar uma conclusão de duas premissas particulares. Por exemplo, se eu sei que, em 100 bolas, 70 são brancas e 50 são de madeira, posso daí concluir que há pelo menos 20 bolas, e no máximo 50, que são ao mesmo tempo brancas e de madeira. E mesmo a indicação de uma quantidade numérica menos precisa, como «a maior parte» ou «um pequeno número», permite por vezes tirar uma conclusão: se a maior parte dos *X* são *Y* e se a maior parte dentre eles são também *Z*, posso daí concluir que alguns *Y* são *Z*.

Mas foi em outros pontos que De Morgan deixou a sua marca na nossa lógica actual. Em primeiro lugar, ele descobriu, ou mais exactamente redescobriu, uma dualidade interessante entre a soma e o produto, e o seu nome ficou ligado às duas leis que a exprimem. Eis como ele a enuncia (ele chama *contrário* o negativo, *agregado* a soma lógica, *composto* o produto lógico): «O contrário de um agregado é o composto dos contrários dos agregantes; o contrário de um composto é o agregado dos contrários dos componentes»; ou seja, em escrita simbólica:

$$\overline{x + y} = \overline{x} \times \overline{y}$$

$$x \times y = \overline{\overline{x} + \overline{y}}$$

Em virtude do isomorfismo entre cálculo das classes e cálculo das proposições, estas leis serão transponíveis do primeiro para o segundo, e válidas para as relações entre disjunção e conjunção. Recorde-se que o reconhecimento desta dualidade foi o argumento decisivo que acabou por fazer inclinar a balança a favor da interpretação não-exclusiva da disjunção nas suas relações com a conjunção. De facto, como seguidamente se verá, a conjunção e a disjunção não-exclusiva formam, com as suas negações respectivas, um quarteto muito homogéneo, que Carnap com felicidade propôs que se chamasse o das «junções», ao lado do quarteto das implicações; ao passo que a disjunção exclusiva ou alternativa forma simplesmente um par com a equivalência, que é a sua negação.

É sobretudo pelo impulso que deu à moderna lógica das relações que De Morgan tem um lugar na história da lógica. Sem esquecer alguns inícios de uma tal lógica em autores mais antigos como Galeno, Leibniz ou Lambert, pode bem dizer-se com Peirce², que o reconhecia

¹ Recorde-se que ela já se encontra em Lambert.

² *Collected papers*, vol. III, § 402.

como seu predecessor neste ponto, que De Morgan é «incontestavelmente o pai da lógica das relações». Tal como muitos outros antes dele — recordem-se, por exemplo, as observações de Jungius sobre as consequências assilogísticas e as inferências do recto ao oblíquo — ele ficaria impressionado com a estreiteza da lógica aristotélica que, da proposição *Um cavalo é um animal*, não permite inferir que *A cabeça de um cavalo é a cabeça de um animal*. Mas foi principalmente, ao que parece, a reflexão sobre a natureza da cópula que acabou por orientar o seu pensamento para a análise das proposições de relação. Por um lado, é artificial reduzir à força toda a cópula à única cópula *é*, e transferir para o predicado a relação marcada pelo que acompanha esta palavra *é* em expressões tais como: *é igual a*, *é maior que*, *é causa de*, *é o pai de*. Por outro lado, o que faz com que esta cópula *é* funcione, não é o seu sentido, mas algumas propriedades formais que ela possui, e que não é única a possuir. Por exemplo, esta palavra *é*, nos casos em que marca a identificação do predicado com o sujeito, actua não precisamente porque identifica, mas porque a identificação é uma relação transitiva e simétrica (De Morgan diz: convertível), como o *é* também, entre outras, a relação de igualdade. Outras cópulas têm propriedades diferentes, como *é maior que*, que é também uma relação transitiva, mas não já convertível; mas então a uma tal relação opõe-se uma outra que é a sua conversa, neste caso *é mais pequeno que*. É preciso não se deixar iludir pela linguagem comum, que «materializa» e multiplica assim algumas cópulas formais, em número relativamente restrito, com as quais se podem construir diversos tipos de silogismos: silogismos da relação dentro dos quais o silogismo tradicional não é mais que uma espécie entre outras.

Simbolizando por *X* e *Y* os indivíduos que são os termos de uma relação binária, De Morgan simboliza pelas letras L^{-1} , M^{-1} ... as diversas relações entre estes termos, por *L*, *M*..., as conversas dessas relações, e pelas minúsculas *l*, *m*..., as relações «contrárias». A afirmação da relação *L* entre *X* e *Y* escreve-se $X..LY$ (com dois pontos), e a sua negação $X.LY$ (com um único ponto). Partindo daí, estudam-se as composições das relações, nomeadamente aquilo a que chamamos a sua multiplicação, por exemplo, $X..LMY$ (se se quiser: *X* gosta do senhor de *Y*). Depois constroem-se, com duas relações simples como premissas, $4 \times 4 = 16$ formas elementares do silogismo da relação: há com efeito $2 \times 2 = 4$ possibilidades para a disposição dos dois termos nas duas premissas, lembrando a distinção das quatro figuras tradicionais segundo a colocação do termo médio, e para cada uma $2 + 2 = 4$ possibilidades conforme cada uma das duas premissas é afirmativa ou negativa. Eis, a título de exemplo, um conjunto de quatro silogismos da relação onde são combinadas as duas diversificações, segundo a figura e segundo a afirmação ou a negação nas premissas:

$X..LY$	$X.LY$	$Y..LX$	$Y.LX$
$Y..MZ$	$Z..MY$	$Y.MZ$	$Z.MY$
$X..LMZ$	$X..lM^{-1}Z$	$X..L^{-1}mZ$	$X..l^{-1}m^{-1}Z$

Concluindo o seu estudo, De Morgan pode pois exclamar com orgulho: «Assim se estabelece a ideia geral de relação e, pela primeira vez na história do conhecimento, são simbolizadas as noções de *relação* e de *relação de relações*... O algebrista vivia na região superior da atmosfera silogística, aquela onde se produzem incessantemente relações, antes mesmo de ter sido admitida a existência dessa região superior¹.» Infelizmente, como o faz notar Jørgensen, «o apego de De Morgan à lógica tradicional impediu-o de procurar aplicações mais amplas e de maior alcance da lógica das relações, a qual se desenvolveu desde então como um ramo independente e muito importante da lógica formal²». Para o que largamente contribuiu C. S. Peirce.



Formado nas disciplinas exactas pelo seu pai matemático, tendo adquirido, por outro lado, uma sólida instrução lógica pela leitura de Prantl e dos textos antigos e medievais então acessíveis, Charles Sanders Peirce (1839-1914)³ encontrava-se bem preparado para avançar na via em que então se empenhava a nova lógica. Podemos dizer com Lewis — reservando todavia o caso de Frege — que os seus contributos para a lógica simbólica são «mais numerosos e mais variados que os de qualquer outro autor do século XIX». Ao que há apenas que acrescentar, desta vez com W. Kneale, que «infelizmente ele se parecia com Leibniz não só pela sua originalidade como lógico, mas também pela sua incapacidade constitucional em levar até ao fim os numerosos projectos que tinha concebido⁴. Além do seu carácter mais ou menos incoativo, uma outra característica contribui para tornar bastante difícil a leitura dos seus ensaios: o uso de um vocabulário e de um simbolismo muito pessoais, e variando com muita frequência de um opúsculo para outro.

Peirce é um filósofo tal como é um sábio. É especificamente o fundador do pragmatismo, que se apoia, no seu caso, numa teoria da crença (*belief*)⁵, e é a essa teoria da crença que se liga a sua concepção da lógica. «Pode definir-se a lógica como a ciência das leis que permitem estabelecer de maneira estável as crenças. Pelo que, será dita lógica exacta essa teoria das condições do estabelecimento de crenças estáveis que assenta em observações perfeitamente indubitáveis e num pensa-

¹ Citado por Lewis, *A survey*, p. 51.

² *A treatise*, vol. I, p. 96.

³ Os seus escritos foram recolhidos, graças às diligências de Ch. Hartshorne e de P. Weiss, em *Collected Papers of Ch. S. Peirce*, Cambridge (Mass.), Harvard University Press, 6 vol., 1931-1935. A maioria dos escritos lógicos estão reunidos no vol. III, alguns no vol. IV. Reimpressão em 1960, cronologicamente precedida de um vol. VII que contém textos suplementares.

⁴ Lewis, *Survey*, p. 79; Kneale, *D. L.*, p. 427. O próprio Peirce diz da lógica: «I have contemplated it in all sorts of perspectives» (*C. P.*, III, § 455).

⁵ Ver o seu artigo (em francês) «Comment se fixe la croyance», *Rev. philos.*, Dezembro de 1878, p. 553-569.

mento matemático, isto é, *diagramático e icónico*. Nós, que somos partidários de uma lógica 'exacta', e, em geral, de uma filosofia 'exacta', defendemos que os que seguem tais métodos evitarão, exactamente na medida em que os seguirem, todo o erro, ou, pelo menos, todo o erro não incluído naqueles que podem ser rapidamente corrigidos a partir do momento em que são descobertos¹.» A lógica só será pois exacta na condição de o pensamento operar sobre figuras escritas. É já o que se verifica um pouco com a silogística. «Todo o raciocínio dedutivo, mesmo um simples silogismo, envolve um elemento de observação; porque a dedução consiste em construir um ícone ou um diagrama cujas relações entre as partes apresentam uma analogia completa com as relações entre as partes do objecto do raciocínio, e depois em experimentar com base nessa imagem na imaginação, e em observar o resultado, de maneira a descobrir relações até então despercebidas entre as partes².» Mas é a álgebra que ilustra melhor o processo. Pode, sem dúvida, substituir-se a fórmula icónica por uma regra abstracta, por exemplo a fórmula

$$(x + y)z = xz + yz$$

pela regra de que a adição é distributiva; «mas não pode fazer-se nenhuma aplicação de um tal enunciado abstracto sem tê-lo traduzido numa imagem sensível³.» Não há pensamento exacto enquanto se raciocinar na abstracção com palavras, como os filósofos costumam fazer. Ao passo que, em matemáticas, «é necessário que algo seja *feito*. Em geometria, traçam-se linhas subsidiárias, em álgebra operam-se as transformações que são permitidas. Por consequência, a faculdade de observação é chamada a actuar⁴.» A lógica só será uma ciência exacta na medida em que substituir ao método verbal dos filósofos o método icónico dos matemáticos.

Contudo, a matematização ou a algebrização da lógica não são concebidas, como em Boole e Schröder, como uma redução da lógica a uma espécie de álgebra. É a matemática que está sob a dependência da lógica, e não inversamente⁵. Os cálculos da álgebra booleana e schröderiana, mesmo onde resultam, têm algo de artificial. Embaraçam-se nas operações inversas, preocupam-se demasiado exclusivamente em resolver equações. Há em Schröder, escreve ele, «demasiado formalismo para o meu gosto, alqueires de palha para um grão de trigo». Quanto a ele, os seus próprios trabalhos no domínio da lógica «foram lógicos e não matemáticos, isto é, voltados para os elementos essenciais da álgebra,

¹ III, § 429. Peirce denomina *ícones* os signos que são tais em virtude de uma certa semelhança com aquilo de que são sinais.

² III, § 363.

³ *Ibidem*.

⁴ IV, § 233.

⁵ III, § 372. Quando ele diz o contrário, é porque pensa no método «icónico» dos matemáticos, ao qual o lógico deve submeter-se.

não para a solução de problemas». «Em lógica, a nossa grande tarefa é analisar todas as operações da razão e reduzi-las aos seus elementos últimos; pôr o raciocínio em cálculo não é uma tarefa subsidiária¹.»

Assim, Peirce insurge-se contra a tendência que certos lógicos têm de se hipnotizarem com as equações a ponto de quererem a todo o custo reduzir a cópula lógica fundamental à igualdade matemática: como se a forma ideal da proposição fosse a que estabelece a igualdade do sujeito e do predicado. Tal é nomeadamente o erro de todas as tentativas para alargar a quantificação ao predicado, como pretendeu fazê-lo Hamilton, «com uma incompetência extraordinária²». Porque a relação de igualdade ($=$) está em segundo lugar relativamente à da inclusão ($\subseteq$). Uma noção é logicamente mais simples que uma outra quando aquela inclui esta, sem reciprocidade. Ora, toda a igualdade é uma inclusão, mas o inverso não é verdadeiro: assim, a inclusão é um conceito mais amplo e portanto, mais simples que a igualdade. Tendo o sinal ($\subseteq$) o inconveniente de parecer resultar da composição de dois sinais simples, Peirce substituiu-o pelo sinal « $\prec$ ». A igualdade $x=y$ é na realidade a conjunção das duas inclusões $x\prec y$ e $y\prec x$. E o que confirma a simplicidade lógica primeira da relação marcada por este sinal, é a sua extrema generalidade. Peirce observa, de facto, que este sinal é o que convém para ligar ao mesmo tempo o predicado ao sujeito na proposição categórica, o consequente ao antecedente na proposição hipotética, e a conclusão à premissa na inferência. A relação expressa pela cópula tradicional é assim formalmente assimilável à relação de *ilação*, como Peirce gosta de denominar a que permite a inferência. De maneira que o princípio sobre o qual assenta a legitimidade do silogismo não é, como repetidamente se diz, o princípio de *identidade*, mas o da *transitividade* da relação ilativa³. A importância de uma tal observação aparecerá mais tarde cada vez melhor.

Esta crítica não visa precisamente a álgebra de Boole, a não ser pela troca da cópula fundamental. Peirce reconhece aliás os seus méritos, o principal dos quais na sua opinião é fornecer um bom instrumento para os problemas relativos à probabilidade. Mas ele dirige-lhe duas censuras graves, e essas insuficiências vão, tanto uma como a outra, sugerir-lhe um avanço decisivo na elaboração da lógica moderna. A primeira insuficiência da teoria de Boole é limitar-se aos termos absolutos: não será possível ampliá-la de maneira que ela abranja também as relações? A segunda é não conseguir, no próprio interior da lógica das classes, exprimir de maneira satisfatória a distinção entre *todos* e *algum* e nomeadamente não conseguir formular convenientemente a proposição particular⁴: não se poderá chegar a uma notação conveniente da quanti-

¹ III, § 451, 322, 173 nota.

² III, § 181.

³ III, § 47-50, 173-175, 407-413. Cf. § 472: «The general doctrine of the illative character of the copula, a doctrine precisely opposed to the opinion of the quantification of the predicate.»

⁴ Esta dificuldade para as particulares era perfeitamente reconhecida pelos discípulos de Boole. Jevons tentava evitá-las, Venn confessa que elas são «embaraçosas».

ficação? Sobre o primeiro ponto, Peirce continua a obra esboçada por De Morgan. Mas verifica-se que é justamente na altura das suas pesquisas sobre a lógica das relações que ele é levado a introduzir a concepção moderna dos quantificadores.

Podem repartir-se em três períodos os trabalhos do nosso autor sobre a lógica das relações: 1867-1870, 1880-1885, 1897. É no decurso da segunda etapa que são dados os passos decisivos, em ligação com a instituição de um simbolismo adequado. Peirce indica a relação por meio de uma carta, que ele faz acompanhar de índices para marcar, na ordem, os termos da relação — na sua linguagem, o «relato» e o «correlato». Se, por exemplo, designarmos por l (*lover*) a relação de amor entre dois indivíduos i e j , escreveremos l_{ij} para enunciar que « i ama j ». Esta notação permite exprimir o caso de uma relação reflexiva ou, como ele a denomina, «sibi-relativa»: por exemplo, se o indivíduo i se ama a si mesmo, l_{ii} . A conversa exprime-se, quer por um sinal curvo por cima da letra que simboliza a relação, quer simplesmente pela inversão dos índices. Finalmente, tal como as relações «duais», poder-se-ão assim exprimir comodamente as relações «plurais», por exemplo, a_{ijk} para « i compra j a k ».

As relações harmonizam-se entre si para formar, quer um produto relativo como lb para «apaixonado por um benfeitor», quer uma soma relativa $l+b$ para «apaixonado por todos salvo pelos benfeitores». Com a utilização dos índices, teremos respectivamente $(lb)_{ij}$ e $(l+b)_{ij}$. É aqui que intervêm os quantificadores. O produto lógico deve ser olhado como uma combinação *particular*, porque ela implica a *existência* de algum indivíduo amado pelo seu *relato* e de um benfeitor do seu *correlato*. A soma lógica, pelo contrário, é uma combinação que se deve encarar como *universal*, no sentido de que ela implica a *não-existência* de um qualquer indivíduo salvo do que é ou amado pelo seu *relato*, ou um benfeitor do seu *correlato*. Se, para tornar a notação tão «icónica» quanto possível, utilizarmos Σ , sugerindo uma soma, para *algum*, e Π , sugerindo um produto, para *todos*, poderemos definir as duas combinações atrás citadas pelas duas equações seguintes (em que o sinal + designa o *ou* não exclusivo):

$$\begin{aligned}(lb)_{ij} &= \Sigma_x (l)_{ix} (b)_{xj} \\ (l+b)_{ij} &= \Pi_x \{ (l)_{ix} + (b)_{xj} \}\end{aligned}$$

Peirce atribui esta notação ao seu discípulo Mitchell, mas foi ele que a estabeleceu abrangendo todo o seu alcance. Ela ultrapassa a expressão da soma e do produto relativos, e o seu uso estende-se mesmo para além da lógica das proporções de relação. Se designarmos por x uma propriedade qualquer, $\Sigma_i x_i$ significa que x é verdadeiro de qualquer dos indivíduos denotados por i , ao passo que $\Pi_i x_i$ significa que x é verdadeiro de todos esses indivíduos; o que pode escrever-se assim:

$$\begin{aligned}\Sigma_i x_i &= x_1 + x_2 + x_3 + \text{etc.} \\ \Pi_i x_i &= x_1 x_2 x_3 \text{ etc.}\end{aligned}$$

observando apenas que a analogia com a soma e o produto não é absolutamente estrita, porque os indivíduos do universo considerado podem

ser em número infinito. Se agora designarmos por x não já uma propriedade absoluta, mas uma relação (tomando o caso mais simples, o de uma relação dual), então $\pi_i \pi_j x_{ij}$ significa que todo o i está nessa relação como todo o j , $\Sigma_i \pi_j x_{ij}$, que algum i está nesta relação com todo o j , $\pi_j \Sigma_i x_{ij}$, que em todo o j algum i está nesta relação, $\Sigma_j \Sigma_i x_{ij}$, que algum i está nesta relação com algum j . Chegamos finalmente à conciliação das relações. Escrevemos l_{ij} para significar que i é um apaixonado de j , e b_{ij} para significar que i é um beifeitor de j . Teremos então, por exemplo:

$\pi_i \Sigma_j l_{ij} b_{ij}$: todo o indivíduo é ao mesmo tempo apaixonado e benfeitor de algum indivíduo.

$\pi_i \Sigma_j l_{ij} b_{ij}$: todo o indivíduo é apaixonado de algum dos seus benfeitores.

$\Sigma_i \Sigma_k \pi_i (l_{ij} + b_{jk})$: há dois indivíduos dos quais um ama toda a gente salvo os benfeitores do outro¹.

Toda a fórmula poderá assim ser dividida em duas partes distintas: por um lado, uma expressão booleana que se refere a um indivíduo, e um quantificador que indica o que é esse indivíduo. Por exemplo, se r significa «ele é rei» e f «ele é feliz», o booleano $(r+f)$ significa que o indivíduo de que se fala não é rei ou é feliz; o quantificador universal anteposto a esta expressão significa então que isso é verdadeiro para todo o indivíduo no universo considerado, e o quantificador particular significa que há um indivíduo que é não-rei ou feliz. Assim se iniciam os quantificadores modernos, que se distinguem essencialmente dos indicadores de quantidade da lógica tradicional. Estes incidiam sobre conceitos (o sujeito, ou mesmo para alguns autores, o predicado), isto é, sobre funções, às quais eles permaneciam de algum modo ligados dentro da fórmula; ao passo que os quantificadores dos modernos incidem sobre um ou vários indivíduos indeterminados, x , y , z , argumentos de uma função, sendo feita nitidamente a distinção entre o ou os quantificadores e a fórmula que eles quantificam. Peirce viu também a vantagem que havia, para a clareza da escrita e para a comodidade dos cálculos, em reunir os quantificadores à cabeça da fórmula no caso de uma quantificação múltipla.

A lógica das relações é apresentada por Peirce, não como uma segunda lógica que viria justapor-se à lógica das classes ou dos atributos, mas como uma generalização desta, que nela se encontra como um caso particular. Toda a proposição comporta no seu núcleo um «rema», isto é, uma expressão que desempenha o papel de verbo. Este rema é comparável a um radical, susceptível de ser saturado segundo uma ou várias valências. Um rema que comporta apenas um único lugar a preencher, como acontece com a proposição atributiva, por exemplo, «... é mortal», é um rema não-relativo². Ao passo que um rema relativo é comparável a um radical bivalente ou, mais em geral, multivalente, por exemplo, «...ama», «...com-

¹ III, § 332-333 e 393-394.

² De resto, Peirce fala neste caso de uma relação monádica, ao lado das relações diádicas e poliádicas.

pra ... a ...», etc. Neste texto de 1892¹, reconhecem-se ideias análogas às que Frege formulava na mesma altura.

Também tal como Frege, embora de maneira mais acabada, Peirce traçou as bases de um cálculo das proposições, mas juntando à apresentação axiomática um processo de decisão por meio de tabelas de verdade (1885), que Frege só posteriormente desenvolverá depois de tê-lo apenas entrevisto num caso particular. Esse processo, que será mais tarde retomado e popularizado por Wittgenstein, Post e Lukasiewicz, assenta na representação das proposições por quantidades susceptíveis de dois valores, V (verdadeiro), e F (falso). Com um conjunto de duas proposições, obtemos quatro combinações possíveis (VV, VF, FV, FF), e dezasseis possibilidades de conexão entre essas duas proposições constituindo outras tantas formas de proposições binárias, conforme cada forma admite uma, ou várias, ou nenhuma dessas quatro possibilidades, com exclusão das outras: por exemplo, VV, FV, FF, com exclusão de VF, como Filon caracterizava a implicação². O quadro seguinte, que se encontra sob esta forma em *The simplest mathematics* (1902), pode assim ser lido como uma tabela de verdade da equivalência³:

x	y	z
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Peirce apercebeu-se mesmo, antes de Sheffer tê-lo descoberto mais tarde, de que um só desses conectores, que ele denomina o *amphec* (de ἀμφηχής, *que corta dos dois lados*), e que nós denominamos actualmente a rejeição ou a binegação (*nem ... nem ...*), pode por si só fazer o papel de todos os outros, sem o uso da negação que ele está apto a suprir⁴.

Muitas outras ideias semeadas aqui e ali por Peirce encontrar-se-ão de novo, de uma maneira ou de outra, na lógica contemporânea, da qual ele deve ser considerado como um dos precursores directos, ao lado de Peano e de Frege. Mas foi, de facto, sobre a lógica das relações que ele fez incidir o seu esforço mais contínuo e mais obstinado, como o mostra a quantidade de escritos, distribuídos ao longo de muitos anos, que ele lhe consagrou. O último (1897) é um longo estudo feito a propósito da recente publicação da obra de Schröder sobre a lógica das relações, que constitui um dos volumes das suas *Lições sobre a Álgebra da Lógica*. Esta última obra é mais completa e mais sistemática, mas será também ela ultrapassada quase de imediato pela maneira como Russell abordará a questão, dando à lógica das relações a forma que rapidamente se tornou clássica.

¹ *Critic of arguments* (III, § 420-421).

² III, § 365 e ss.; e IV, § 261. Peirce sugeriu um simbolismo sistemático para esses dezasseis conectores binários.

³ IV, § 262.

⁴ IV, § 12-20 e 264.

Capítulo XI

O ADVENTO DA LOGÍSTICA

1. Da álgebra da lógica à logística

A lógica moderna, tal como ela se constituiu a partir de meados do século XIX abandonando a via tradicional, é muitas vezes chamada *lógica matemática*. Denominação perfeitamente justificada, porquanto marca o seu carácter próprio e a sua diferença específica, em relação à lógica clássica. Mas, por característica que seja, esta referência às matemáticas não deve dissimular uma variação interna. A lógica matemática moderna apresentou-se, de facto, sob duas formas sucessivas: a primeira é a que Boole lhe deu quando fundou a *álgebra da lógica*; a segunda que, sem aniquilar a primeira, virá em breve sobrepor-se-lhe, é a que foi concebida por Frege, e que mais tarde se denominará *logística*. Em finais do século XIX, na altura em que florescia a álgebra da lógica e em que nascia a logística, a separação nem sempre apareceu de maneira muito nítida, em razão precisamente da estreita relação que unia, em ambos os casos, a lógica e as matemáticas. Mas não é forçar muito as coisas dizer que essa relação se inverte quando se passa da álgebra da lógica à logística.

«A álgebra da lógica, escreve Couturat, é uma *lógica matemática*, pela sua forma e pelo seu método; mas não há que tomá-la pela *lógica das matemáticas*¹.» Na álgebra da lógica, o objectivo é constituir um *organon* lógico com base no modelo das matemáticas. A matemática é aqui um auxiliar, um meio para resolver problemas de lógica, a qual é portanto o fim visado. A álgebra da lógica apresenta-se assim como uma teoria matemática particular que, tal como as outras, se apresenta sob uma forma

¹ *L'algèbre de la logique*, Paris, Gauthier-Villars, 1905, p. 95.

dedutiva. Como tal, pressupõe portanto a validade das leis lógicas da dedução. Donde a sua posição bastante falsa: essas leis lógicas, é possível, sem dúvida, mediante uma interpretação conveniente, encontrá-las entre os seus teoremas; e no entanto, não se pode dizer que ela os demonstre, pois que toda a demonstração pressupõe precisamente a validade das leis que regulam os seus trâmites: haveria então círculo vicioso.

Por isso, a lógica moderna se desenvolveu em breve sob uma outra forma, em que o interesse vai essencialmente para as regras do raciocínio dedutivo e para as leis que os justificam. Também ela é, de facto, obra de matemáticos, mas cujo estudo está orientado de outro modo. Estes, pelo menos inicialmente, não se interessam lá muito pela *lógica* no desenrolar do discurso matemático, por outras palavras, exprimir a matemática sob uma forma logicamente rigorosa. Para eles, a lógica é pois a auxiliar da matemática, a qual permanece o fim em vista. A teoria da dedução é apenas um meio para alcançar o rigor perfeito nas matemáticas. Esta atitude é particularmente nítida em Peano e nos matemáticos italianos agrupados à sua volta. Eles não se propõem expressamente «construir, diz ainda Couturat, um sistema de lógica completo e coerente; eles só inventaram a sua notação para poderem escrever em símbolos as proposições matemáticas, e só desenvolveram o seu algoritmo na medida em que tinham necessidade dele para analisar e verificar as demonstrações matemáticas¹». O matemático demonstra o seu teorema, mas, habitualmente, não se preocupa em demonstrar que a sua demonstração é válida: confia, para isso, numa espécie de intuição lógica. Mas, em lógica como noutras matérias, a intuição pode enganar-nos; convém pois explicitar o que a fundamenta, ou seja, estabelecer e formular, ao lado dos princípios próprios da teoria matemática à qual eles fornecem, de algum modo, a sua matéria, os princípios formais pelos quais se entende explorar esse fornecimento inicial.

A bem dizer, os fundadores da nova lógica mostraram-se geralmente mais preocupados que Peano em organizar esses princípios lógicos num sistema teórico. Mas, desde o início, tomaram nitidamente consciência daquilo que separava essa teoria da cálculo de Boole. Verificámo-lo em Peirce, encontramos-lo nesse outro precursor da logística que foi Mac Cool. Se é verdade que admira profundamente a obra de Boole, ele pergunta-se se o êxito obtido pelos seus esforços para fazer entrar à força todo o raciocínio nos moldes rígidos de velhas fórmulas, concebidas especialmente para os números e as quantidades, não acabou por ser uma desgraça para a lógica, na medida em que incitou um grande número de lógicos a desperdiçar a sua energia em tarefas fúteis, em vez de aplicá-la na descoberta de fórmulas novas e independentes². E ver-se-á que Frege, por seu lado, não se propõe de modo nenhum

¹ «La logique mathématique de M. Peano», *Rev. de métaph.*, 1889, P. 645.

² «Symbolic reasoning II», *Mind*, 1897, p. 505.

construir uma lógica como um ramo das matemáticas, mas pelo contrário fornecer-lha como fundamento.

O desenvolvimento das matemáticas nos finais do século convidava aliás a esta mudança de perspectiva nas relações da lógica e das matemáticas. O facto de um pouco antes alguns matemáticos se terem apoderado da lógica para tratá-la *more geometrico* não tinha bastado para integrá-la verdadeiramente na matemática. Nesta, a álgebra da lógica fazia ainda figura de estranha: uma especialidade curiosa e marginal, cultivada por alguns originais, mas da qual os matemáticos, no seu conjunto, não tinham nenhuma necessidade para o seu trabalho próprio e da qual, por consequência, podiam desinteressar-se. Ora, a lógica ia em breve impor-se-lhes por uma outra via e de maneira mais imperiosa. Pelas próprias exigências da sua ciência, eles iriam ter necessidade, não de introduzir a matemática na lógica algebrizando esta, mas antes, em sentido inverso, de introduzir a lógica na matemática e, para isso, de renovar primeiro o velho instrumento lógico, absolutamente insuficiente para a tarefa que lhe era atribuída.

Se esta necessidade inicialmente só foi apreendida por alguns, ela tornou-se em breve manifesta com o surgir, por volta de 1900, das antinomias cantorianas, que pareciam mimar as matemáticas atirando-se ao seu fundamento. O século XIX tinha conseguido eliminar as dificuldades teóricas que a análise infinitesimal levantava, reduzindo as suas noções fundamentais às da aritmética. Esta base parecia perfeitamente assegurada: a simplicidade e a clareza das noções e das proposições primeiras desta ciência, a evidência das suas demonstrações, a que se juntavam as inúmeras confirmações experimentais sem falha, tudo isso dava plena confiança aos matemáticos. Alguns, no entanto, particularmente escrupulosos, não estavam ainda plenamente satisfeitos, e tentavam fazer assentar a própria aritmética numa base puramente lógica, por uma apertada análise não apenas dos seus processos de demonstração, mas também dos seus dados iniciais. Pelo seu estreito parentesco com a noção puramente lógica de classe, a de conjunto, que acabava de fazer a sua entrada nas matemáticas, parecia fornecer o apoio procurado. Ora, eis que na altura em que a teoria cantoriana dos conjuntos começava a ser aceite pelos matemáticos, a antinomia, ou antes, as antinomias que ela suscitava, tornavam-na suspeita. Havia a percepção de que a rocha que se julgava ter sido finalmente alcançada apresentava uma fissura. E nem sequer havia a possibilidade de se desembaraçar da dificuldade rejeitando pura e simplesmente, como alguns propunham, a teoria matemática dos conjuntos, condenada pelas suas contradições internas; porque rapidamente se dava conta de que esta teoria não tinha sido mais que a ocasião do surgir das antinomias, cuja origem devia ser procurada mais profundamente, ao nível da própria lógica. Assim, para assegurar a estabilidade do edifício matemático, era agora necessário que os próprios matemáticos, a bem ou a mal, se fizessem lógicos¹. A

¹ Cf. K. Grelling, «Der Einfluss der Antinomien auf die Entwicklung der Logik im 20. Jahrhundert.», *Travaux du IX^e Congrès international de philosophie*, Paris, Hermann, 1937, vol. VI, p. 8-17.

lógica nova já não será feita apenas, como no caso de Boole e da sua escola, *por* matemáticos, para vir em auxílios dos lógicos, mas será feita também *para* os matemáticos, trazendo-lhe a ajuda de que eles têm necessidade.

Um dos traços que marcam a lógica do início do nosso século, e que está longe de estar hoje apagado, não é pois somente, de uma maneira geral, a sua íntima associação com a matemática, mas, mais precisamente, a sua subordinação, na sua qualidade de indispensável auxiliar, ao problema do fundamento dessa ciência. Nada é mais instrutivo a tal respeito que o espectáculo de matemáticos, inicialmente indiferentes ou mesmo hostis à lógica, obrigados por fim a dedicarem-se a ela a ponto de se guindarem aos primeiros lugares. É o caso de Hilbert, que permanecera primeiro, como Couturat o fazia então justamente notar a Poincaré, «completamente estranho à logística»¹, e que, vinte a trinta anos mais tarde, iria tornar-se co-autor de duas das principais obras de lógica matemática da época. É o caso, mais instrutivo ainda, de Heyting, um dos mais calorosos defensores de uma doutrina que opõe, às invasões da lógica, um dos primeiros sistemas lógicos originais, e cujo interesse não veio depois a diminuir. Semelhante imbricação entre os dois problemas², construir a lógica como ciência e assegurar o alicerce das matemáticas, torna evidentemente muito pouco cómodo expor o desenvolvimento da lógica do século XX separando-o da tarefa que lhe foi essencialmente atribuída, e que explica o interesse crescente que os matemáticos lhes dedicaram. Como teríamos no entanto, na medida do possível, de nos esforçar por isso³, era mais necessário ainda sublinhar esta dependência que determinou, em grande parte, o florescimento da lógica contemporânea e orientou a sua evolução.

Este primeiro traço da nova lógica explica o segundo, esse mais temporário e menos exclusivo, porque pertence sobretudo ao seu primeiro período, o que vai da *Begriffsschrift* aos *Principia mathematica*. Pedir à lógica, convenientemente renovada, que assegure os alicerces da matemática, convida bastante naturalmente a prosseguir aquém dos limites habituais da matemática o trabalho de regressão na formalização dedutiva e a tentar fazer derivar o conjunto das noções e das verdades matemáticas a partir das noções e das verdades propriamente lógicas.

¹ *Rev. de méaph.*, 1906, p. 210.

² Basta percorrer a colecção do *Journal of Symbolic Logic*, para constatar o lugar que nele ocupam os trabalhos que estão relacionados, mais ou menos directamente, com o problema do fundamento das matemáticas. Uma editora holandesa publica desde 1951 uma colecção que associa os dois géneros de pesquisas: *Studies in logic and the foundations of mathematics*.

³ Para uma primeira iniciação a este problema dos fundamentos, poder-se-á ler Mw Combès, *Fondements des mathématiques* (a publicar nas P.U.F.); para um estudo mais aprofundado: S. Körner, *The philosophy of mathematics*, Londres, Hutchinson, 1960. Compilações de texto: P. Benacerraf & H. Putnam, *Philosophy of mathematics, selected readings*, Oxford, Blackwell, 1964, e J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel, a source book in mathematical logic 1879-1931*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1967.

Ao mesmo tempo que assegurava o seu fundamento, a lógica forneceria então à matemática os seus princípios. O «logicismo» viu-se assim estreitamente ligado à logística nascente. A própria ideia de uma redutibilidade da matemática à lógica não era nova por certo. Leibniz, como se recorda, exigia que se demonstrassem os axiomas e defendia que todas as verdades racionais devem acabar por poder reduzir-se a proposições idênticas. Era precisamente para opor-se a semelhante tese que Kant forjara a noção de juízos sintéticos *a priori*, separando radicalmente por esse carácter as proposições da matemática da lógica, as únicas analíticas. Mas os progressos das matemáticas no século XIX não haviam realmente confirmado essa tese kantiana, e exactamente na época de Frege outros matemáticos, como Dedekind¹, esforçavam-se por despojar do seu carácter especificamente aritmético as propriedades fundamentais da sequência dos inteiros subsumindo-os sob conceitos mais amplos que sejam os de todo o pensamento em geral, isto é, sob conceitos puramente lógicos. Só que, comparada à de Frege, a dedução de Dedekind carece de rigor.

É que lhe faz falta o aparelho lógico que Frege soubera criar para esse uso, e que lhe permite uma análise muito mais cerrada. Ele pensa ter conseguido definir em termos puramente lógicos as próprias noções que, pela mesma altura, Peano ia tomar como termos primeiros, e portanto não definidos, na sua axiomatização da aritmética; e seriam de igual modo demonstradas, a partir unicamente das proposições da lógica, proposições que se assemelham muito às que a aritmética peaniana colocava como axiomas. Afastava-se assim uma dificuldade epistemológica levantada pela formalização axiomática. Um sistema axiomático não garante que os seus teoremas são verdadeiros, mas apenas que eles são consequências necessárias dos axiomas, eles próprios colocados como hipóteses e não afirmados categoricamente. E também não dá um sentido muito limitado aos seus termos, dado que a espécie de definição que os postulados implicam só fixa o seu sentido solidariamente e de maneira equívoca, admitindo geralmente uma pluralidade de interpretações. Donde a piada de Russell, que se tornou célebre: as matemáticas são uma ciência em que não se sabe de que se fala nem se o que se diz é verdadeiro². Deduzindo a aritmética da lógica, como também ele iria fazê-lo, ia corrigir-se esta indeterminação da sua base, dar um sentido único aos seus termos primeiros e, portanto, a todos os termos que eles servem para definir, conferir uma verdade categórica às suas proposições primeiras e, portanto, a todas as proposições que elas

¹ «Quando digo que a aritmética (álgebra, análise) não é mais do que uma parte da lógica, quero dizer que considero o conceito de número como inteiramente independente das representações ou intuições do espaço e do tempo, e como sendo muito mais a emanção imediata das leis do pensamento puro.» (*Was sind und was sollen die Zahlen*, 1884, Vorwort).

² «Recent works on the principles of mathematics», *The International Monthly*, Julho de 1901, p. 84; reproduzido sob um outro título («Mathematics and the metaphysicians»), em *Mysticism and Logic*, Londres e Nova Iorque, Longman Green & C.^o, 1918, cap. V (trad. fr., Paris, Payot, 1922).

servem para demonstrar, em resumo, acabar por fazer da aritmética uma ciência racional, no sentido mais forte desta expressão. A velha aritmética era de facto uma ciência, despenseira de verdades, mas as suas bases permaneciam largamente intuitivas. A aritmética axiomatizada tinha afastado esses apelos à intuição e apresentava-se como uma construção puramente racional, mas trazia apenas uma moldura vazia. Os recursos de uma lógica mais requintada permitiam, doravante, juntar nela verdade e racionalidade.

Ora, esta visão das coisas implicava uma certa filosofia da lógica. Se as proposições da lógica se prestam, tal como as das matemáticas, a serem organizadas num sistema dedutivo axiomatizado, a axiomatização da lógica já não pode ser entendida da mesma maneira que a das matemáticas, isto é, como formando um sistema hipotético-dedutivo, porque isso não faria mais que recuar o problema do fundamento, sem resolvê-lo. Para que sejam definitivas as bases sobre as quais o lógico pretende assentar a matemática, é preciso que os termos primeiros da lógica tenham um sentido pleno, susceptível de fazer lastro aos da aritmética, é preciso que as suas proposições primeiras tenham uma verdade categórica, susceptível de se comunicar às da aritmética. O logicismo tem, pois, como condição uma concepção dogmática e absolutista da lógica. A matemática axiomatizada, diz Russell, quase só tem a ver com variáveis, mas para que as suas deduções sejam correctas «é necessário que a hipótese implique *verdadeiramente* a tese... A implicação é uma constante lógica, e não podemos desfazer-nos dela. Temos, pois, necessidade de proposições *verdadeiras* a respeito da implicação... Se as regras da dedução não fossem verdadeiras, as consequências que se obteriam ao empregá-las não seriam verdadeiramente consequências... Nas partes posteriores, as premissas imediatas podem ser falsas sem que as deduções sejam logicamente incorrectas, mas nos fundamentos as deduções serão incorrectas se as premissas não forem efectivamente verdadeiras¹». E de igual modo Frege, sob uma forma mais paradoxal: «De falsas premissas não se pode, de uma maneira geral, concluir nada. Um puro pensamento, não reconhecido como verdadeiro, não pode ser uma premissa. É só quando eu reconheci como verdadeiro um pensamento que ele pode ser para mim uma premissa; puras hipóteses não podem ser empregadas como premissas²».

Por sua vez, este dogmatismo lógico, se não comanda necessariamente a posição de um mundo inteligível, lugar das ideias e das verdades eternas, não deixa em todo o caso de sugerir bastante naturalmente uma tal metafísica. Essas verdades absolutas da lógica e das matemáticas, estranhas ao mesmo tempo ao mundo sensível fora de nós e, em nós, à consciência que dele podemos tomar, mas que se impõe a nós quando as apreendemos, possuem, portanto, uma realidade *sui generis*, como já defendera Bolzano. O matemático, diz Frege, é como o geógrafo, descreve o que se lhe apresenta: «Este, tal como aquele, não fazem mais do

¹ «L'importante philosophique de la logique», *Rev. de métaph.*, 1911, p. 286-287.

² Carta a Jourdain, 1910; em Bochenski, *F. L.*, p. 336.

que descobrir o que existe e dar-lhe um nome¹». Ou então, se se hesitar em empregar aqui a palavra *existência*, que evoca uma localização espaço-temporal, falar-se-á ao menos de *subsistência*, como faz Russell: «A lógica e a matemática forçam-nos a admitir uma espécie de realismo no sentido escolástico, ou seja, a admitir que há um mundo dos universais e das verdades que não incidem directamente sobre tal ou tal existência particular. Esse mundo dos universais deve *subsistir*, embora não possa *existir* no mesmo sentido que aquele em que os dados particulares existem²».

Nem o logicismo redutor, nem o dogmatismo absolutista, nem o realismo platonizante permanecerão indissolúvelmente ligados à lógica nova nos seus ulteriores desenvolvimentos. Eles marcaram pelo menos suficientemente os seus inícios para que a palavra *logística* tenha ficado mais ou menos afectada por essa recordação. Tal denominação tinha sido sugerida simultânea e independentemente, no Congresso Internacional de Filosofia de Genebra em 1904, por Itelson, Lalande e Couturat, para designar mais comodamente, por uma só palavra, aquilo a que então se chamava lógica algorítmica, lógica simbólica, lógica matemática³. A escolha feliz, pela associação que evocava entre o raciocínio e o cálculo⁴. É lamentável que a palavra se tenha tornado actualmente um tanto ambígua, precisamente em virtude das suas ligações originais a uma certa filosofia da lógica e uma certa maneira de entender as suas relações com a matemática. Se se pode aplicá-la sem medo ao período que abrange os primeiros anos do nosso século, hesita-se um pouco actualmente em prolongar a sua utilização, e volta-se com frequência, agora que a nova lógica se substituiu suficientemente à antiga para que a confusão já não seja possível, à velha denominação de lógica formal, deixando-se mesmo muitas vezes cair o adjectivo. Por isso, é preciso distinguir, no emprego que ainda hoje pode fazer-se da palavra *logística*, entre o que se pode chamar, com Brunscvic⁵, a logística-método, que se situa no plano científico e continua a ser o bem comum dos lógicos, e a lógica-sistema, que coroa a primeira por uma certa filosofia da lógica, própria de uma certa escola de lógicos entre outras. Seja como for quanto a esta questão de vocabulário, o que resta é que esta associação de um logicismo platonizante à lógica é um dos traços que marcam o período de elaboração desta moderna logística.

Por fim, uma terceira diferença, essa essencial e permanente, que separa a logística dos trabalhos que a preparavam, reside na economia geral da teoria, que se desenvolve segundo um outro plano. Para a pri-

¹ *Les fondements de l'arithmétique*, 96; tr. Imbert, p. 219.

² Art. citado, p. 289-290.

³ A expressão «lógica matemática», que já se encontra em Peirce, foi difundida por Peano; a de «lógica simbólica» foi empregada por Venn, e a de «lógica algorítmica» foi utilizada por Couturat.

⁴ O verbo λογίζομαι, donde deriva o adjectivo λογιστικός, significava ao mesmo tempo calcular e concluir pelo raciocínio, inferir.

⁵ *Les Étapes*, p. 381-382.

meira geração dos renovadores da lógica, duas vias pareciam abrir-se para essa renovação. Primeiro a da lógica das classes, que a álgebra da lógica tinha purificado tratando-a apenas do ponto de vista da extensão, e cujos meios ela ia permitir multiplicar indefinidamente, submetendo-a ao cálculo. Seguidamente, a lógica das relações, onde Lachelier via, ainda em 1906, o início de uma nova lógica, muito mais rica e variada que a velha lógica da inerência. Ora, se a teoria das classes e a teoria das relações se reencontram de facto na logística, elas ocupam realmente um lugar modesto, estão lá a título de teorias especiais. Assim como a matemática, embora praticando o cálculo, subordina essa prática à descoberta das leis que justificam o seu emprego, de igual modo a logística, se reduz o raciocínio a um cálculo, propõe-se primeiro e essencialmente procurar as leis lógicas sobre as quais assenta a validade dos processos dedutivos assim traduzidos. A ordem exige então que se comece por estabelecer as mais elementares dessas leis, as que comandam as relações entre proposições abstractas, abstraindo não apenas do seu conteúdo mas mesmo da sua forma, e não retendo delas outra propriedade que não a de serem verdadeiras ou falsas. Por volta de 1880, Peirce, Mac Cool e Frege redescobrem assim este cálculo das proposições que constituía o objecto da dialéctica estóica e ao qual tinham pouco a pouco chegado os lógicos da Idade Média. Depois do que, será possível levar mais longe o estudo tomando em consideração a estrutura interna da proposição, analisada não já em termos de sujeito e atributo unidos por uma cópula, mas em termos de função e argumento. É no interior deste cálculo das funções que poderá encontrar-se a lógica das classes, segundo uma interpretação possível da teoria das funções proposicionais de um argumento, e de igual modo a lógica das relações, correspondendo à teoria das funções proposicionais de dois ou vários argumentos. Esta segunda parte da lógica estratificar-se-á aliás em vários níveis ou, como se dirá, em várias ordens, de dificuldade e complexidade crescentes, conforme se está perante funções de primeira ordem, ou de funções de funções, etc. Se se exceptuarem algumas teorias originais e, bem entendido, as obras que se mantiveram fiéis à velha lógica clássica, tal é, desde a *Begriffsschrift* e os *Principia mathematica*, o plano que se tornou tradicional e, se assim pode dizer-se, ortodoxo, dos tratados de lógica¹.

2. Frege

A lógica tal como hoje a praticamos é resultante da logística, e não da álgebra lógica. Os trabalhos de Boole e da sua escola determinaram sem dúvida um renascimento da lógica, impõem a sua marca na história desta ciência, mas, com diz justamente van Heijenoort, o período boo-

¹ O que não é contraditório com o facto de que os tratados de matemáticas que fazem apelo à lógica nova preferem, muitas vezes, começar pela lógica das classes, em razão da analogia entre classes e conjuntos.

leano não é verdadeiramente, para a lógica, uma época grande: a época grande é a que se abre em 1879 com a *Begriffsschrift* de Frege. «Este livro libertava a lógica de uma conexão artificial com as matemáticas, enquanto ao mesmo tempo preparava uma inter-relação mais profunda entre estas duas ciências¹».

Se é verdade que Frege conseguiu criar de chofre a lógica moderna pelos seus próprios meios, a história nem por isso deve esquecer que, nos anos que antecederam a *Begriffsschrift*, vários passos tinham sido dados nessa direcção.

O primeiro data de 1870. É quando Peirce, tendo deixado de estar fascinado pelo prestígio da equação matemática, substitui, como cópula fundamental — sendo naturalmente a palavra cópula entendida aqui no seu sentido amplo — o símbolo da implicação ao da igualdade. Reconhecendo embora que este mesmo símbolo pode também convir para marcar a relação de inclusão entre classes ou a relação matemática $\leq$, ele atribui-lhe como função essencial e primitiva assinalar a relação de «ilação» entre proposições. Boole reconhecera, sem dúvida, que o seu cálculo podia, mediante certas precauções, interpretar-se em linguagem de proposições tal como a linguagem de classes. Mas, nele, isso era apenas um resultado tardio e bastante secundário. De resto, com a obsessão da equação, essa tradução em linguagem de proposições tinha algo de forçado. Pelo contrário, a transposição levada a efeito por Peirce acciona uma reorganização de conjunto da lógica. Pode ver-se aí a operação decisiva pela qual a logística nasce, separando-se nitidamente da álgebra da lógica.

Um segundo passo é dado em 1877, quando Hugh Mac Coll (1835-1909) faz assentar a lógica sobre o cálculo elementar das proposições². No seu «cálculo dos enunciados equivalentes», as suas variáveis ou, como ele as chama, os seus símbolos temporários, são de facto enunciados proposicionais, ao passo que as suas constantes, símbolos permanentes, são aquilo a que nós chamamos funtores proposicionais: negação, conjunção, disjunção, implicação, equivalência, aos quais se juntam os símbolos 1 e 0 para designar o verdadeiro e o falso. A implicação significa que o enunciado consequente é necessariamente verdadeiro (*must be true*) se o enunciado antecedente é verdadeiro. Esta relação é, segundo Mac Coll, a lei fundamental de toda a actividade de pensamento, sendo a função da razão fazer sair conhecimentos novos dos que já possuímos. A «lei da implicação» não regula apenas o raciocínio, pelo qual tiramos uma conclusão de premissas; ela encontra-se já em acção dentro da proposição para ligar o predicado ao sujeito como um consequente a um antecedente: dizer que *o homem é mortal*, é dizer que *é homem implica é mortal*. Embora, tal como aqui é formulada, a implicação faça intervir uma noção modal, nem por isso deixa de ser expressamente distinguida da relação de consequência; esta é mais estreita, e

¹ J. van Heijenoort, *op. cit.*, p. VI.

² «The calculus of equivalent statements», três memórias em *Proceedings of the London mathematical Society*, 1887 e seguintes; resumido no artigo «Symbolical reasoning», *Mind*, Janeiro de 1880.

portanto mais forte: toda a consequência é uma implicação, mas não inversamente. Foi com base nisto que Mac Coll descobriu, ou antes redescobriu, as leis de dualidade entre conjunção e disjunção¹.

Um outro facto que a história deve ter em conta quando saúda Frege como o criador da lógica moderna, é que, para o seu caso, é preciso dissociar as noções de inovação e de influência na noção de criação. A influência, durante o período em que se forma a lógica moderna, foi primeiro e essencialmente a de Peano, que, no entanto, avançara muito menos que Frege. Mas a obra de Peano e da sua escola, com a vasta tarefa do *Formulário*, foi de imediato conhecida e apreciada pelos matemáticos, ainda que alguns lhes fizessem algumas reservas, ao passo que a de Frege passou quase despercebida. As suas obras mal foram mencionadas nas publicações científicas, e nos raros casos em que o foram (Schröder, Cantor, Peano), foi com reservas mais ou menos severas e, sempre, com uma censura de obscuridade. Só chegou à notoriedade por intermédio de Russell que, num apêndice dos seus *Principles of mathematics* de 1903, expunha de maneira elogiosa *As doutrinas lógicas e aritméticas TT, de Frege*; mas, ao mesmo tempo, ele denunciava aí uma contradição fundamental do sistema, ao passo que o seu, a que ele declarava ter chegado de maneira independente, evitava uma tal contradição. Assim, para a opinião comum dos matemático-lógicos dos primeiros decénios do nosso século², Russell eclipsava Frege, e, desde a sua publicação, serão os *Principia mathematica* que serão considerados como a bíblia da nova lógica. Durante muito tempo, Frege terá de contentar-se com alguns leitores e admiradores, de qualidade reconheça-se: Husserl, Russell, Wittgenstein. Praticamente só meio século após a publicação da *Begriffsschrift* é que a lógica moderna, já constituída quanto ao essencial e sem ela, começa a reconhecer-se na obra de Frege, e vem pedir-lhe que alimente a sua reflexão. Hoje, é preferentemente Frege que está em primeiro lugar na estima dos lógicos, já que é mais rigoroso, mais estável nas suas teorias, mais penetrante também, sem dúvida, nas análises metalógicas.

*
* *

Gottlob Frege (1848-1925) é em primeiro lugar e essencialmente matemático, e foram as necessidades da matemática que o levaram a

¹ Recorde-se que fora para o cálculo das classes que De Morgan enunciara estas leis. Assinale-se de passagem que se deve também a Mac Coll, um pouco mais tarde, uma primeira tentativa, ainda desajeitada, de cálculo modal, pela introdução, ao lado do cálculo a duas dimensões, verdadeiro e falso, de um cálculo tridimensional tendo como valores aquilo a que ele chama o *certo*, o *variável* e o *impossível*, misturando assim bastante desajeitadamente os modos epistémicos com os modos aléticos («Symbolic reasoning II», *Mind*, outubro de 1897).

² Ainda em 1944, Reichenbach faz começar a segunda fase da lógica moderna, depois da fase inaugurada por Boole, com os *Principles of mathematics* e os *Principia*

renovar a lógica. Esta não é para ele um fim, mas apenas um meio necessário para atingir o seu objectivo de um perfeito rigor. Eis como ele apresenta esse «ideal de um método estritamente científico em matemáticas... ideal que poderia talvez chamar-se pós-euclidiano. Não se pode exigir que tudo seja provado, porque isso é impossível; mas pode pedir-se que todas as proposições às quais se faz apelo sem prová-las sejam expressamente mencionadas como tais, de modo que se veja distintamente sobre que assenta o conjunto da construção. Esforçar-nos-emos pois por reduzir tanto quanto possível o número dessas leis fundamentais, provando tudo o que pode ser provado. Mas exijo, além disso — e é nisso que eu vou mais longe que Euclides — que todos os métodos de inferência que são utilizados sejam especificados antecipadamente. De outra maneira é impossível assegurar que a primeira exigência é satisfeita¹» — ou seja, o rigor da prova. Portanto, não explicitar apenas os princípios propriamente matemáticos, os que fornecem à ciência o seu conteúdo, mas também os princípios lógicos, os que asseguram a sua estrutura formal. Com efeito, no discurso matemático, faz-se muitas vezes apelo à evidência de certos encadeamentos, e tais apelos marcam outras tantas rupturas na trama lógica. Os matemáticos sabem-no bem. Um deles dizia: quando me apercebo de que uma dissertação de matemáticos chega a um resultado errado, procuro o sítio onde, nas suas demonstrações, o autor escreveu «é evidente que...». O problema de Frege é o de chegar a uma cadeia de raciocínio onde não falte nenhum elo, uma cadeia sem lacuna, *lückenlos*.

Ora, ele apercebe-se em breve de que um tal ideal exige o emprego de um simbolismo. A matemática possui já o seu simbolismo, mas não sucede o mesmo com o raciocínio matemático, que se exprime em parte na linguagem comum, com toda a frouxidão de que este sofre do ponto de vista lógico. É por isso que a segurança desse raciocínio nunca está assegurada. «Para impedir que nada de intuitivo nele penetre despercebidamente, eu tinha necessidade, diz Frege², de fazer constantemente esforço para que a cadeia das inferências não sofresse nenhuma ruptura. Ao tentar satisfazer essa exigência da maneira mais estrita possível, apercebi-me de que um obstáculo vinha da inadequação da linguagem. Por mais pesadas que fossem as expressões que eu estava pronto a aceitar, encontrava-me cada vez menos em condições, à medida que as relações se tornavam cada vez mais complexas, de atingir a precisão requerida pelo meu designio. Foi esta deficiência que me proporcionou a ideia da presente ideografia. O seu primeiro objectivo é, pois, fornecer-nos o critério mais seguro da validade de uma cadeia de inferências e permitir-nos remontar até à fonte de tudo o que nela permanecia implícito.»

mathematica («Bertrand Russell's logic», na compilação de Schilpp, *The philosophy of Bertrand Russell*, Evanston, The library of living philosophers, 1944, p. 24-5)

¹ *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, Iena, Pohle, vol. I, 1893, p. VI.

² *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle, Nebert, 1879, Prefácio. Edições modernas das *Grundgesetze* e da *Begriffsschrift*, Hildesheim, G. Olms, respectivamente em 1962 e 1964.

Tal é o objectivo da *Begriffsschrift*¹. Obra capital na história da lógica onde, segundo Bochenski, só uma outra obra pode ser-lhe comparada pela sua importância, a saber: os *Primeiros Analíticos* de Aristóteles. J. van Heijenoort vai ainda mais longe quando diz que este pequeno livro de 88 páginas é talvez o mais importante de todos os que alguma vez foram escritos em lógica². O que lhe confere essa importância excepcional não é precisamente o simbolismo como tal, com a forma que Frege lhe deu. O que conta sobretudo é, em primeiro lugar, o facto de o ideal leibniziano de uma característica lógica, ideal que, em Leibniz e seus sucessores, ainda só suscitara esboços, ser levado, pela primeira vez, até uma completa realização. E é, mais ainda, a análise lógica que esta realização pressupõe. Na ideografia, é a *ideo* — que determina a — *grafia*; para poder *escrever* uma língua, é preciso primeiro *construí-la*. Até então, os lógicos tinham decalcado a análise lógica sobre a análise gramatical das línguas naturais, e permaneciam assim sujeitos a estas últimas. A lógica está agora liberta dessa sujeição. Não que esta primeira análise, com a ideografia que inspira, seja de imediato definitiva. O próprio Frege levá-la a em seguida mais longe e será assim obrigado a rever, sobre certos pontos, a sua ideografia inicial. Acontecer-lhe-á também vir a lamentar o título dado à sua obra; com o emprego da palavra *Begriff* que corresponde à nossa palavra *conceito*. Não apenas porque o conceito tal como o entende Frege é uma coisa completamente diferente do conceito abstracto e geral da lógica clássica, mas também porque a escolha desta palavra esconde a ordem autêntica: «Eu não parto dos conceitos para construir a partir deles pensamentos ou proposições, mas ao contrário é por meio de uma decomposição, *Zerfällung*, do pensamento que obtenho os seus elementos³». O primado da proposição sobre o conceito é assim definitivamente estabelecido.

Não somente pelo seu aspecto gráfico, mas também pelo seu espírito, a simbólica de Frege difere profundamente da de Boole. Não se trata para ele de decalcar os símbolos lógicos sobre os das matemáticas, em virtude de analogias mais ou menos superficiais. A ideografia deve ter um carácter mais geral, prevalecendo sobre essas ideografias mais especiais que nos fornecem a aritmética, a geometria, a química, etc., e que seja susceptível de estender-se a diversos domínios de pensamento. Por isso, Frege tem o cuidado de construir símbolos nitidamente distintos dos da aritmética, a fim de evitar toda a confusão. O que aproxima os dois simbolismos é simplesmente a maneira de neles fazer uso das letras — ou seja, o apelo às variáveis. Suscitada pelas necessidades do raciocínio matemático, uma tal ideografia será benéfica também para a lógica, libertando esta do domínio da linguagem. Um exemplo particularmente deplorável desta subordinação da lógica à gramática é-nos fornecido pelo hábito de decompor toda a proposição num sujeito e num predicado.

¹ Pode-se lê-la comodamente, em tradução inglesa, na compilação de J. van Heijenoort já citada.

² Bochenski, F. L., p. 313; J. van Heijenoort, *op. cit.*, p. 1

³ Fragmento datado de 26 de Julho de 1919, citado em Heijenoort, p. I, nota B.

Primeiro, toda uma parte da lógica, a mais elementar, não tem de fazer uma tal decomposição da proposição, contentando-se em considerar em bloco o seu conteúdo conceptual: quando duas proposições têm o mesmo conteúdo, não há que distingui-las, mesmo que o sujeito gramatical seja nelas modificado, por exemplo, se se mudar a forma activa pela forma passiva. A verdadeira distinção que é preciso estabelecer é entre esse conteúdo conceptual, por um lado, e a asserção desse conteúdo pela qual este se torna uma proposição, por outro — Frege diz: um juízo, *Urteil*. Este acto de asserção é sempre o mesmo, seja qual for o conteúdo do juízo. Vejamos, por exemplo, a proposição *Arquimedes foi morto aquando da tomada de Siracusa*. Encontramos nela um conteúdo conceptual, *a morte violenta de Arquimedes aquando da tomada de Siracusa*, completado por uma asserção que se pode formular acrescentando alguma coisa como: ... *é um facto*. Se se quiser, pode dizer-se de facto que o conteúdo é o sujeito e a asserção o predicado — um predicado único para todos os juízos — mas isso é uma coisa inteiramente diferente do que habitualmente se entende por sujeito e predicado.

Serão, portanto, necessários dois símbolos distintos para o conteúdo conceptual e para a asserção do juízo⁽¹⁾. Com o uso de letras diferentes para marcar as diferenças entre as diversas proposições que temos de examinar em conjunto, Frege simboliza o conteúdo por uma barra horizontal à esquerda da letra, e, depois, a asserção por uma barra vertical à esquerda da barra horizontal:

$\vdash A$

A partir daí, dois outros símbolos bastarão para exprimir todo o conjunto do cálculo das proposições: o da negação e o do condicional. A negação *não-A* será marcada por uma pequena barra vertical colocada sob a barra do conteúdo:

$\vdash \neg A$

O condicional, *Se B então A*, será simbolizado assim:

$\vdash B \supset A$

Combinar-se-ão naturalmente estes sinais, e distinguir-se-á, por exemplo, entre *Se B então não-A* e *Negação de Se B então A*:

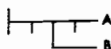
$\vdash \neg B \supset A$

$\neg \vdash B \supset A$

Os outros diversos conectores, como nós hoje os chamamos, poderão exprimir-se a partir daí; por exemplo, a conjunção (que é a negação da

¹ Naquilo que ele chama então o conteúdo, Frege distinguirá, mais tarde, entre o sentido e a referência ou denotação de um signo ou de uma fórmula.

primeira das fórmulas que estão antes, a qual simbolizava a incompatibilidade):



e a disjunção:



Demos apenas, para acabarmos este ponto, um exemplo de uma combinação mais complexa de condicionais:



que significa: Se uma proposição *A* é uma consequência necessária de duas proposições *B* e *C*, e se uma destas, *B*, é por sua vez uma consequência da outra, *C*, então a proposição *A* é uma consequência necessária desta última, *C*, sozinha.

Se agora, levando mais longe a análise lógica, quisermos decompor a proposição nos seus elementos, a decomposição fundamental não é a que distingue nela um sujeito e um predicado, mas a que nela distingue uma função e um argumento (ou vários). Vejamos, por exemplo, a proposição *O hidrogénio é mais leve que o ácido carbónico*. Se eu substituir a palavra *hidrogénio* pela palavra *oxigénio* ou pelo nome deste ou daquele gás, mudo o sentido da proposição, de maneira tal que a palavra *oxigénio* mantém com o resto do enunciado as mesmas relações que as da palavra *hidrogénio* mantinha antes. Decomposemos assim o enunciado em dois elementos: um elemento estável, mas incompleto, e um elemento variável que vem saturar o primeiro e formar com ele uma proposição. O matemático reconhece aí imediatamente a distinção entre uma função e o seu argumento. Se designarmos por *F* a função ... *é mais leve que o ácido carbónico*, e por *A* o argumento susceptível de vir completá-lo, aqui, por exemplo, o *oxigénio* escreveremos a proposição *O oxigénio é mais leve que o ácido carbónico* assim: $\Phi(A)$. Podemos de resto levar mais longe a análise, e distinguir nesta função um elemento variável, a saber: *o ácido carbónico*. Teremos então uma nova função Ψ , que significará ... *é mais leve que...*, e comportará dois argumentos, aqui *oxigénio* e *ácido carbónico* e escreveremos assim a proposição: — $\Psi(A, B)$.

Se se quiser agora precisar mais, e marcar a diferença entre uma proposição singular, cujo argumento é bem determinado, e uma proposição geral, cujo argumento permanece indeterminado, marcar-se-á essa generalidade inserindo a letra que simboliza esse argumento numa cavidade desenhada na barra do conteúdo conceptual. Assim, para a

universal afirmativa *Para todo o a, seja qual for o a, $\Phi(a)$, escrever-se-á*¹:

$$\vdash a \text{---} \Phi(a)$$

A universal negativa escrever-se-á portanto:

$$\vdash a \text{---} \neg \Phi(a)$$

E as duas particulares obter-se-ão pelas negações das precedentes:

$$\vdash a \text{---} \neg \Phi(a)$$

e

$$\vdash a \text{---} \Phi(a)$$

As quatro proposições tradicionais da lógica clássica que, sob a aparência de categóricas, são realmente condicionais, escrever-se-ão assim, se se quiser com a disposição quadrática:

$$\vdash a \text{---} \begin{array}{l} \Phi(a) \\ \Psi(a) \end{array}$$

$$\vdash a \text{---} \begin{array}{l} \neg \Phi(a) \\ \Psi(a) \end{array}$$

$$\vdash a \text{---} \begin{array}{l} \Phi(a) \\ \neg \Psi(a) \end{array}$$

$$\vdash a \text{---} \begin{array}{l} \neg \Phi(a) \\ \neg \Psi(a) \end{array}$$

Esta ideografia, em si perfeitamente válida, não sobreviveu ao seu autor. Não tanto porque fosse difícil de decifrar: é apenas preciso, como para todo o simbolismo, dar-se ao trabalho de aprendê-la. Mas, primeiro ela é incômoda para a impressão. É verdade que, como diz Frege, a comodidade do tipógrafo não é o *summum bonum* para uma ideografia; mas quem quer que já tenha mandado imprimir um trabalho de lógica, mesmo com o simbolismo hoje usual, muito mais simples, sabe bem que se deve ter isso em conta, e de que maneira!... E sobretudo, este simbolismo atravanca muito². Frege precisa habitualmente de várias páginas de desenhos para levar a bom termo uma demonstração.

O valor de uma ideografia reside, contudo, menos na figuração intuitiva que na escolha das ideias fundamentais; e, a este respeito, a análise ideológica sobre que Frege se funda não tardou a mostrar a sua justeza e a sua eficácia. A distinção entre o conteúdo conceptual, sob a nome de *λέξις*, ou de *dictum*, e o acto do juízo, não é certamente nova, mas era útil distingui-los na escrita. Com efeito, o símbolo fregeano da asserção passará para a escrita russelliana, embora com um emprego um pouco diferente: servirá então para assinalar que a fórmula

¹ Introduzimos aqui algumas modificações na escolha das diversas letras, a fim de não nos afastarmos muito dos usos actuais. Frege utiliza para a variável indeterminada a letra gótica, reservando o itálico para uma outra utilização.

² Ter-se-á notado que, salvo nos casos absolutamente elementares, o enunciado de uma proposição, e com maioria de razão o de um raciocínio, em vez de se manter numa linha, tem de fazer apelo às duas dimensões da folha. O que não deixa de ter significado: as linhas horizontais servem para enunciar as proposições elementares, as verticais para as operações lógicas sobre essas proposições.

que ele precede é colocada como uma lei lógica; axioma ou teorema. É sobretudo a análise da proposição em função e argumento que é capital, com as múltiplas renovações que ela arrasta consigo em todo o domínio da lógica. Frege retomará ulteriormente a sua análise¹, mas a partir da *Begriffsschrift* o essencial foi nitidamente estabelecido. Finalmente, por antiquada que ela se tenha tornado para nós, a ideografia fregeana permitiu dar, pela primeira vez, uma apresentação da lógica sob a forma de um sistema dedutivo.

Porque se podemos hoje reconhecer o nosso cálculo das proposições, fundado num pequeno número de leis colocadas axiomáticamente, nas «inúmeras conclusões» que se diz os estóicos terem tirado dos seus ἀναπόδεικτοι e nas *consequentiae* dos medievais, é de facto, após o esboço apresentado por Mac Coll, na *Begriffsschrift* de Frege que encontramos a primeira exposição desse cálculo em conformidade com as exigências modernas. Com efeito, Frege não se contenta com estabelecer as leis lógicas ou, como ele as denomina, os «juízos do pensamento puro», que entram em jogo na dedução matemática; ele aplica-se também e principalmente a apresentá-las sob a forma de um sistema dedutivo. Ele assinalou claramente o interesse desta apresentação². Não se trata de tornar mais certas as leis complexas que assim se terá feito derivar de um pequeno número de leis mais simples — o que seria aliás supérfluo para um bom número delas —, mas de tornar manifestas as relações mútuas entre essas leis. Porque é uma coisa inteiramente diferente conhecer essas leis no estado de isolamento, e conhecê-las organizadas num sistema onde aparecem as conexões que elas têm entre si. Deste modo, o conteúdo do conjunto destas leis encontra-se condensado, ainda que de maneira implícita, em algumas delas. E daí resulta uma segunda vantagem: como o número dessas leis não tem limites, de modo que nos seria de facto impossível enunciá-las todas, a única maneira de abranger o seu conjunto é estabelecer as que contêm em potência todas as outras. Há, sem dúvida, várias maneiras de o conseguir, e Frege não contesta que se possa encontrar um outro sistema de axiomas diferente do seu, mas pensa que pelo menos toda a tentativa de um outro sistema de derivação poderá estar grandemente facilitada por este que ele apresenta.

Tal como o serão os cálculos clássicos das proposições na época contemporânea, o sistema de Frege é extensional e assertórico. Se ele não faz propriamente apelo ao método das tabelas de verdade como processo de decisão, pelo menos aquele segundo o qual ele procede não lhe é estranho. Por exemplo, para caracterizar a proposição condicional *Se b, então a*, ele considera as quatro possibilidades para as duas proposições: ou ambas afirmadas, ou *a* afirmada e *b* negada, ou *a* negada e *b* afirmada, ou por fim ambas negadas, e define o condicional pela exclusão da terceira possibilidade. Em consequência, para explicar a fórmula de uma lei, ele examina de igual modo os casos em que as proposições nas quais a fórmula se decompõe podem ser afirmadas ou negadas, isto

¹ *Funktion und Begriff*, 1891; *Was ist eine Funktion*, 1904.

² *Begriffsschrift*, § 13.

é, em suma, podem ser olhadas como verdadeiras ou falsas. É pois, de facto, um cálculo fundado nas funções de verdade. Por outro lado, Frege, exclui do seu sistema a consideração das proposições apodícticas ou problemáticas, alegando que o carácter modal não afecta o conteúdo da proposição, mas apenas as razões que podemos ter para fazer a sua asserção. Dizer que uma proposição é necessária, equivale de facto a dizer que conhecemos uma proposição universal da qual podemos inferi-la; dizer que ela é possível, é de facto dizer ou que suspendemos o nosso juízo por não conhecermos uma lei que teria como consequência a negação dessa proposição (*é possível que a terra entre um dia em colisão com um outro corpo celeste*), ou que a generalização dessa proposição é falsa (*é possível que uma bronquite provoque a morte*).

Frege não agrupa todos os seus axiomas à cabeça do seu cálculo: enuncia-os à medida das necessidades das suas demonstrações. Indicaremos aqui entre parênteses o número que eles trazem na sequência das 133 proposições que a *Begriffsschrift* enuncia. A sua axiomática do cálculo das proposições elementares assenta, como se viu, em dois operadores primitivos, a negação e o condicional; ele enumera seis proposições primitivas. A primeira [1] equivale a dizer que uma proposição verdadeira é implicada por não importa que proposição, a segunda [2] é a que nos serviu há pouco de exemplo para apresentar a sua ideografia: ela estabelece que se duas proposições em conjunto implicam uma terceira e se uma das duas primeiras implica a outra, então por si só ela implica também a terceira. O terceiro axioma [8] equivale a estabelecer a comutatividade da conjunção, o quarto (28) enuncia a lei da contraposição, os dois últimos, (31) e (41), as duas partes (dupla implicação) da lei da dupla negação. Ultrapassando o cálculo das proposições intervêm, a partir da proposição (52), a identidade e as funções, e na proposição (58) as proposições quantificadas: donde a necessidade dos três últimos axiomas, (52), (54) e (58). Nas suas demonstrações, Frege faz uso da regra de destacamento (*modus ponens*) e, implicitamente, da de substituição; contudo, se distingue bem entre as leis e as regras, ele não atinge sobre este ponto toda a clareza a que chegarão os seus sucessores. Não se põe expressamente a questão da independência dos seus axiomas, nem a da sua compatibilidade, e também não se interroga sobre a completude do seu cálculo¹. Mas o primeiro passo, aquele do qual se diz que é o mais custoso, tinha sido dado para empenhar a lógica moderna na via da axiomatização.

*
* *

As proposições de lógica assim colocadas ou demonstradas vão fornecer o instrumento necessário para conferir à matemática a forma

¹ Mais tarde, Lukasiewicz mostrará que um cálculo fundado na negação e na implicação pode contentar-se com três axiomas, podendo o terceiro de Frege deduzir-se dos dois primeiros, e os três últimos serem substituídos por um só. Uma prova da completude do cálculo das proposições de Frege será fornecida por Bernays e Post, e do seu cálculo das funções por Gödel.

absolutamente rigorosa que Frege pretende dar-lhe. Mas ele não pede apenas à lógica que assegure o encadeamento das demonstrações matemáticas. Ele entende purificar, senão todas as matemáticas¹, pelo menos a aritmética, de todo o conteúdo que não seja lógico; ou, para falar em termos kantianos, ele pretende mostrar que os axiomas da aritmética podem reduzir-se a proposições analíticas. Tal é o objectivo que ele se impôs, tal será o objecto dos seus livros posteriores, e em primeiro lugar dos *Grundlagen der Arithmetik*², que apresentam uma exposição relativamente popular, bastante breve e sem uso do simbolismo, da sua teoria. A obra não acrescenta nada de verdadeiramente novo no domínio propriamente lógico³. Muito mais importantes sob este aspecto serão os estudos lógicos — que hoje qualificariamos mais propriamente de meta-lógicos — a que Frege se dedica em ordem à sua grande obra, *Grundgesetze der Arithmetik*. Ele tinha-se, de facto, apercebido de que um número de noções lógicas sobre as quais se apoiava tinham de ser analisadas de maneira mais aprofundada. Donde os três artigos de 1891 e 1892, sobre *Função e conceito*, *Sentido e denotação*, *Conceito e objecto*⁴.

Aqui apenas podemos dar uma vista de olhos muito rápida sobre estas análises subtis. Tendo generalizado a noção de função, importada das matemáticas, Frege tem de ordená-la e precisá-la para o papel lógico que ele entende fazê-la desempenhar. Ela não é exactamente assimilável à noção lógica de conceito — mesmo se se entender este último termo, como a faz Frege, num sentido lógico, isento de todo o matiz psicológico como o que admitem palavras como «ideia», «representação», etc. A noção de conceito é mais estreita. «Um conceito, é uma função cujo valor é sempre um valor-de-verdade⁵» — isto é, quer o Verdadeiro, quer o Falso. Por exemplo, o conceito de *homem*, é a função «... é homem», que se torna verdadeira ou falsa conforme se preenche o vazio por «Alexandre» ou por «Bucéfalo». A extensão de um conceito, é o percurso-dos-valores (*Wertverlauf*) para os quais essa função assume sempre o valor-de-verdade (*Wahrheitswert*) Verdadeiro, e nunca o valor-de-verdade Falso. Se se tomarem as palavras *predicado* e *sujeito* no seu sentido gramatical, pode dizer-se que o conceito é aquilo a que se refere o sujeito, é um objecto. Por outras palavras, um «objecto» é tudo aquilo

¹ No que se refere à geometria, Frege permanece kantiano: as suas proposições são sintéticas, assentando na intuição do espaço.

² *Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau, W. Kobner, 1884. Trad. fr. por Cl. Imbert, *Les fondements de l'arithmétique*, Paris, éd. du Seuil, 1969.

³ Sobre as diferenças com a *Begriffsschrift*, ver a nota de Cl. Imbert na tradução citada atrás, p. 97-104.

⁴ Edição moderna por G. Patzig, *Funktion, Begriff, Bedeutung, fünf logische Studien*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1962; 2ª ed., 1966. Estes artigos podem também ler-se em tradução inglesa, na compilação de P. Geach e M. Black, *Translations from the philosophical writings of Gottlob Frege*, Oxford, Basil Blackwell, 1966. Está anunciada uma tradução francesa por Cl. Imbert, sempre nas éd. du Seuil.

⁵ *Funktion und Begriff*, p. 15.

que, num conteúdo de pensamento, não é uma função, de maneira que a expressão de um objecto nunca contém, contrariamente à expressão de uma função, lugar vazio. A palavra *objecto* não se aplica pois apenas aos objectos da experiência sensível. Assim, um enunciado proposicional não contém lugar vazio, representa portanto um objecto. De igual modo, os valores-de-verdade são objectos; do mesmo modo os percursos-dos-valores das funções — mas não as próprias funções; do mesmo modo as extensões dos conceitos — mas não os próprios conceitos. Expressões como «o conceito F», não designam conceitos, mas objectos.

Um objecto é designado por um nome. Só um «nome próprio», o que designa um objecto, é verdadeiramente um nome; e reciprocamente há que entender por «nome próprio», tudo o que designa de facto um objecto, como acontece nomeadamente com as descrições, essas expressões que começam muitas vezes pelo artigo definido no singular, *o homem que descobriu a elipticidade das órbitas planetárias, a intersecção das rectas A e B*, etc. Em contrapartida, para o lógico não há «nomes comuns». O que assim se chama, são as palavras que designam conceitos, *Begriffswörter*, e um conceito não é um objecto, mas uma função. A palavra «homem», por exemplo, não designa um objecto, mas um conceito que é uma função. Mesmo este conceito pode, sem dúvida, ser tomado por sua vez como um objecto, por exemplo, nas análises do lógico; mas então é a expressão «o conceito de homem» que será o seu nome. Será pois necessário distinguir bem, pela utilização das aspas, entre o conceito de homem, que é uma função, e «o conceito de homem», que é um nome, a saber: o nome dessa função. Frege insistiu muito na necessidade de marcar assim, pela escrita, a diferença entre a expressão e o que ela exprime, diferença que é muitas vezes descurada, mesmo na linguagem relativamente precisa do matemático: pela própria palavra «função», por exemplo, este entende ora a própria função, ora a fórmula escrita que exprime a função.

Numa expressão descritiva, Frege distingue entre o seu sentido, *Sinn*, e a sua referência, *Bedeutung*¹. Duas expressões podem ter sentidos diferentes e, no entanto, referirem-se a um mesmo objecto, por exemplo: «a estrela da tarde» e «a estrela da manhã», ou ainda «3²», «5 + 4», «11 — 2». Uma expressão pode ter um sentido sem que exista objecto a que ela se refira; por exemplo, «o corpo celeste mais afastado da Terra» tem de facto um sentido, mas é duvidoso que tenha uma referência, e «a mais pequena fracção» tem de facto um sentido, mas pode demonstrar-se que, para toda a fracção dada, existe sempre uma mais pequena, de sorte que esta expressão não se refere a nada. Mas, na maioria das vezes um signo — no sentido amplo em que este desempe-

¹ A escolha desta palavra é bastante desconcertante, mesmo em alemão, e embaraça os tradutores. Traduz-se, na maioria das vezes, quer por «referência», quer por «denotação»; esta última palavra lembra o vocabulário de Mill; alguns, como Church, preferem-na em virtude da analogia entre as duas concepções, outros, como Kneale, evitam-na precisamente para não sugerir essa analogia que é apenas parcial.

nha o papel de um nome próprio — tem ao mesmo tempo um sentido e uma referência: «Por meio de um signo exprimimos o seu sentido e designamos a sua referência¹.»

Se passarmos agora dos nomes próprios aos enunciados declarativos, podemos perguntar-nos se tais enunciados, para além do seu sentido, terão também uma referência a um objecto, e nesse caso qual. É verdade que, do mesmo modo que alguns nomes dotados de sentido carecem de referência, o mesmo sucederá relativamente aos enunciados em que tais figuras como argumentos. Mas nos outros casos, a que é que podem de facto referir-se os enunciados? A resposta de Frege é bastante estranha e não conseguiu praticamente defensores em seguida. Na sua opinião, aquilo a que se refere um enunciado proposicional é o seu valor-de-verdade. Assim, cada enunciado proposicional pode ser também ele olhado como uma espécie de nome: o que ele nomeia é de facto ou o Verdadeiro, ou o Falso. Todos os enunciados verdadeiros, com a diversidade dos seus sentidos, são portanto maneiras múltiplas de nomear o Verdadeiro; e, de igual modo, todos os enunciados falsos nomeiam uma única coisa, a saber: o Falso.

Todas estas reflexões tinham sido suscitadas pela preparação de uma grande obra em que Frege se propunha apresentar, sob uma forma erudita e rigorosa, a sua tese sobre o fundamento lógico da aritmética, da qual ele apresentara apenas, nos *Grundlagen*, uma exposição sumária e semi-popular. O primeiro volume das *Grundsetze der Arithmetik* foi publicado em 1893. A lógica que lhe servia de base sofrera alguns arranjos desde a *Begriffsschrift*. Assim, a escolha das proposições tomadas como axiomas era diferente, tendo agora cada axioma como efeito determinar o uso de um dos símbolos primitivos. A redução do número dos axiomas era compensada por um apelo a um maior número de regras de inferência. O simbolismo da *Begriffsschrift* subsistia, mas com algumas modificações de pormenor e alguns enriquecimentos, nomeadamente para a expressão das funções do segundo nível. Mas a lógica deixa aqui de ser exposta por si mesma como na primeira obra, é apenas utilizada como o instrumento indispensável para operar a redução logicista da aritmética. É por isso que, se os *Grundgesetze* marcam uma data, isso verifica-se mais na história da filosofia matemática que na da lógica propriamente dita.

A não ser por um ressalto imprevisto. O primeiro volume mal tinha sido notado, e sem dúvida a decepção que isso provocou em Frege explica em parte o atraso verificado na publicação do segundo volume, que haveria de esperar dez anos. Mas eis que, enquanto este volume estava a ser impresso, Frege recebeu de Russell, em Junho de 1902, uma carta que, na sua brevidade, deve ter provocado nele sensações vivas e contrastadas. Russell comunicava-lhe que acabava de estudar atentamente o volume já publicado, que estava plenamente de acordo com ele sobre tudo o que é essencial, que ele próprio tinha chegado a resultados análogos sobre alguns pontos, em particular no que se refere às funções.

¹ *Ueber Sinn und Bedeutung*, p. 31.

Mas assinalava-lhe ao mesmo tempo uma antinomia a que o seu sistema conduzia. Este sistema permite efectivamente distinguir, entre as classes (ou os conjuntos), as que se contêm e as que não se contêm elas próprias como elementos, e permite em seguida construir a noção mais vasta da classe de todas as classes que não se contêm elas próprias como elementos. Ora, se se pergunta se esta nova classe se contém ela própria como elemento, questão que nada no sistema impede de pôr, chega-se a uma antinomia: se se responde sim, tem de concluir-se, em virtude da definição de uma tal classe, que não, e se se decide então responder que não, tem de concluir-se, em virtude da mesma definição, que sim. A dificuldade é profunda, é de ordem lógica e não especificamente matemática, como era o caso para uma outra antinomia anteriormente reconhecida da teoria cantoriana. A partir da sua carta, Russell apontava que uma dificuldade exactamente análoga surgia com a noção, essa incontestavelmente lógica, de predicado¹.

Frege escreve bastante apressadamente algumas páginas que acrescenta em apêndice ao seu volume. Ele julga que o mal é profundo e que não é ele o único a ser atingido. «Todo aquele que, nas suas provas, fez uso da extensão dos conceitos, das classes, dos conjuntos, está na mesma situação que eu. O que está em questão, não é apenas a minha maneira particular de estabelecer a aritmética, mas saber se a aritmética é susceptível de receber algum fundamento lógico seja ele qual for. «Ele tenta evitar a contradição enfraquecendo um dos seus axiomas, de maneira a impedir a derivação da antinomia, mas sem esconder demasiado, ao que parece, que tal solução tem o carácter de um expediente².

Assim, mal a grande obra de Frege começa a ser conhecida do público especializado, ela aparece afectada por um vício fundamental. O próprio Frege parece de facto ter ajuizado assim, porque não teve a coragem de prosseguir a composição do terceiro volume projectado. Até ao fim da sua vida, em 1925, já só se manifestará por meio de alguns breves artigos, de carácter sobretudo polémico. Acabará por rejeitar a teoria dos conjuntos, vendo nela a fonte das dificuldades com que se tinha defrontado. E convencer-se-á tanto de que o seu projecto inicial era quimérico, que no decurso dos seus últimos anos, por uma mudança completa de perspectiva, procurará mesmo — projecto que não pôde levar a seu termo — unificar as matemáticas a partir da geometria, voltando assim à tese kantiana do carácter sintético de todas as proposições matemáticas, e, portanto, de um corte essencial entre lógica e matemáticas.

¹ A carta de Russell e a resposta de Frege foram publicadas na compilação de Van Heijenoort, p. 124-128. Para uma exposição elementar e muito clara das antinomias, pode ler-se A. Fraenkel, «Le problème des antinomies et ses développements récents», *Rev. de mathaph.*, Abril de 1939, p. 225-242.

² Mais tarde, após a morte de Frege, Lesniewski provará que, mesmo assim enfraquecido, o axioma não permite evitar a contradição.

Pense-se o que se pensar da filosofia matemática de Frege, resta em todo o caso a sua obra propriamente lógica que, de um assentada, deu a esta ciência a sua forma moderna. É verdade que alguns dos elementos que o seu sistema contém não eram absolutamente novos. Sem remontar até aos estoicos ou aos escolásticos do século XIV, encontram-se antecedentes imediatos: Peirce introduzira a implicação filoniana como cópula fundamental, Mac Coll fizera partir a lógica do cálculo das proposições; a ideia de uma ideografia geral e da redução do raciocínio a um cálculo são temas dominantes da escola leibniziana; por fim, a libertação da tutela da filosofia e a estreita associação da lógica à matemática eram, desde Boole, um facto consumado. Mas esses elementos diversos estão agora integrados num sistema de conjunto perfeitamente coerente; e o que não era ainda mais que um sonho tornou-se uma realidade. Frege realizou, de facto, a primeira característica lógica que foi mais longe que um simples esboço. Ele procurou estabelecer a primeira apresentação sistemática do conjunto da lógica de uma maneira que nos parece cientificamente aceitável. Concebeu de uma maneira original em relação à álgebra da lógica, e que se revelou a mais fecunda, a introdução do modo de pensamento matemático na construção da lógica. Em particular, o ter ido buscar às matemáticas a noção de função¹ para a análise da proposição é um passo decisivo na renovação moderna da lógica. Esta análise apresenta de facto sobre a antiga as seguintes vantagens, que o próprio Frege foi progressivamente estabelecendo:

1.º Ela permite encontrar o que a análise clássica proporcionava, mas a um nível subordinado. Assim, um conceito é uma função num argumento cujo valor é sempre um valor-de-verdade; e a extensão de um conceito, é o percurso-dos-valores que transformam essa função numa proposição verdadeira;

2.º Estabelece, da maneira mais simples, a relação entre conceito e relação. Não há que justapor como duas disciplinas heterogêneas a velha lógica da inerência e a nova lógica das relações. A única diferença é que, enquanto que o conceito é uma função que preenche um só argumento, a relação é uma função que comporta dois ou vários argumentos. Poder-se-á assim definir a extensão de uma relação;

3.º Está na base da teoria moderna da quantificação. Em lógica clássica, a quantidade de uma proposição geral supõe-se que é determinada pelo seu «sujeito», que é realmente um conceito, portanto já uma função. A quantificação moderna incide sobre o argumento, desde que este seja indeterminado, como acontece para as proposições gerais. Não, portanto, sobre *homem* em *Todo o homem é mortal*, mas sobre o x que, seja ele qual for, é mortal se for homem;

¹ A palavra «função» foi introduzida na linguagem matemática por Leibniz, e a notação $f(x)$ por Clairaut e Euler. Frege liberta a noção da sua utilização matemática, admitindo argumentos que não sejam numéricos; substitui a noção confusa de «quantidade variável», fazendo da variável um símbolo de uma certa espécie.

4.^o Assim concebida, a quantificação poderá tornar-se múltipla¹ numa só proposição, se esta comportar várias funções tendo argumentos distintos, por exemplo, *Os poderosos têm adutores*, que nós escreveríamos: $(x) f(x) \supset (E y) g(y, x)$. A teoria clássica tinha de contentar-se em arrumar esta proposição entre as universais, sem poder levar a análise mais longe. Esta será particularmente requerida para as proposições de relação, que assentam sobre funções poliádicas;

5.^o Finalmente, uma função assim liberta do seu ou dos seus argumentos poderá, por sua vez, ser tomada como argumento de uma outra função, mas será então necessário, para evitar toda a confusão, distinguir os níveis. «Tal como, dirá Frege, as funções são fundamentalmente diferentes dos objectos [aos quais se referem os seus argumentos], assim também as funções, cujos argumentos são e só podem ser funções, são fundamentalmente diferentes das funções cujos argumentos são objectos e nada mais podem ser. Chamo a estas últimas *funções de primeiro nível*, e as outras *funções de segundo nível*». Se agora se combinar esta noção com a anterior, obter-se-á uma maior diversificação. Porque «uma função de dois argumentos pode ser do mesmo nível ou de níveis diferentes relativamente a eles; há funções a níveis iguais e outras a níveis desiguais»³.

Deve-se assim a Frege, além da primeira apresentação satisfatória da lógica sob a forma de um sistema axiomatizado, a maior parte das noções de base da lógica moderna.

3. Peano

Nos últimos anos do século XIX, não é para Frege que se voltam os olhares daqueles que estão interessados na filosofia das matemáticas e na simbolização da sua linguagem; é para Giuseppe Peano (1858-1932) e para a equipa de matemáticos italianos que trabalha em grupo com ele, que eles se voltam.

Em Peano⁴, tal como em Frege, a libertação das leis lógicas e a sua expressão numa linguagem simbólica está subordinado às necessidades da matemática. Num ponto essencial, o objectivo é o mesmo: completando o simbolismo matemático por um simbolismo lógico, poder-se-á escrever toda a matemática numa linguagem totalmente liberta das particularidades das línguas naturais. É esta ideia que preside à grande

¹ Não confundir com as tentativas de «quantificação do predicado». Não se trata aqui de quantificar o predicado como se quantificou o sujeito, porque na concepção nova da quantificação, o predicado não é mais quantificado que o é o «sujeito»: não é a função que é quantificada, são as variáveis que lhe servem de argumentos.

² *Funktion und Begriff*, p. 26. Frege tinha antes, nos *Grundlagen*, empregado as expressões *primeira ordem* e *segunda ordem*; foram essas que prevaleceram.

³ *Ibid.*, p. 28-29.

⁴ Cf. L. Couturat, «La logique mathématique de M. Peano», *Rev. de métaph.*, 1899, p. 616-646; U. Cassina, «L'oeuvre philosophique de G. Peano», *ibidem*, 1933, p. 481-491.

empresa do *Formulário* a partir de 1895¹. Além do seu interesse lógico, Peano mostra-se igualmente sensível, mais que Frege, no carácter internacional desta linguagem, que permitirá a qualquer matemático, seja qual for a sua língua, ler directamente os volumes do *Formulário*². Ele pensa, de resto, que toda a outra ciência, a partir do momento em que tiver sabido constituir um sistema de signos para os objectos sobre que incide, poderá exprimir-se também ela inteiramente sob forma simbólica, pois que encontrará já constituído o simbolismo lógico de que terá necessidade para os seus enunciados e seus raciocínios.

Mas Peano é muito menos filósofo que Frege. Não se encontra nele essa profundidade de análise que faz com que os lógicos que reflectem sobre a sua ciência se instrua ainda hoje ao ler e ao meditar as obras de Frege, como o testemunham as reedições e traduções recentes. E Peano é também menos lógico, pois se contenta com enumerar as leis lógicas a que fará apelo para a sua exposição matemática, sem organizá-las a elas próprias num sistema dedutivo: elas servem-lhe para apresentar a aritmética sob forma axiomática, mas o trabalho de axiomatização não remonta, nele, até à própria lógica. Por isso, ele não alimenta de modo nenhum a ambição do logicismo: as proposições que servem de base à sua aritmética são postas como postulados, e não demonstradas como teoremas de lógica; e os termos que elas contêm são postos como primeiros, e não definidos em termos de lógica. Ele julga mesmo impossíveis tais reduções³. Alguns lamentarão tal timidez, outros louvarão Peano pela sua prudência. Mas se o seu objectivo é mais modesto que o de Frege, ele teve, pelo menos no imediato, uma importância maior na história da lógica; porque a sua ideografia, mais maneável que a de Frege⁴, e cujo uso os matemáticos aprenderão pelo emprego que dela será feito no *Formulário*⁵, acabou por tornar-se, depois de alguns retoques e aditamentos que Whitehead e Russell lhe trouxeram, a língua comum da logística.

¹ O essencial do simbolismo tinha sido exposto no ano anterior nas *Notações de Lógica Matemática*; ir-se-á aperfeiçoando progressivamente nas sucessivas edições do *Formulário*.

² Foi essa preocupação que levou Peano a elaborar, para a parte não simbólica do texto, uma língua internacional, *Interlingua*, na qual será publicado o *Formulário* a partir da sua 5.^a edição.

³ *Arithmetices principia*, Prefácio: «Se, como eu penso, estes [os termos primeiros da aritmética] não podem ser mais reduzidos, não é possível definir as ideias que eles exprimem por ideias dadas como anteriormente conhecidas.» Na recensão que ele fez das *Grundgesetze* de Frege (*Rivista di matematica*, 1895, p. 122-128), ele contesta a pretensão de demonstrar as regras do raciocínio matemático. «Essas provas são ilusórias. Na realidade, dado que essas regras são certamente as mais simples das regras de raciocínio, para prová-las seria necessário aplicar quer essas regras mesmas, quer outras mais complicadas. Como quer que seja, haveria círculo vicioso.»

⁴ Frege comparou as duas ideografias: «Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene», *Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Math. — phys. Kl.*, 1896, p. 361-378. De notar que Peano, quando compôs a sua ideografia ignorava ainda a de Frege.

⁵ Não sem algumas resistências, das quais uma das mais conhecidas é a de Poincaré, que declarava não entender praticamente o «peaniano» (*Science et méthode*, p. 168).

A respeito da ideografia peaniana, Padoa observa que «se a escolha dos *signos* mediante os quais se representam as *ideias* só está subordinada a exigências de comodidade e de clareza, a liberdade na escolha das *ideias* que convém representar por *signos* é muito restrita¹.» Para a escolha das ideias fundamentais, Peano declara inspirar-se largamente na álgebra de Boole e dos seus sucessores. Mas sendo o seu projecto não integrar a lógica na matemática, mas completar o simbolismo matemático por um simbolismo mais fundamental, aplicável em princípio fora do domínio matemático, ele evita, ao contrário de Boole, utilizar os símbolos matemáticos para o uso lógico. Quanto à escolha desses signos propriamente lógicos, inspira-se no alfabeto estenográfico de Gabelsberger. Eis os principais.

Para a pontuação, combina o uso dos pontos com o dos parênteses. Escreve a negação com um traço horizontal antes do que é negado. Este sinal pode aplicar-se não apenas a uma constante ou uma variável, ou a uma fórmula parcial ou total, mas também a um operador. Por exemplo, Peano escreverá $a \neg b$, dado como equivalente de $\neg a \supset b$, ou mesmo $a \supset \neg b$, para significar que a dedutibilidade de b a partir de a não é recíproca. A conjunção de duas proposições a e b nota-se $a \cup b$, podendo aliás o sinal ser suprimido, ab , quando não há ambiguidade; a sua disjunção (não exclusiva) por $a \cup b$. O $\subset$ maiúsculo invertido, que será em breve substituído pela «ferradura», significa sempre «deduz-se de» (*deducitur*), de modo que $a \supset b$ significa que b se deduz de a . O sinal $=$ pode sem perigo ser importado da aritmética, porque tem a mesma função, significa sempre «é igual a» (*est aequalis*): assim $a = b$ significa a mesma coisa que $a \supset b \cdot b \supset a$. Se as proposições a e b contêm elementos indeterminados $x, y, \dots$, então $a \supset x, y, \dots b$ significa: «sejam quais forem $x, y, \dots$, a proposição b deduz-se da proposição a ». O sinal Λ simboliza o falso ou o absurdo, sendo estas duas noções aparentemente encaradas, segundo um uso corrente nos matemáticos, como sinónimos.

Em virtude das analogias reconhecidas por Boole entre o cálculo das proposições e o cálculo das classes, encontram-se neste último certos símbolos comuns, mas que ganham então uma significação um pouco diferente, prevenindo de resto o contexto toda a ambiguidade: o sinal Λ simboliza a classe vazia, o «nada», e o sinal $\supset$ a inclusão de uma classe numa classe. Mas uma inovação capital, que assinalará a especificidade do cálculo das classes em relação ao das proposições onde nada de análogo lhe corresponde, é a introdução do símbolo ϵ para marcar a pertença de um indivíduo a uma classe: $x \epsilon a$ lê-se x é *um* a . Fica proibida uma escrita como $x \supset a$. A pertença de um indivíduo a uma classe deve com efeito ser cuidadosamente distinguida da inclusão de uma classe numa classe, já que as duas relações não têm as mesmas propriedades formais, a é transitiva, a outra não. Nada impede aliás de olhar, de um certo ponto de vista, uma classe como um indivíduo, com os caracteres que lhe convêm como totalidade; mas é precisamente por isso que

¹ Rev. de méthaph., p. 839.

² Notar-se-á que Peano não faz ainda a distinção entre a implicação «material» e a relação de consequência lógica.

é particularmente importante fazer a distinção entre pertença e inclusão, quando o sujeito da proposição designa já uma classe. *Os apóstolos são doze* não tem a mesma estrutura nem as mesmas propriedades lógicas que *Os apóstolos são discípulos de Jesus*; não pode daí concluir-se, por exemplo, que João sendo apóstolo, é doze. Por via de consequência, dever-se-á, como Peano não tardará a explicitá-lo, distinguir entre uma classe singular e o indivíduo único que ela contém: há que não confundir uma caixa de fósforos com o único fósforo que nela se encontra, já que os dois não têm as mesmas propriedades. Esta distinção exige uma outra. Além de *todo* e de *algum* que se aplicam a membros indeterminados de uma classe, será necessário um símbolo especial para introduzir um sujeito singular quando este é designado não pelo seu nome próprio, mas por uma expressão descritiva que faz apelo a um conceito ou a uma classe, e introduzida habitualmente pelo artigo definido singular. Peano serve-se, para tal, uso do *iota* invertido e escreve 'xεa para significar «o x que é o membro (único) da classe a».

Vê-se que a introdução da língua simbólica de Peano não se reduz a uma simples mudança de escrita, e que o seu interesse não se limita ao facto de ela ter servido de ponto de partida à simbólica russelliana. Aplicando-nos a traduzir em símbolos precisos as relações matemáticas e os trâmites das demonstrações, vemo-nos na obrigação de estabelecer distinções ou noções até então despercebidas. Tendo partido com o propósito de exprimir simbolicamente as operações da prova matemática, os autores do *Formulário* são levados a desenvolver a lógica para além das fórmulas já existentes, e nomeadamente a completar e a rectificar a obra de Peirce e de Schröder. Um dos defeitos da álgebra de Schröder é precisamente o não ter reconhecido a irredutibilidade da noção de pertença; é essa uma das principais censuras que lhe dirigirão de imediato, cada um à sua maneira e com a sua terminologia própria Husserl e Frege¹. Assim as exigências do simbolismo suscitam um aprofundamento na análise das ideias lógicas fundamentais.

4. Russell

No mesmo ano de 1903 em que era publicado o segundo volume das *Grundgesetze*, eram publicados também os *Principles of mathematics*. O autor, Bertrand Russell (1872-1970), publicava assim o fruto de longas reflexões, pois que ele próprio nos informa que, tendo descoberto Euclides aos onze anos de idade, se interrogava já sobre os fundamentos da geometria. Mais tarde, o estudo das matemáticas em Cambridge apaixonara-o, mas deixara-o insatisfeito, porque não tinha podido aceitar nem o empirismo de Mill, nem a síntese *a priori* de Kant. A ajuda viera-lhe finalmente de Peano. É também ele quem declara² que o ano

¹ Nas suas recensões sobre as sua *Vorlesungen*: Husserl em *Göttingische gelehrten Anzeigen*, 1891, p. 272 e ss., e Frege no *Archiv für systematische Philosophie*, 1895, p. 440 e ss.

² «My mental development», na recolha de Schilpp, *The philosophy of B. Russell*, p. 7, 12. Cf. também *Histoire de mes idées philosophiques*, trad. Auclair, Paris, Gallimard, 1961.

mais importante da sua vida intelectual foi o de 1900, e o acontecimento mais importante desse ano foi a sua ida ao Congresso Internacional de Filosofia de Paris, onde ficara impressionado com a precisão excepcional que Peano e os da sua equipa imprimiam às discussões. Aprendera então a ler e a praticar a escrita simbólica de Peano e compreendera que era ela que permitia levar a precisão matemática até regiões até então abandonadas à nebulosidade filosófica. Além disso, fora pela recensão que Peano tinha feito do primeiro volume das *Grundgesetze* que, segundo toda a verosimilhança¹, Russell tinha tomado conhecimento do pensamento de Frege. No mesmo espírito que ele, e de uma maneira bastante semelhante, ele fazia derivar as matemáticas de proposições e de noções puramente lógicas, apoiando-se também na ideia cantoriana da anterioridade lógica da noção de equinumericidade (ter o mesmo número) sobre a de número, e desembocando na definição do numeral cardinal como classe de classes. Ele ia mesmo bem mais longe que Frege, o qual limitava a sua dedução ao caso do numeral cardinal, porque estendia a sua teoria, graças à sua lógica das relações, ao numeral ordinal, e depois às ideias de infinito e de contínuo, e levava finalmente a análise até às noções geométricas e mecânicas. Apenas algumas novas restrições, de ordem lógica, preservavam a sua teoria da antinomia. Ela tinha assim o duplo resultado de completar a obra de Peano e de rectificar a de Frege. Por um lado, a aritmética, tal como Peano a tinha axiomatizado, estava agora fundada em bases estáveis, reencontrando a sua significação e a sua verdade pela definição dos seus termos primeiros a partir de termos lógicos, e pela demonstração das suas proposições primeiras a partir de proposições lógicas. Por outro lado, a teoria dos tipos lógicos proibia a construção das antinomias que afectavam o sistema de Frege.

Segundo esta teoria, que Russell desenvolverá posteriormente num artigo de 1908² e que retomará nos *Principia mathematica*, a classe à qual pertencem os indivíduos últimos, que podem ser olhados como de tipo 0, é de tipo 1; uma tal classe pode por sua vez, não apenas ser incluída, como classe de indivíduos, numa classe mais vasta, mas também pertencer como totalidade, isto é, naquilo que lhe dá a sua individualidade própria, a uma outra classe, que será então do tipo 2: por exemplo, a classe dos apóstolos, a dos meses do ano, a dos marechais de Napoleão, pertencem à classe das dúzias; e assim por diante. A restrição imposta por esta teoria é, portanto, que a classe a que pertence o indivíduo (último ou não) deve ser de tipo imediatamente superior ao seu. De sorte que um enunciado da forma $x \in x$ é proibido. A antinomia a que leva a noção de uma classe que se contém ela mesma como elemento é assim evitada, pois que uma tal noção já não pode construir-se.

¹ Cf. P. Nidditch, «Peano and the recognition of Frege», *Mind*, Janeiro de 1963, p. 103-110.

² «Mathematical logic as based on the theory of type», *American Journal of mathematics*, 1908, p. 222-262. Ver também «La théorie des types logiques», *Rev. de métaph.*, 1910, p. 263-301; reproduzido nos *Cahiers pour l'analyse*, n.º 10, 1969, p. 53-83.

O que é válido para as classes é-o igualmente para os predicados. Ou antes, seria preferível dizer, em sentido inverso, que o que vale para as classes deriva daquilo que vale para os predicados, porque para Russell uma classe nada mais é que a extensão de uma função, isto é, de um predicado. Uma classe é a totalidade dos $x(x_1, x_2, x_3, \text{etc.})$ que transformam a função proposicional ϕx numa proposição verdadeira quando os substituímos a x . Por exemplo, a classe dos homens, é o conjunto dos valores, João, Pedro, Paulo, etc., que satisfazem à função « x é homem». De maneira que se pode fazer a economia da noção de classe (*no-class-theory*) e exprimir-se unicamente em termos de função e argumento. A hierarquia dos tipos é portanto, primeira e essencialmente, a hierarquia dos predicados. Ora, é de facto notável que Frege tenha também ele reconhecido esta hierarquia às classes; ele considerava as classes, ao mesmo título que os indivíduos, como objectos, porque os nomes das classes, tal como os dos indivíduos, são para ele nomes autênticos, que têm uma significação por si mesmos, contrariamente aos nomes das funções que são símbolos incompletos, só adquirindo uma significação quando um nome de argumento vem preenchê-los. É precisamente esta ausência de hierarquia nas classes que permitia falar da classe das classes que não se contém como elemento. ao passo que alargando, como fazia Russell, a hierarquia dos tipos ao caso das classes, fica-nos interdita uma tal expressão e, por conseguinte, evita-se a antinomia que ela impõe.

São necessárias várias observações para fazer compreender a originalidade e o alcance da teoria russelliana:

1.º Embora tenha sido suscitada por uma dificuldade de ordem matemática, ela tem um alcance mais geral. É, de facto, *uma teoria propriamente lógica*. Russell mostra que as diversas antinomias conhecidas, e não apenas as que nasceram da teoria dos conjuntos, são o efeito de um círculo vicioso, que se encontra de igual modo na antinomia do impredicável¹, ou nas velhas antinomias sobre as quais se exerceu tantas vezes a sagacidade dos lógicos, como a do homem que diz «Eu minto», ou a da proposição que enuncia que «todas as proposições são falsas». Sendo uma classe em extensão determinada pelos elementos que lhe pertencem, não se pode, sem circularidade, fazê-la figurar ela própria entre os elementos que lhe pertencem e sem os quais ela não está, portanto, ainda determinada. De igual modo, dado que um predicado ou função é determinado pelos objectos que são os seus diversos valores, as definições de uma função por um predicado que dependeria ele próprio dessa função ou, como se diz, as definições «não-predicativas», são ilegítimas². Finalmente, é ainda o mesmo círculo vicioso que se encontra na

¹ Dizemos de uma propriedade que ela é «impredicável» quando não pode ser predicada de si (por exemplo, a propriedade de ser concreto, que não é concreta, mas abstracta) e perguntamo-nos se a propriedade de ser impredicável é ela mesma impredicável: ver-se-á de imediato que, seja qual for a resposta, ela gera uma antinomia.

² Notar-se-á que sobre este ponto Russell encontrar-se-á de acordo com aquele que foi, muitas vezes, o seu adversário, H. Poincaré.

antinomia do mentiroso e nas que lhe são aparentadas: ele consiste em fazer dizer por uma proposição alguma coisa que se refere a ela própria. Portanto, não são apenas as antinomias cantorianas que se acham assim afastadas, mas também, para além desta teoria e mesmo para além das matemáticas, os paradoxos que durante tanto tempo tinham embaralhado os lógicos.

2º É preciso, de facto, compreender que um enunciado que viola a teoria dos tipos não é um enunciado falso: se fosse tido como tal dever-se-ia olhar como verdadeiro o mesmo enunciado precedido do sinal da negação, o que apenas faria deslocar a antinomia sem resolvê-la. As mesmas razões que fazem rejeitar um enunciado de forma $x\epsilon x$ ou de forma $\varphi(\varphi x)$ impõem que se rejeite igualmente um enunciado de forma $\sim x\epsilon x$ ou de forma $\sim \varphi(\varphi x)$. Se se rejeitam tais enunciados, é porque eles são *destituídos de sentido*. Não são enunciados falsos, são falsos enunciados. Nem por isso se contesta a bivalência, a alternativa para um enunciado proposicional de ser verdadeiro ou falso, mas limitamo-la ao caso dos enunciados dotados de sentido. A bipartição tradicional dos enunciados proposicionais em verdadeiros e falsos é na realidade uma subdivisão, envolve apenas aqueles dentre esses enunciados que são dotados de sentido; ou antes, será preciso dizer que só esses são enunciados propriamente ditos, tendo os outros apenas a sua aparência já que de facto não enunciam nada. A introdução por Russell do caso dos enunciados destituídos de sentido, nitidamente distintos do caso dos enunciados falsos, é uma aquisição que se revelará doravante indispensável ao lógico¹.

3º É verdade que a noção de enunciados destituídos de sentido não é nova. Malebranche com «existe um Blictri», J. S. Mill com «Abracadabra é uma primeira intenção», tinham ilustrado este caso². Mas vê-se a diferença. Nos exemplos de Malebranche e de Mill, se o enunciado não tem sentido, não é porque a sua forma seja incorrecta: a construção da frase é irrepreensível, tanto lógica como gramaticalmente. É uma das suas palavras que é vazia de sentido, e que comunica à frase onde figura a sua inanidade. Para lhe insuflar um sentido, bastaria mudar convenientemente essa palavra. Ao passo que com Russell, a ausência de sentido resulta da própria forma da expressão e reconhece-se por si só, independentemente do sentido dos termos que nela figuram. Na expressão $x\epsilon x$, mesmo que se substitua a variável x por uma constante qualquer, por mais rica que ela seja, a expressão nem por isso adquirirá um sentido. Não se trata aqui de uma esquisitice de vocabulário que impede um enunciado de ser uma autêntica proposição verdadeira ou falsa, é um *erro de sintaxe*. Também aí, uma tal noção incorporar-se-á como um elemento indispensável na lógica contemporânea, onde se dá uma importância capital à distinção, fundada na referência às regras explíci-

¹ O empirismo lógico apoderar-se-á mesmo dela para justificar uma das teses essenciais da sua filosofia: a rejeição dos enunciados da metafísica, que ele considera como fazendo parte desse conjunto dos enunciados destituídos de sentido.

² Malebranche, *Entretiens sur la métaphysique*, II, vii; Mill, *Logique*, II, vii, 4.

tamente enunciadas de formação das expressões, entre aquelas das expressões que violam uma ou outra dessas regras, que estão portanto mal formadas, e aquelas que, conformes a tais regras, são expressões (verdadeiras ou falsas) bem formadas, *well-formed-formulas*, hoje correntemente designadas pela sigla *wff* (ou por vezes, em francês, *ebf*).

Exigida, em Russell tal como em Frege, pelas necessidades da matemática, a nova lógica não se limita a essa utilização. Isso vê-se bem como a teoria russelliana das descrições¹ que, se sucede aplicar-se também em matemáticas, não tira daí a sua origem. Lembremos que uma descrição é uma maneira de designar um indivíduo por uma expressão que desempenha o papel de um nome próprio, pelo facto de denotar bem um indivíduo e um só, mas por meio de um conceito, simples ou composto: *o rei de Inglaterra*, *o autor do crime*, *o centro de gravidade do sistema solar no instante t*, etc. Tais expressões podem normalmente figurar como sujeitos gramaticais de uma proposição. Ora, ao nível dos indivíduos, que são do tipo 0, um conceito só pode funcionar como predicado e não como sujeito ou, para falar a nova linguagem, como função e não como argumento. Como escrever então, no novo simbolismo, uma frase cujo sujeito gramatical é uma descrição? Ou, enunciando a dificuldade de outra maneira: um nome é, falando com propriedade, aquilo que nomeia, ou seja, só são verdadeiros nomes os nomes próprios, aqueles que designam um indivíduo; nas formas logísticas, as variáveis *x*, *y*, *z*, que simbolizam, são elementos últimos, não decomponíveis e tais, por conseguinte, que a sintaxe não permite construí-los a partir de elementos mais simples. Então, como é que uma expressão composta pode funcionar como um verdadeiro nome? Impossível resolver a questão fazendo dela um simples equivalente do nome próprio correspondente, porque nesse caso poder-se-ia, num enunciado, substituir-lhe esse nome sem modificar o sentido. Ora, quando o rei Jorge V queria saber se o autor de *Waverly* era de facto Scott, seria difícil supor que ele estava interessado no princípio de identidade a ponto de perguntar se Scott era de facto Scott².

A resposta de Russell é que as descrições são «símbolos incompletos». Não são verdadeiros nomes, susceptíveis de figurar como argumentos de uma função, são realmente funções que, como toda a função, têm de ser completados por um argumento para formar uma proposição. Assim, a frase gramaticalmente simples em que tais descrições aparecem como sujeitos é, na realidade, complexa, comportando pelo menos três proposições elementares que fazem apelo a duas funções φ e ψ . Numa

¹ «On denoting», *Mind*, Outubro de 1905, p. 479-493. Encontra-se já uma teoria das descrições em Frege, mas diferente da de Russell. Esta última equivale a rejeitar finalmente os nomes próprios, olhados como comodidades das línguas naturais, e substituídos, numa língua lógica simbólica, por expressões descritivas que fazem apelo a conceitos, isto é, a funções. Os termos singulares, fonte de embaraços desde Aristóteles, podem assim ser eliminados da língua lógica.

² Recorde-se que Pascal dizia que há casos em que é preciso chamar Paris «Paris»; e outros, «a capital do reino».

expressão proposicional da forma «o φ -sor ψ -se» não é um nome, mas um verbo, ao mesmo título que ψ -se. É preciso ler: «1º existe um x tal que $x\varphi$ -se, 2º tal que, para todo o y , se $y\varphi$ -se, então y é idêntico a x , e, por fim, 3º tal que $x\psi$ -se.» Em escrita simbólica:

$$(\exists x) \varphi x \cdot (y) \varphi y \supset (y = x) \cdot \psi x.$$

Esta análise desemboca assim numa expressão um pouco complicada, mas uma tal complicação é indispensável para evitar as dificuldades com as quais, caso contrário, viremos a esbarrar. A verdadeira e decisiva prova para uma teoria lógica, é a sua aptidão para resolver os *puzzles* lógicos, os quais desempenham para ela o papel que as experiências têm para uma teoria física. Retenhamos como exemplos aqueles em que nos envolvemos com expressões que descrevem um objecto imaginário ou impossível. Elas acabavam justamente de sugerir a Meinong uma «teoria dos objectos»¹ muito estranha. Uma vez que objectos inexistentes podem contudo figurar como sujeitos numa proposição suposta e mesmo verdadeira, como quando eu digo que uma montanha de ouro é dura ou que um quadrado redondo é impossível, é necessário que à falta de existência ou de ser, *Sein*, eles possuam pelo menos um certo carácter ou maneira de ser, *Sosein*, portanto, que subsistam, *bestehen*, e sejam espécies de objectos, *Gegenstände*. O que traz consigo em Meinong consequências difíceis de admitir, e que, em todo o caso, leva logo a contradições: porque um quadrado redondo é redondo, pois que isso é um dos seus caracteres, e não é redondo, porque isso é impossível. Semelhante contradição já não deixa construir-se quando se analisa a proposição em que ele figura como sujeito gramatical, porque nesse caso vê-se que uma das proposições a que assim se chega é pura e simplesmente falsa. É também isso que se passa com as descrições de objectos singulares, desempenhando assim o papel de nomes próprios. Se analisarmos a proposição *O actual rei de França é calvo*, teremos ao mesmo tempo de negá-la, pois que é falsa, e negar a negação correspondente, *O actual rei de França não é calvo*, pois que ela é falsa exactamente pela mesma razão. Mas verifica-se que esta proposição aparentemente simples traz ao mesmo tempo três afirmações, uma das quais, ou seja, *existe um x que é o actual rei de França*, é falsa, ao passo que a sua negação é verdadeira, de maneira que assim a dificuldade resolve-se.

*
* *

Todos estes resultados encontrarão o seu lugar na obra principal, os três grossos volumes dos *Principia mathematica*², mas com uma vastidão e precisão superiores que fazem desta obra uma verdadeira suma.

¹ «Ueber Gegenstände», em *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie*, Leipzig, 1904. reproduzido em *Gesammelte Abhandlungen*, Leipzig, 1913-1914, vol. II.

² Cambridge University Press; vol. I, 1910; 2ª ed., com uma longa introdução nova, 1925; vol. II, 1912, 2ª ed. 1927; vol. III, 1913, 2ª ed. 1927.

Eis, em primeiro lugar, como é que o conjunto da obra é apresentado no início do Prefácio: «O tratamento matemático dos princípios das matemáticas, que constitui o objecto da presente obra, nasceu da conjunção de dois estudos diferentes, ambos muito modernos quanto ao essencial. Por um lado, temos os trabalhos dos analistas e dos géometras, que se esforçam por formular e sistematizar os seus axiomas, os de Cantor e de alguns outros sobre temas como a teoria dos conjuntos. Por outro lado, temos a lógica simbólica que, após um inevitável período de crescimento, adquiriu actualmente, graças a Peano e aos seus discípulos, uma adequação técnica e uma amplitude suficiente para fornecer um instrumento matemático capaz de aplicar-se àquilo que tinha sido, até aqui, o início das matemáticas. Da combinação destas duas espécies de estudos, foram obtidos dois resultados, a saber: em primeiro lugar, as proposições que antes eram tidas, tácita ou expressamente, como axiomas, ou são supérfluas ou demonstráveis; em segundo lugar, os mesmos métodos pelos quais são demonstrados os pretensos axiomas podem dar resultados válidos em regiões, tais como a dos números infinitos, que tinham sido olhados antes como inacessíveis ao conhecimento humano. É por isso que o domínio das matemáticas se acha alargado ao mesmo tempo pela adição de temas novos e por uma extensão regressiva em domínios que tinham sido até agora abandonados à filosofia.

A nova lógica intervém aqui ao serviço de uma tarefa que é propriamente a da obra, a análise dos princípios matemáticos; desempenha aí apenas o papel de um meio. Mas é naturalmente nela que se concentra o interesse do lógico, e é só dela, em princípio, que teremos de tratar. Ela constitui o objecto da primeira parte, que ocupa a primeira metade do primeiro volume, incluindo aí os preliminares que tratam do simbolismo, da teoria dos tipos e dos símbolos incompletos. É propriamente obra de Russell, já que a colaboração de Whitehead se verificou essencialmente para a parte matemática.

O plano é o que se tornará clássico para os tratados modernos de lógica, como que seguindo a ordem mais natural de dependência: primeiro, sob o título de «teoria da dedução», o cálculo das proposições, depois o das funções proposicionais, por fim, a teoria das classes e a das relações, sendo estas duas noções construídas ambas a partir da de função. Esta ordem distingue-se da que era geralmente seguida na lógica simbólica proveniente de Boole. «A lógica simbólica é muitas vezes olhada como sendo constituída por duas partes coordenadas, a teoria das classes e a teoria das proposições. Mas, do nosso ponto de vista, estas duas partes não são coordenadas; porque na teoria das classes deduzimos uma proposição de uma outra por meio de princípios que pertencem à teoria das proposições, ao passo que na teoria das proposições nunca temos necessidade da teoria das classes. Por consequência, num sistema dedutivo, a teoria das proposições precede necessariamente a teoria das classes¹.» Seguiremos naturalmente esta ordem, começando de cada vez por algumas indicações sobre os principais símbolos. Russell, como dissemos, inspirou-se largamente na simbólica peaniana, à

¹ P.M., vol. I, p. 94.

qual reconhece o mérito de ter libertado a lógica simbólica da sua obsessão injustificada em relação às formas da álgebra comum. Mas ele trouxe-lhe algumas modificações de pormenor, e sobretudo teve de acrescentar-lhe muita coisa, tratando de ideias às quais o simbolismo lógico não se tinha ainda alargado.

As letras p, q, r , simbolizam proposições. Um agregado de proposições que dá uma proposição mais complexa que as proposições constituintes, é uma função que tem estas como argumentos. Russell conta quatro dessas funções como fundamentais: a função contraditória de uma proposição p (a sua negação)¹, escrita $\sim p$, a função disjuntiva de duas proposições p e q (soma lógica) $p \vee q$, a função conjuntiva (produto lógico) $p \cdot q$, e a função implicativa, $p \supset q$. Estas quatro funções são as constantes fundamentais do cálculo proposicional, com a ajuda das quais podem formar-se outras mais complexas, por exemplo, a equivalência, $p \equiv q$, que é a conjunção de $p \neq q$ e de $q \neq p$. Elas próprias são aliás redutíveis, colocando Russell como primitivas a negação e a disjunção, pelas quais ele definirá a implicação como: $\sim p \vee q$ e a conjunção como: $\sim(\sim p \vee \sim q)$. Ele poderá assim, para abreviar, utilizar a implicação nos seus axiomas — que ele prefere chamar, com um termo mais geral, «proposições primitivas», por abreviatura Pp. Estas proposições são em número de dez, mas repartem-se nitidamente em dois grupos: as duas primeiras e as três últimas, que se enunciam em linguagem comum, são realmente regras, ao passo que as outras cinco são verdadeiros axiomas, formulados em símbolos, e precedidos do sinal de asserção. Eis os cinco axiomas exactamente transcritos:

$$1.2 \quad \vdash : p \vee p \supset p \text{ Pp}$$

$$1.3 \quad \vdash : q \supset p \vee q \text{ Pp}$$

$$1.4 \quad \vdash : p \vee q \supset q \vee p \text{ Pp}$$

$$1.5 \quad \vdash : p \vee (q \vee r) \supset q \vee (p \vee r) \text{ Pp}$$

$$1.6 \quad \vdash : q \supset r \supset : p \vee q \supset p \vee r \text{ Pp}$$

Notar-se-á que, tal como em Frege, os três grandes princípios tradicionais, os de identidade, terceiro excluído e contradição, não figuram entre estes axiomas; encontramos-los, mais tarde, entre os teoremas.

As outras proposições primitivas são de um outro carácter: são regras de sintaxe, as duas primeiras referentes à dedução de uma proposição a partir de uma proposição, ou de uma função proposicional, e as três últimas à formação de proposições (ou de funções proposicionais) mais simples. Vê-se que elas ultrapassam o cálculo das proposições, regulando duas dentre elas o cálculo das funções.

Somos nós que, actualmente, marcamos esta distinção entre duas espécies de proposições primitivas. Russell não marca tão nitidamente, como se fará depois dele, a separação entre os axiomas e as regras, não explicita o desnível entre língua e metalingua, não fala de sintaxe lógica.

¹ O símbolo da negação em Peano tinha o inconveniente de sugerir uma analogia errónea entre a operação lógica da negação e a operação aritmética da subtração. Perante uma fórmula como $a - b$, é-se tentado a ler «a menos b» em vez de «a e não-b».

Nem por isso deixa de ter uma nítida consciência da diferença de natureza entre as duas espécies de proposições primitivas. Consideremos, por exemplo, a primeira dessas proposições: «Tudo o que é implicado por uma proposição verdadeira é verdadeiro¹». Ele apresenta-a expressamente como «a regra que justifica a inferência²». E faz acompanhar o seu enunciado deste comentário: «Este princípio... não é a mesma coisa que «se p é verdadeira, então se p implica q , q é verdadeira.» Trata-se, de facto, de uma proposição, mas é igualmente válida quando p não é verdadeira e quando p não implica q . Ela não nos permite, como acontece com o princípio de que aqui se trata, afirmar q simplesmente, sem nenhuma hipótese.» O que é, de facto, reconhecer a diferença entre uma regra de inferência e uma lei do cálculo. E Russell completa assim o seu comentário: «Não podemos exprimir este princípio na linguagem simbólica, e uma das razões é que todo o simbolismo no qual p figura como variável dá-nos apenas a hipótese que p é verdadeira, não o facto que ela é verdadeira³.»

A partir destas proposições primeiras, Russell demonstra um grande número de proposições derivadas.

Seguidamente, as funções são simbolizadas pelas letras gregas φ , ψ , χ , e os seus argumentos por x , y , z quando são indeterminados, por a , b , c , quando são determinados. Assim φx designa um valor indeterminado (Russell diz: ambíguo) da função φx , pelo que a sua letra x representa aí uma *variável*, qualificada de *real*; ao passo que se se substituir a x uma letra a representando um certo valor de x , funcionando portanto como uma *constante*, φa será um valor determinado (não ambíguo) de φx . A partir de φx , três casos podem apresentar-se, conforme se obtém uma proposição verdadeira para todos os valores de x (φx sempre verdadeira), ou para alguns desses valores (φx algumas vezes verdadeira) ou enfim para algum deles; escrever-se-á respectivamente $(x) \cdot \varphi x$, depois $(\exists x) \cdot \varphi x$, e, por fim, $(x) \cdot \sim \varphi x$. Estas três expressões podem reduzir-se a uma só com a ajuda da negação, de modo que se pode considerar a segunda, a existencial, como primitiva. Em enunciados desta forma, a variável x diz-se *aparente*. Quando uma implicação funciona entre duas funções proposicionais⁴ φx e ψx , é chamada *formal* (para distingui-la da implicação *material* que funciona entre duas proposições) e escreve-se: $(x) : \varphi x \supset \psi x$.

¹ M.P., I, p. 98. Escreve Russell: «por uma proposição elementar verdadeira», mas ele alarga seguidamente esta regra às proposições não elementares. Ele chama proposições elementares às que não comportam variáveis, isto é, às do cálculo elementar das proposições.

² *Ibidem*, p. 13.

³ *Ibidem*, p. 98-99.

⁴ Por «função proposicional», Russell entende geralmente aquilo a que poderia chamar-se uma *forma proposicional* contendo pelo menos uma variável (por exemplo: x é homem, a distinguir da proposição *Sócrates é homem*). Mas ele emprega também por vezes esta expressão para designar a própria função. Na escrita simbólica, contudo, ele distingue bem entre φx e φx . As expressões variáveis *aparentes* são tiradas de Peano. A partir de Hilbert diz-se hoje variáveis *livres* e variáveis *ligadas*.

Para desenvolver o cálculo das funções, Russell tem necessidade de acrescentar, às proposições primitivas já postas e às leis do cálculo proposicional já demonstradas, seis novas proposições primitivas, que ele próprio reparte em três grupos de duas. As do segundo grupo são regras de inferência, as do terceiro são postuladas pela teoria dos tipos. As duas primeiras são os axiomas próprios deste cálculo, na medida em que ele se limita às funções de um argumento, e enunciam-se em linguagem simbólica, da seguinte maneira:

9.1 $\vdash : \phi x \supset . (\exists z) . \phi z \quad Pp$

9.11 $\vdash : \phi x \vee \phi y \supset . (\exists z) . \phi z \quad Pp$

A primeira significa que se se encontra um exemplo que complova uma função, então essa função é «por vezes verdadeira». É ela que permite demonstrar os teoremas da existência: tem, portanto, um uso muito geral. A segunda, pelo contrário, tem apenas um uso muito restrito.

As classes são simbolizadas por α, β, γ . Sendo uma classe o conjunto de objectos que satisfazem a uma função proposicional, ou seja, que a transformam numa proposição verdadeira quando são tomados como argumentos dessa função, ela é determinada por uma função. Uma classe α está, pois, sempre em relação com uma função ϕx que a determina. A negação de uma classe α (a classe complementar) escreve-se $\sim \alpha$, o produto lógico de duas classes α e β escreve-se $\alpha \cap \beta$, a sua soma lógica $\alpha \cup \beta$; a inclusão de α em β escreve-se $\alpha \subset \beta$. Russell vai buscar a Peano o símbolo da pertença de um indivíduo a uma classe, $x \in \alpha$. A afirmação de que a classe α existe, escreve-se: $E! \alpha$. O conjunto dos indivíduos que compõem a classe determinada pela função ϕx nota-se $\hat{x}(\phi x)$, o que pode ler-se: os x que satisfazem a ϕx ou os x que ϕ -sem. Quando a classe conta apenas um único indivíduo, o x que satisfaz a ϕx , o x que ϕ -se, pode ser designado com o emprego do iota invertido que é um símbolo singularizador: $(\iota x)(\phi x)$.

Se se passar das funções monádicas às funções poliádicas estaremos perante as relações. Assim, toda a função $\phi(x, y)$ determina uma relação R entre x e y . Para designar os seus argumentos, pode escrever-se, por analogia com o que precede: $\hat{x}\hat{y}\phi(x, y)$. Quando não é necessário especificar a função que a determina, podemos contentar-nos com as letras R, S , etc., e escrever, pelo menos quando a relação é apenas binária, xRy ; o que, além da sua maior simplicidade, tem a vantagem de ficar mais próximo da linguagem comum em que se menciona habitualmente a relação entre os termos que ela une. Para marcar a conversa de uma relação R , Russell vai buscar a Schröder o seu símbolo e escreve: R . Por fim, para marcar entre duas relações R e S as relações análogas às que se verificam entre duas classes, emprega os mesmos símbolos marcando-os apenas com um ponto.

Enquanto que a lógica das classes tinha sido longamente desenvolvida, embora a partir de outras bases, pela álgebra da lógica, é nos *Principia* que se encontram os principais desenvolvimentos do cálculo das relações. Já Schröder havia sistematicamente aproximado o caso das relações do das classes, ao aplicar às primeiras o tratamento extensivo que convinha às segundas. Uma relação, considerada em extensão, é a classe dos pares, das tríades, etc., que mantêm entre si esta relação. Por exemplo, a extensão da relação *capital de* é a classe dos pares (x, y)

tais que x seja a capital de y (Paris, a França; Londres, a Inglaterra; etc.). É por isso que os teoremas da álgebra lógica que se aplicam às classes podem transpor-se para o caso das relações. Vejamos as duas relações *irmão de* e *irmã de*: vê-se que a disjunção *irmão ou irmã* equivale à negação da conjunção *não-irmão e não-irmã de*. Só que, ao reduzir assim as relações a espécies de classes, corre-se o risco de deixar escapar o que há de propriamente original no manejo das relações. A aplicação a estas de uma álgebra lógica contruída essencialmente para o caso das classes desembocará apenas, como diz Lewis¹, em transposições de importância secundária, porque a lógica das relações é muito mais complexa que a álgebra de Boole-Schröder, e exige ser tratada de maneira muito mais ampla para poder satisfazer, nomeadamente, às necessidades de um tratamento lógico das matemáticas. É verdade que algumas dessas propriedades originais das relações, já relevadas por De Morgan e Peirce, não podiam ter escapado a Schröder, mas o seu cálculo não se lhes adaptava de uma maneira muito natural. De sorte que, por muito complexa que fosse, a sua teoria das relações tinha algo de gratuito. E compreende-se que ele tenha podido exclamar um dia: «Que pena! Ter um tão belo instrumento e não saber que fazer dele!»²

Russell trata também ele as relações em extensão, tal como fizera para as classes e para as proposições. Mas em vez de tirar a noção de relação da de classe, tira-a, como tinha feito para a de classe, da noção de função proposicional. A lógica das relações constrói-se sobre a teoria das funções de dois ou vários argumentos, tal como a lógica das classes se construía sobre a teoria das funções de um argumento. Do mesmo modo que um atributo é determinado em extensão pelo conjunto dos indivíduos x que satisfazem à função ϕx , assim também uma relação é determinada em extensão pelo conjunto dos pares (x, y) que satisfazem à função $\phi(x, y)$. Podemos limitar-nos ao estudo das relações binárias, podendo as relações mais complexas reduzir-se a estas: assim uma relação ternária pode interpretar-se como a relação de um par a um indivíduo, por exemplo, do par (x, y) ao indivíduo z , ou do par (x, z) ao indivíduo y , etc. A analogia com o caso das classes é de facto mantida assim, com a transposição que ela permite das leis do cálculo das classes para leis do cálculo das relações. Mas esta analogia nem por isso põe a teoria das relações sob a dependência das classes, porque as relações apresentam, em virtude da pluralidade dos argumentos, certas propriedades que degeneram no caso das classes, onde a função está reduzida a um único argumento; e são justamente essas propriedades originais que constituem o principal interesse do cálculo das relações.

Uma das mais imediatamente perceptíveis é que o par (x, y) que intervém numa relação é orientado, ou seja, a relação de x a y difere, em geral, da relação de y a x ; e isso distingue este par (x, y) da classe composta de x e de y . Por outras palavras, não basta definir uma relação (binária) por uma classe de pares, como faziam Peirce e Schröder,

¹ *A survey*, p. 219.

² Citado por Lewis, *ibidem*, p. 278.

porque tais pares não são classes propriamente ditas, pois que lhes é essencial serem ordenados: ora, a noção de ordem é estranha à de classe, e deve poder ela própria analisar-se em termos de relações. É desta diferença fundamental que resulta primeiramente uma propriedade bem conhecida de toda a relação, a de ter sempre uma conversa: se x é pai de y , então y é filho de x ; nada de análogo se passa no cálculo das classes. Outra diferença importante: há agora que distinguir entre duas espécies de produtos e de somas¹. Ao lado dos que funcionam no caso das classes, e que se encontram também no caso das relações, há que ter em conta os que são próprios das relações. Por exemplo, o produto não-relativo de duas relações R e S é, como o de duas classes A e B , « R e S », ex.: «*amigo e colega de*»; ao passo que o produto relativo destas duas relações é « R e S », ex.: «*amigo do colega de*». O que tem não apenas um outro sentido, mas também outras propriedades; assim, o produto relativo, tal como a soma relativa, não é comutativo: *amigo do colega* não é a mesma coisa que *colega do amigo*; ao passo que o são a soma e o produto lógico ordinários. Vê-se por estes exemplos que o cálculo de relações tem uma complexidade superior ao das classes, e que ele obedece a leis próprias que se juntam às que possui por analogia com as classes. Em resumo, havia algo de forçado em querer submeter a um tratamento algébrico operações como as de conversão, de adição relativa, de multiplicação, cuja analogia se perde com as operações algébricas da subtração, da adição e da multiplicação. E ela perde-se mesmo com a álgebra booleana, pois que agora a multiplicação relativa permite introduzir na lógica relações de elevação às potências, que o cálculo de Boole excluía. É somente no caso especial em que a relação é transitiva, como a de paralelismo, que $R^n = R$; enquanto que, por exemplo, a perpendicular da perpendicular de y já não é a perpendicular de y .

A lógica das relações dos *Principia* não estuda apenas as propriedades das relações, ocupa-se também dos termos relativos. Não se contenta com distinguir entre o antecedente e o consequente da relação, o que ela chama o seu *referente* e o seu *relatum* (correspondentes ao *relato* e ao *correlato* de Peirce); ela define o *domínio* de uma relação como a classe de todos os seus referentes, e o *domínio converso* a classe de todos os seus *relata*, constituindo a soma do domínio e do domínio converso o *campo* da relação. Este campo de uma relação não deve ser confundido com a sua extensão, que é mais estreita: a sua extensão é a classe dos pares que satisfazem à relação, de modo que um dos termos do par, tomado isoladamente, não faz parte da extensão da relação, ao passo que faz parte do seu campo. Esta distinção escapara até então às teorias extensivistas das relações. Por outro lado, se De Morgan e Peirce não tinham podido deixar de distinguir entre a relação ela mesma e os seus termos, essa distinção nem sempre aparecia na sua escrita, onde a mesma letra R , por exemplo, podia significar ora a própria relação, que é uma função (por exemplo: *ser habitante de...*), ora o termo relativo (*habitante*). Russell evita essa ambiguidade. Em ligação com a sua teoria das descrições, ele escreve, para designar a classe dos termos x

¹ Esta distinção tinha já sido feita por Peirce.

que têm a relação R a qualquer membro da classe α : $R''\alpha$ (por exemplo, se α é a classe das cidades: *os habitantes das cidades, os cidadãos*); e para um termo singular, o objecto que tem a relação S a y escreve-se: $S'y$ (por exemplo, *o pai de y*). Ele distingue igualmente entre x *habita Londres* e x *é um habitante de Londres*.

Toda uma secção da primeira parte dos *Principia*, consagrada às propriedades das relações que não têm análogo na teoria das classes, desenvolve, a partir destas bases, uma longa série de teoremas. Esta secção tornou-se o texto clássico da lógica das relações.

*
* *
*

No espírito de Russell, como já dissemos, as análises lógicas estavam subordinadas ao estabelecimento do fundamento das matemáticas. Ambas as coisas estavam para ele tão estreitamente associadas que ele desafiava qualquer um a encontrar o sítio exacto onde, nos *Principia*, acaba a lógica e começam as matemáticas. *A posteriori*, é no entanto permitido dissociar o instrumento lógico da redução logicista à qual ele o destinava. O logicismo é uma teoria, a lógica pertence à ciência. Com efeito, as críticas que a obra lógico-matemática suscitou incidiram essencialmente sobre a redução logicista, enquanto que a parte propriamente lógica, se se abstrair daquelas correcções de pormenor que toda a obra científica nova exige, permaneceu incólume. Temos de evocar aqui estas dificuldades do logicismo, quanto mais não seja para mostrar que a obra lógica em si mesma não é por isso verdadeiramente afectada.

A reconstrução lógica das matemáticas, tal como a efectuavam os *Principia*, sofria de facto de alguns graves defeitos, dos quais os autores estavam aliás bem conscientes, mas que eles esperavam poderem vir a ser corrigidos. Ela supunha, na verdade, dois axiomas manifestamente estranhos à lógica, circunstância bem incómoda para uma redução logicista: o axioma da redutibilidade e o axioma do infinito.

Para evitar as antinomias, havia que respeitar não apenas a hierarquia dos tipos, mas também a das ordens entre as quais, para um argumento de um certo tipo, se distribuem os predicados de que é susceptível. Por exemplo, *ter todas as qualidades de um bom general* é um predicado de segunda ordem, porque é do nível imediatamente superior aos predicados da primeira ordem, que enunciam precisamente estas qualidades: *corajoso, activo, prudente, metódico*, etc. Ora, se se respeitar cegamente esta hierarquia, com a proibição de saltar um escalão, não só ficarão proibidas expressões tão inocentes como *Napoleão tinha todas as qualidades de um bom general*, mas ter-se-á também de condenar um bom número de demonstrações matemáticas das quais não há no entanto nenhuma razão de suspeita. Além disso, chega-se a consequências extravagantes, por exemplo, a obrigatoriedade de subdividir as leis lógicas em tantos níveis quantos os graus existentes na hierarquia. É para evitar estas consequências desastrosas que Russell introduz o axioma de redutibilidade, que estabelece que, quando uma noção é definível por um predicado de uma certa ordem, ela possui igualmente um predicado da ordem, imediatamente inferior pelo qual se pode

igualmente defini-la, isto é, que a caracteriza exactamente e só a ela. O que está longe de ser evidente e o que, em todo o caso, nada tem de uma proposição puramente analítica. Este axioma é assim introduzido como um artifício imaginado *ad hoc*, como Russell honestamente reconhecerá: ele tem apenas, escreverá na *Introdução* à segunda edição dos *Principia*, um valor pragmático, dá o resultado que dele se espera, mas de modo nenhum se impõe por si mesmo. A sua verdade pode ser posta em dúvida, e mesmo que fosse aceite, essa verdade seria de ordem empírica e não lógica.

Seguidamente, é verdade, esta primeira dificuldade será resolvida ou, se se preferir, contornada. Numa série de artigos que começam em 1921, Léon Chwistek tentará, quer contentar-se com uma teoria dos tipos simplificada, isto é, liberta da hierarquia das ordens, quer conservar essa hierarquia sem ter necessidade do axioma de redutibilidade. Mas sobretudo F. P. Ramsey, um pouco mas tarde¹, repartirá em dois grupos as diversas antinomias: antinomias lógicas, que incidem sobre os objectos (como a da classe das classes que não se contém a si próprias, a do impredicável) e antinomias semânticas, que têm a ver com a linguagem na qual se fala dos objectos (como a do Mentiroso), e ele mostrará que para evitar as primeiras, a teoria simplificada é suficiente. Quanto às segundas, ver-se-á em breve, com Tarski, que elas se resolvem pela distinção dos níveis da linguagem².

Permanece entretanto um outro axioma, o da infinidade, que está ligado à definição lógica do número. Este é definido a partir da noção de similitude ou equinumericidade, tratada como mais fundamental, e ela própria definida de maneira puramente lógica com a ajuda de noções que relevam da lógica das relações, em particular da relação bi-unívoca. Um número define-se como a classe de todas as classes que são equinúmericas: por exemplo, o número 2 é a classe que contém todas aquelas classes que são os duos, ou, se nos exprimirmos em termos de predicados, a classe que pode definir-se por aquilo que há de comum a todos os duos e só a eles; de igual modo, o número 3 é a classe dos trios, e assim sucessivamente³. Ora, se o universo contasse apenas um número finito n de indivíduos, não haveria evidentemente classes de mais de n objectos, e, portanto, não haveria um número maior que n : o que estaria em

¹ «The foundations of mathematics», *Proceedings of the London mathematical Society*, 1926, p. 338-384; reproduzido em *The foundations of mathematics and other logical essays*, Londres, 1931.

² Tarski, *Le concept de vérité dans les langues formalisées*, 1931 (em polaco); reproduzido, em tradução inglesa, na antologia *Logic, semantics, metamathematics*, Oxford, Clarendon Press, 1956. Russell tinha já tido essa sensação ao perguntar-se na *Introdução* ao *Tractatus* de Wittgenstein, se não se poderia admitir «que cada língua tenha uma estrutura a respeito da qual nada se possa dizer *nessa língua*, mas que possa haver uma outra língua que trate da estrutura da primeira e tendo ela própria uma nova estrutura, sem que haja qualquer limite nessa hierarquia das línguas».

³ Não há círculo vicioso ao falar aqui de equinumericidade, de correspondência bi-unívoca, de duos, etc., já que estas palavras só aqui figuram para assegurar a brevidade do discurso e sendo elas susceptíveis de ser definidas com a ajuda de noções pré-numéricas.

contradição com esse princípio essencial da aritmética segundo o qual, depois de um número, há sempre um outro. A teoria dos tipos retira-nos de facto a possibilidade de formar indefinidamente classes a partir de um número finito de indivíduos, dando como elementos a uma classe não apenas os indivíduos que lhe pertencem, mas também as classes desses indivíduos, e depois as classes dessas classes, etc. Assim, para conciliar a definição lógica do número e a teoria dos tipos com a noção aritmética da sequência ilimitada dos inteiros, há que postular a infinidade do universo. Hipótese essa que não se impõe nem como uma evidência empírica — sobretudo numa época em que precisamente a ciência tenderia antes a pô-la em dúvida, tanto para o infinitamente grande como para o infinitamente pequeno — nem tão-pouco, o que é aqui essencial, como uma evidência lógica. Na base da construção lógica do número figura pois um axioma não analítico, que é na realidade uma asserção relativa ao universo.

Estas falhas não minimizam a importância histórica da teoria russelliana do fundamento das matemáticas, com a lógica que lhe subjaz. Ela agiu como um fermento, pelas controvérsias quase apaixonadas que suscitou¹, pelos esforços que provocou para remediar às suas imperfeições. Mesmo aqueles que, rejeitando-a, enveredaram por outras vias que não o logicismo, não deixaram de contribuir também eles, a maior ou menor prazo, para o florescimento da lógica, dando assim voluntariamente razão a Russell sobre um ponto essencial. Porque se, de início, eles entendiam de facto permanecer no campo da matemática (Brouwer, Zermelo), os seus sucessores acabaram por ser também eles conduzidos ao campo da lógica, à qual trouxeram preciosos contributos. Como escreve justamente Prior: «É ao mesmo tempo fácil e necessário criticar as teorias de Russell referentes aos paradoxos lógicos e semânticos, assim como os seus trabalhos sobre a lógica e o fundamento das matemáticas, mas Russell nem por isso deixa de continuar a ser, mais que qualquer outro, o fundador da lógica moderna²»

Quais são pois, deixando de lado muitos elementos alguns dos quais estão longe de poderem ser considerados sem importância — como a teoria das descrições ou a teoria dos tipos, e sobretudo o desenvolvimento da lógica das relações —, os contributos mais importantes de Russell à lógica?

Um bom número deles são-lhe comuns com Frege, apenas com alguns cambiantes: a ordenação do conjunto da lógica, o uso sistemático da escrita simbólica, a apresentação da lógica sob a forma de um sistema dedutivo, a análise da proposição em função e argumento com as

¹ Para nos ficarmos pela França, recordemos a adesão entusiástica de Couturat que, logo após a publicação dos *Principles of mathematics*, os deu a conhecer numa série de artigos da *Revue de métaphysique*, publicados seguidamente em volume, *Les Principes de mathématiques*, Paris, Alcan, 1906 — e, no outro sentido, as críticas muitas vezes acerbas de Poincaré, recolhidas em *Science et méthode*, Paris, Flammarion, 1909. Sobre esta controvérsia, há que reconhecer que, no conjunto, foi para o lado de Russell e de Couturat que a posteridade veio a inclinar-se.

² Artigo «Russell» na *Encyclopedia of philosophy*, vol. III, p. 251.

consequências que já assinalámos, ou seja, unificação da lógica atributiva e da lógica das relações, uso dos quantificadores, quantificação múltipla. Mas, apesar da anterioridade de Frege, é preciso dizer que de facto foi sobretudo Russell quem contribuiu para dar crédito a todas estas inovações. Por vezes, com uma nota pessoal, e um exemplo disso poder-nos-ia ser fornecido pela noção de implicação.

Reintroduzida na lógica moderna por Peirce, adoptada por Mac Coll, por Frege, por Peano, ela levantava numerosas resistências em virtude do seu carácter paradoxal (o falso implica tudo, etc.) e expunha a muitas confusões, favorecidas pela sua expressão na linguagem ordinária (*Se... então...*). Para ultrapassar tais dificuldades e obscuridades, impunham-se duas distinções. Primeiro, a da própria implicação, que é uma certa relação, e da inferência, que é um acto. «Sempre que podemos validamente inferir uma proposição de uma outra, escreve Russell, fazemo-lo em virtude de uma relação que se verifica entre duas proposições, quer nós a captemos quer não: de facto, o espírito é tão puramente receptivo na inferência como o é, segundo o senso comum, na percepção dos objectos sensíveis¹». Já se viu que Russell não confundia, por exemplo, naquilo a que comumente se chama o *modus ponens*, entre a regra de inferência que permite avançar como verdadeira uma proposição q quando são ao mesmo tempo verdadeiras uma proposição p e a implicação $p \supset q$, — e a lei que estabelece que $p \cdot p \supset q : \supset q$. Mas uma segunda distinção deve também ser feita, e essa é propriamente russelliana: é a que marca a adjunção dos dois qualificativos de «material» e de «formal», sendo a implicação material a que se verifica no caso mais elementar, entre duas proposições p e q , e a implicação formal a que se verifica entre duas funções proposicionais, ϕx e ψx seja qual for x . Esta distinção era uma consequência natural da distinção entre proposição e função proposicional, que Russell se indignava que nunca tivesse tido explicitamente estabelecida pela lógica tradicional. Ora, as repugnâncias que a implicação material nos inspira não vêm só do facto de a confundirmos com a relação de princípio a consequência, mas também de a tomarmos por uma espécie de implicação formal. Como o explica muito bem Couturat²: se nos chocamos por ouvir o lógico considerar como válida uma implicação material como, por exemplo, *Sócrates é um triângulo implica que Sócrates é mortal*, é porque a entendemos, coisa que ela não é, como uma implicação formal: *Para todo o x , se x é um triângulo, então x é mortal*, a qual é, bem entendido, falsa. Ao passo que, em virtude da mesma confusão, aceitamos sem dificuldade a implicação material *Sócrates é homem implica que Sócrates é mortal*, porque vemos nela uma simples ilustração, num caso particular, de uma lei geral que se exprime pela implicação formal que, desta vez, é verdadeira: *Para todo o x , se x é homem, então x é mortal*.

De uma maneira mais geral, Russell está na origem da lógica moderna no sentido de que, depois das tentativas de Peirce, insuficien-

¹ *The Principles of mathematics*, p. 33.

² «Les principes des mathématiques», *Revue de métaphysique*, 1904, p. 36-37.

temente aprofundadas e insuficientemente integradas entre si, após as sistematizações razoavelmente artificiais, do ponto de vista lógico, da álgebra booleana, enfim no relativo silêncio em que a obra de Frege permaneceu durante muito tempo, foi ele que impôs a reorganização da lógica segundo uma ordem que se tornou clássica, porque se conforma com as relações naturais de subordinação ou de coordenação entre as suas diversas partes. Ele ditou-lhe também, de algum modo, o seu estilo, impondo-lhe uma obrigação de adoptar, segundo o exemplo por ele dado, ao mesmo tempo a escrita simbólica e a apresentação axiomática ou, em todo o caso, um modo de construção e de exposição que satisfizesse às exigências do rigor formal.

Finalmente, é preciso não esquecer, embora isso à primeira vista possa parecer acessório, que a escrita simbólica de Russell se tornou, após a diversidade dos idiomas que caracterizava o período preparatório, a língua comum dos lógicos. Pode dizer-se que, como lógicos, ela foi a sua língua materna, pois que foi nos *Principia mathematica* que eles aprenderam a nova lógica. Portanto, todos sabem lê-la, mesmo aqueles que, mais tarde, preferirão escrever uma outra. Para compreender a importância deste facto, recorde-se como, nas diversas ciências — a álgebra no século XVII, a química no século XIX — um progresso decisivo foi efectuado quando pôde instituir-se um simbolismo que as suas qualidades impunham, no interior de cada ciência, como língua comum a todos os que a cultivavam.

5. À margem ou na sequência dos *Principia mathematica*

O papel de iniciador que Russell desempenhou e o peso dos *Principia mathematica* não devem impedir de lembrar que, durante estes primeiros anos do século, a lógica simbólica conhecia também alguns desenvolvimentos relativamente independentes. Assim, nos Estados Unidos, Josiah Royce (1855-1916) elaborava um sistema fundado em primeiro lugar, numa relação formalmente análoga à relação geométrica «entre» (posição intermediária), donde, pela fixação de uma origem, se faz derivar a relação transitiva «precede»: $p - \prec yq$ (p precede q com y como origem). Esta relação tem já um carácter muito geral, dominando as interpretações geométricas e lógicas. «Sempre que se trata de uma série linear, sempre que se faz uso de uma origem de coordenadas, sempre que se trata de causa e efeito, de fundamento e consequência, de orientação no espaço ou de direcção de uma tendência no tempo, as relações diádicas assimétricas que aí estão envolvidas são essencialmente idênticas à relação simbolizada aqui por $p - \prec yq$ »¹. Reconhecem-se aí, entre outras, as relações lógicas de inclusão entre classes e de implicação entre proposições. E essa relação formal não é ainda a mais geral. Royce constrói um sistema que a domina, apresentando um tipo de ordem donde se obtêm, por selecção, ordens subordinadas e onde se encontra,

¹ «The relation of the principles of logic to the foundations of geometry», *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1905, p. 381; citado por Lewis, *Survey*, p.367.

entre outras, a ordem serial, de que atrás se fala. Durante algum tempo, Lewis pôde crer¹ que Peirce e Royce iam dar origem a uma escola lógica americana de um estilo original, distinto ao mesmo tempo do estilo italiano de Peano e do estilo inglês de Russell. A sua profecia não se realizou, pelo menos no sentido em que ele a entendia. Porque é, de facto, verdade que, logo a seguir, a lógica iria conhecer nos Estados Unidos um florescimento extraordinário que iria colocar indiscutivelmente este país à cabeça do movimento logístico moderno; mas não é menos verdade que esta escola americana - reforçada aliás por numerosos emigrados da Europa Central, alguns dos quais de primeiro plano, como Tarski, Carnap, Gödel — se desenvolveu no prolongamento da logística peano-russelliana muito mais que na direcção em que Royce se empenhara.

Era num outro país, e mesmo antes de se tornar uma nação independente, que se formava então uma brilhante escola de lógica, cuja importância se faria pouco a pouco reconhecer, apesar do obstáculo que representava a língua polaca na qual, na maioria das vezes, eram escritas as suas publicações. Para o período que antecede a primeira guerra mundial, os dois principais nomes a citar são os de Jan Lukasiewicz (1878-1956) e do seu discípulo Stanisław Lesniewski (1886-1939), que ensinam então na Universidade de Lwow. Contrariamente ao que se passava com outros, a sua formação é filosófica e não matemática; eles não quiseram tornar-se nem um nem outro simples calculadores e, embora dominando as técnicas do cálculo, mostraram sempre reservas em relação a um formalismo vazio. Os seus principais trabalhos só serão publicados depois da guerra; ensinarão então na capital da Polónia reconstituída onde, com Tarski, constituirão o núcleo daquilo a que se chamará a escola de Varsóvia². Será neste período entre as duas guerras que a escola polaca conhecerá todo o seu esplendor. Entretanto, desde 1910, Lukasiewicz concebia o propósito de renovar a lógica alargando a lógica aristotélica de um a maneira análoga àquela com que Lobachevski alargara a geometria euclidiana. E Lesniewski, após um período de hostilidade declarada em relação à lógica simbólica, começava a conceber uma teoria geral dos objectos, que desembocaria num sistema lógico original, susceptível de servir de fundamento às matemáticas. A palavra *ontologia*, pela qual ele o designará, não deve ser mal entendida: é escolhida por referência ao verbo ser, olhado como a cópula

¹ «La logique et la méthode mathématique», *Rev. de métaph.*, Outubro-Dezembro de 1922 (n.º especial sobre o pensamento americano), nomeadamente p. 463 e 468-9; cf. também *Survey*, cap. VI, § iv e v.

² Cf. T. Kotarbinski, «La Logique en Pologne», *La philosophie au milieu du vingtième siècle*, vol. I, Florença, La nuova Italia editrice, 1961, p. 45-52. Sobre o período fecundo de entre as duas guerras, os principais artigos são actualmente acessíveis aos leitores ocidentais em tradução inglesa, na antologia de Storrs McCall, *Polish Logic 1920-1939*, Oxford, Clarendon Press, 1967, e, no que se refere a este autor, na de Tarski, *Logic, semantics, metamathematics*, *Ibidem*, 1956. Sobre Lesniewski: J. Slupecki, «Lesniewski's protothetics», *Studia logica* I, Varsóvia, Academia Polaca das Ciências, secção filosofia, 1963, p. 44-111; E. C. Luschei, *The logical systems of Lesniewski*, Amesterdão, North Holland Publ. C.º, 1962.

fundamental. Precedida por um cálculo das proposições («prototética»), esta «ontologia» prolongar-se-á por uma «mereologia» ou teoria das entre o todo e as partes, distinta ao mesmo tempo da teoria das classes e da teoria dos conjuntos. Tudo isso germinava já no período que o presente capítulo abrange.

Se voltarmos agora à lógica russelliana, devem assinalar-se, no decurso dos anos que se seguem à sua exposição no primeiro volume dos *Principia*, alguns resultados relativos à sua axiomatização. O ideal de uma apresentação axiomática é reduzir ao mínimo o número dos termos primeiros e das proposições primeiras. Ora, o cálculo das proposições exigia, em Russell tal como em Frege, dois termos primeiros, por um lado, a negação, e por outro, um dos conectores binários: implicação neste, disjunção naquele. Sabia-se, de resto, que se podia escolher como termo primeiro este ou aquele outro binário, por exemplo, a conjunção, mas era preciso associar-lhe sempre a negação. Ora, em 1913, Sheffer apercebe-se de que se pode dispensar a negação como termo primitivo, e que um único binário é suficiente na base do cálculo, o que se simbolizará por uma barra vertical, o *stroke*, e que corresponde na linguagem à expressão *nem... nem...* E recordar-se-á logo que Peirce, por seu turno, tinha feito uma observação análoga com o *amphec*, isto é, a incompatibilidade. Estes dois funtores são comumente denominados funtores *shefferianos*. Tirando partido destas descobertas, Nicod consegue construir, em 1917, um axioma que faz unicamente apelo à incompatibilidade e que basta, por si só, para sustentar o cálculo proposicional no seu conjunto. Um pouco mais tarde, conseguir-se-á elaborar um axioma um pouco mais simples do qual o de Nicod pode deduzir-se. O interesse teórico destas reduções é manifesto, ainda que, para o uso corrente, a complexidade de tais axiomas torne o seu emprego extremamente incómodo. Quanto aos próprios sistemas de Russell e de Frege, foi estabelecido, para o primeiro, que um dos seus axiomas, ou seja, o quarto, deixava deduzir-se dos outros, o que reduzia o seu número a quatro; e para o segundo, que se podiam reduzir a três os seis axiomas da *Begriffsschrift*.

Estas últimas descobertas inscrevem-se no quadro de pesquisas, de ordem metalógica, que rapidamente se tornaram um acompanhamento obrigatório de toda a construção axiomática. As pessoas já não se contentam, no que a esta se refere, com essa espécie de confirmação empírica que lhe dá o seu êxito nos resultados que dela se esperam; propõem-se estabelecer demonstrativamente que ela é de facto *consistente*, isto é, que não existe fórmula bem formada do sistema que seja tal que se possam fazer derivar, como axiomas, ao mesmo tempo ela própria e a sua negação (ou, por outras palavras, tal que se possa demonstrar ao mesmo tempo a sua verdade e a sua falsidade); e, depois, se possível, *completa*, ou seja, que não existe fórmula bem formada do sistema que seja tal que não se possam fazer derivar como axiomas nem ela própria nem a sua negação (ou, por outras palavras, tal que não se possa demonstrar nem a sua verdade nem a sua falsidade). Estas pesquisas desenvolver-se-ão sobretudo após 1920. Assim, Post demonstrará (1921) que o cálculo das proposições nos *Principia* é ao mesmo tempo consistente e completo; Hilbert e Ackermann demonstrarão (1928) a consis-

tência do cálculo dos predicados da primeira ordem, Post (1921) e Gödel (1930) a sua completude. Há quem se interrogue também sobre a *independência* dos diversos axiomas de um mesmo sistema, isto é, sobre a impossibilidade de fazer derivar um dentre eles a partir dos outros. Acontece que esta tentativa fracassa no sentido de que se chega efectivamente a uma tal derivação: neste caso, o fracasso da pretensão de independência tem como contrapartida um êxito, a saber: a redução do número dos axiomas e, por isso mesmo, um aperfeiçoamento do sistema inicial.

Seria necessário assinalar, por fim, que o simbolismo dos *Principia* conhecerá sucessivamente, como acontece a qualquer língua, diversas transformações. Algumas apenas afectarão certos pormenores de escrita: é o que acontecerá com a simbólica de Hilbert que, em relação à língua russelliana, pode ser considerada como um simples dialecto. Outras serão apenas acrescentos, exigidos por uma extensão do campo explorado: por exemplo, a partir de Lewis, os símbolos exigidos pelas necessidades da lógica modal. Em outros casos, estar-se-á verdadeiramente perante uma nova língua, porque o sistema das notações de base se acha completamente mudado, de sorte que as ideias fundamentais a simbolizar já não são as mesmas: é o que acontece com a lógica combinatória de Schönfinkel e Curry. Só a que foi concebida por Lukasiewicz é que talvez possa ser olhada como uma rival da simbólica de Russell. Ela distingue-se desta em dois aspectos: por um lado, não faz apelo a outros símbolos para além das letras, o que facilita singularmente a sua impressão; por outro lado, a ordem dos símbolos nas fórmulas acha-se nela modificada, de uma maneira que tem, sem dúvida, o inconveniente de se afastar mais da ordem habitual do discurso, mas tem a vantagem de eliminar toda a pontuação. O seu uso, primeiramente limitado aos lógicos polacos, ganhou em seguida os meios anglo-saxónicos, e está hoje em dia muito espalhada, de tal modo que todo o lógico tem actualmente a obrigação de ser bilingue. Mas todas estas modificações só se verificarão pouco a pouco, ultrapassando os limites cronológicos do presente capítulo; por isso contentamo-nos aqui em mencioná-las¹.

¹ Assinale-se contudo, em virtude do seu interesse histórico, que Parry («A new symbolism for the propositional calculus», *Journ. Symb. Logic*, Setembro de 1954, p. 161 E ss.), inspirando-se em tentativas análogas de Peirce e de Lesniewski, imaginou, para o cálculo das proposições, um simbolismo ao mesmo tempo mais sistemático e mais intuitivo que os que estão em uso. Nos de Russell e de Lukasiewicz, os símbolos parecem ter aparecido um a um, à medida que as necessidades os foram exigindo, sem que nada indique que a sua lista está encerrada, e também sem que nada, na maioria dos casos, marque o parentesco de cada um com os seus vizinhos: como se eles se juntassem simplesmente uns aos outros de maneira rapsódica, à maneira anárquica como, numa família prolífica, se distribuem os nomes aos filhos à medida que eles vêm sucessivamente ao mundo. O simbolismo de Parry constitui um sistema fechado e exaustivo. Além disso, não apenas os dezasseis símbolos dos conectores têm entre si um ar de família, como a função própria e distintiva de cada um está de algum modo ligada à sua figura. Esta simbólica só tem praticamente um defeito, o de aparecer demasiado tarde, quando os hábitos já estavam formados. Uma tentativa análoga, que corre sérios riscos de vir a ter a mesma sorte, é actualmente prosseguida em França por H. Savonnet.

6. Desenvolvimentos ulteriores

A logística clássica é uma lógica *matemática*, mas é-o em vários sentidos que temos necessidade de distinguir de novo. 1.º Embora ela fosse apresentada como dotada, em princípio, de um alcance universal, foi para as necessidades do pensamento matemático que foi constituída; com efeito, foi exclusivamente para esse uso que, de início, ela foi aplicada. Pedia-se-lhe essencialmente que fornecesse ao pensamento matemático uma linguagem especialmente adaptada às suas exigências de precisão e de rigor; e a precisão e rigor que ela própria trazia fizeram duvidar, durante muito tempo, que pudesse ser aplicada, de maneira regular e sistemática, em outros campos para além das ciências qualificadas de exactas. 2.º É tratada à maneira das matemáticas. E nem basta mesmo dizer que se desenrola *more geometrico*, porquanto ela se propõe remediar as insuficiências das demonstrações matemáticas. Até aqui estas últimas, segundo Frege, não eram verdadeiras provas, porque fazem apelo à evidência dos encadeamentos lógicos, sem analisá-los nas suas etapas elementares. A lógica propõe-se precisamente estabelecer e enunciar explicitamente essas leis da dedução, apresentando-as elas próprias sob a forma de uma teoria dedutiva axiomatizada. 3.º Tal como a matemática, a lógica é uma ciência, no sentido limitado que esta palavra ganhou na época moderna. E na hierarquia das ciências, ela é vizinha das matemáticas como uma disciplina puramente racional, enunciando verdades objectivas e intemporais. Ela não é, nem uma «arte de pensar», nem uma «ciência normativa». Sem dúvida que ela tem aplicações, como as têm as matemáticas, mas ambas elas nem por isso deixam de ser, em si mesmas, puras especulações; ambas visam descobrir leis e reconhecer a sua organização sistemática. 4.º Finalmente, a lógica não se contenta com delinear a armação formal do raciocínio matemático, é suposto que ela forneça a esta ciência o seu material. Ela não se distingue desta de maneira essencial, é apenas «a parte elementar das matemáticas» ou, dito de outra maneira, estas nada mais são que «uma lógica desenvolvida»¹. Com ela, o nosso conhecimento atinge objectos absolutos, que não dependem nem das contingências da experiência nem do arbitrário humano, mas que são dotados de um modo original de realidade, e dos quais as matemáticas tiram o seu sentido e a sua verdade.

Tal é o modo como a logística, inicialmente, concebia as suas relações com a matemática. Ora, nos seus desenvolvimentos ulteriores, que podemos fazer começar por volta de 1920, aparecem diferenças, que tornam infiel o retrato que acabamos de esboçar, se se quisesse ver nele a imagem da logística entendida naquele sentido amplo em que abrange o conjunto da lógica do nosso tempo. Seria então necessário trazer retoques aos diversos traços pelos quais entendíamos caracterizar a logística *stricto sensu*, a da primeira geração:

1.º É preciso em primeiro lugar notar, coisa que não vai por certo contra as intenções dos seus fundadores, uma extensão do domínio da

¹ Russell, *Revue de métaphysique*, 1911, p. 290; Frege, *Fondements*, † 87.

nova lógica. Partindo das matemáticas onde permanecia, no seu início, quase confinada, ela alarga progressivamente o seu domínio ao conjunto das ciências: primeiro, bem entendido, as que são altamente matematizadas como a física¹, mas também, embora de maneira ainda bastante excepcional, a ciências como a biologia e a psicologia. Ela figura, em comum com a fisiologia nervosa e a teoria dos circuitos eléctricos, como disciplina de base para a constituição da cibernética, e vê-se assim finalmente consagrada mesmo aos olhos daqueles que julgam uma ciência pelas suas aplicações práticas, pois que se tornou actualmente, com a construção e o manejo das grandes calculadoras electrónicas, um auxiliar indispensável das técnicas de ponta. No plano da pura especulação lógica, por outro lado, assiste-se a tentativas feitas no sentido de alargar e tornar mais flexível o instrumento logístico, a mais importante das quais é, sem dúvida, a que se aplica à constituição de uma lógica «deôntica». Seguindo a tradição da lógica antiga, a nova limitara-se primeiro — o que era suficiente para as necessidades do discurso matemático — unicamente ao estudo dos enunciados declarativos. Tenta agora enriquecer a sua linguagem de maneira a poder exprimir enunciados imperativos ou normativos, estabelecendo as regras especiais a que o manejo desses enunciados tem de submeter-se, de maneira a poder submetê-los por sua vez ao cálculo logístico. E também aí estão em vista aplicações práticas. Recorde-se que Leibniz gostava de pôr em paralelo, do ponto de vista do rigor lógico, os raciocínios dos juriconsultos e os dos matemáticos. Tenta-se agora recuperar o atraso que os primeiros adquiriram sobre os segundos construindo, com base nessa lógica deôntica, aquilo a que se chama uma «lógica jurídica» — ou, se semelhante expressão parecer contestável, reorganizando a linguagem do direito de maneira a que ele se preste à simbolização e ao cálculo logístico². A lógica contemporânea tende assim a tornar-se de novo realmente aquilo que nunca tinha deixado de ser em princípio: uma lógica geral e já não apenas, ou essencialmente, uma língua de uso matemático.

2.º Também sobre o segundo ponto se assiste, se não propriamente a uma extensão do campo da logística, pelo menos à sua progressão na via em que se tinha empenhado quando, a partir do modelo das matemáticas, ela adoptara para si própria a forma de uma teoria dedutiva axiomatizada. Subsistia contudo uma diferença essencial: enquanto que a matemática axiomatizada se tornava, como tal, uma estrutura vazia, uma pura forma, a lógica axiomatizada conservava o seu sentido próprio, assentando sobre noções e proposições que se impunham elas próprias à evidência lógica. Ora, a lógica ia ver-se, pouco a pouco, levada a aplicar a si própria o tratamento ascético a que acabava de sujeitar as matemáticas, quando atribuir a si a tarefa de substituir os encadeamentos intuitivos, que nela subsistiam, por processos formais explícitos. Tal

¹ Ver, por exemplo, P. Destouches-Février, *La structure des théories physiques*, Paris, P. U. F., 1951; J. Ullmo, «Physique et axiomatique», *Rev. de méihaph.*, 1949, p. 126-138.

² Ulrich Klug, *Juristische Logik*, Berlim, Springer, 1951; G. Kalinowski, *Introduction à la logique juridique*, Paris, Librairie générale de droit et de jurisprudence, 1965.

como no fim do século XIX o lógico, ou o matemático, apaixonado pela lógica, descobrira nos processos do matemático, considerados rigorosos, numerosos encadeamentos não explícitos e justificados apenas pela sua aparente evidência, e esforçava-se por eliminar esses apelos à intuição pelos meios da análise logística, assim o lógico dos meados do século XX já não se mostra satisfeito com essas primeiras análises logísticas que, a seu ver, deixam ainda um lugar demasiado grande a pretensas evidências lógicas. Também em lógica a axiomatização deve ser levada até à formalização.

É verdade que o trabalho já tinha começado com a simbolização do discurso lógico e a introdução sistemática dos processos do cálculo, mas parara-se a meio do caminho. Fazia-se apelo à lógica para eliminar a intuição matemática, mas para isso acabava por procurar-se apoio em certas intuições lógicas elementares. De facto, a maneira como se desenvolve a exposição dos *Principia mathematica* já não seria hoje tolerada por um lógico. Frege era mais rigoroso, mas ter-se-ia oposto, por razões de princípio, à ideia de uma formalização total. Vê-se isso pelas repetidas críticas que ele dirige, já no domínio matemático, aos que pretendem reduzir a aritmética a um jogo regulado de símbolos. Para ele, a aplicação dos processos formais às matemáticas tem por fim estabelecer melhor a sua infra-estrutura lógica, e instalá-las assim num terreno sólido. Tomado como um fim e não já como um simples meio, o formalismo é um erro funesto. Leva directamente ao nominalismo e ao convencionalismo, com os quais se desvanece a noção de verdade e, com ela, a de ciência. Entre uma aritmética formal e uma aritmética significante, Frege escolhe resolutamente a segunda. O seu tratamento da aritmética pode ser dito formal, só no sentido de que ele exige que todas as demonstrações nela sejam conduzidas por meios puramente lógicos, os que a ideografia proporciona; mas ele rejeita em absoluto essa outra espécie de formalismo, que afirma que os símbolos dos números são vazios. Os algarismos não são simples figuras, são *signos*. A comparação familiar com o jogo de xadrez volta-se contra os que o invocam. A disposição das peças no tabuleiro nada exprime, ao passo que uma fórmula aritmética exprime um pensamento; as regras do jogo do xadrez não permitem nenhuma aplicação exterior, ao passo que as leis da aritmética têm inúmeras aplicações fora da aritmética; as regras do jogo do xadrez constituem um sistema fechado, excluindo toda e qualquer adição, ao passo que a aritmética se presta a desenvolvimentos indefinidos¹. Hilbert marcou bem a oposição entre as duas posições. Vós dizeis, escreve ele a Frege², que se segue da verdade dos axiomas que eles não podem contradizer-se entre si, ao passo que quanto a mim penso, totalmente o contrário, que quando os axiomas colocados arbitrariamente não se contradizem entre si, é por isso mesmo que eles são verdadeiros, é por isso mesmo que existem os objectos que eles definem. Ora, seja o que for que Frege tenha podido pensar dele, o movimento de formaliza-

¹ *Grundgesetze der Arithmetik*, vol. II, § 86-137.

² Citado por Bochenski, *F. L.*, p. 341.

ção, uma vez lançado com a prática do cálculo lógico, dificilmente podia parar. Em todo o domínio da *mathesis*, ia-se tentar diminuir indefinidamente todo o apelo à evidência, mesmo de ordem puramente lógica, e passar assim de uma axiomática ainda ingênua, a que mantinha «constantes lógicas» conservando sempre alguma coisa do seu sentido intuitivo, a uma axiomática inteiramente formalizada.

Uma circunstância exterior viria aliás reforçar esta solicitação interna. Nos primeiros anos do século XX, os matemáticos, que gostavam de opor às discussões intermináveis entre filósofos a segurança dos seus próprios raciocínios, acham-se por sua vez desconcertados ao verificarem que já não conseguem entender-se entre si. Não se tratava dessas querelas que variadíssimas vezes eles conheceram sobre questões propriamente matemáticas, mas de desacordos mais profundos, e aparentemente irreduzíveis, que surgiam ao próprio nível da pretensa evidência lógica, envolvendo a validade de um modo de definição ou de demonstração. O que é perfeitamente claro e incontestável para uns é para outros destituído de sentido, e reciprocamente. O axioma da escolha, que Zermelo julga poder invocar, em razão da sua evidência, como uma das bases da sua axiomatização dos conjuntos, é rejeitado por outros como ininteligível. A legitimidade incondicional da demonstração pelo absurdo, a validade universal de princípios lógicos tão fundamentais como os do terceiro excluído e da dupla negação, são contestados pelos intuicionistas, ao mesmo tempo que as suas próprias demonstrações permanecem inacessíveis aos outros matemáticos. Um deles¹, perante uma situação tão escandalosa, vai até ao ponto de perguntar-se se não haveria diferenças de ordem fisiológica entre os cérebros humanos, que tornam os matemáticos mutuamente surdos aos raciocínios dos outros. Perante uma tal situação, a única solução é pedir a cada um que explicite, escrevendo-as preto no branco, a totalidade das regras que entende seguir. Coisa que, na ausência de uma lógica universalmente reconhecida que venha vigiar os encadeamentos, só pode fazer-se pela redução dessa lógica particular às regras de cálculo sobre sinais. Só assim se poderá controlar objectivamente se o autor segue exactamente, nos seus processos, as regras do jogo que ele próprio estabeleceu, deixando fora de questão, pelo menos provisoriamente, toda a disputa sobre o próprio valor desse sistema de regras.

Estas regras convergentes explicam que o desenvolvimento da formalização tenha ultrapassado rapidamente o estágio em que a primeira lógica tinha parado.

3.º Mas enquanto as crescentes exigências de rigor e de objectividade faziam refluir da matemática para a lógica a formalização das axiomáticas, acentuando assim a semelhança entre as duas ciências e assegurando a sua continuidade a ponto de tornar impreciso o sítio onde se fazia a passagem de uma para a outra, a atenção dos lógicos voltava-se também para outros modos de apresentação da lógica, em que cessava a prescrição axiomática. Primeiro, para o cálculo das proposições, vemos

¹ J. Hadamard, no seu Prefácio ao livro de F. Gonseth, *Les Fondements des mathématiques*, Paris, Blanchard, 1926, p. vi-vii.

difundir-se, a exemplo de Wittgenstein e de Post, o uso das tabelas de verdade ou matrizes de verdade, já praticadas acidentalmente por Peirce e por Frege. Ai, não há que ocupar-se com uma redução mínima a noções e proposições primeiras. A negação e os conectores interproposicionais já não são aí definidos, implícita e solidariamente, pelo seu emprego num sistema de axiomas, mas, explícita e individualmente, por uma tabela que se refere aos valores de verdade das variáveis proposicionais com base nos quais eles funcionam. Constrói-se, pela combinatória, o quadro exaustivo dos dezasseis conectores teoricamente concebíveis entre duas proposições p e q , e indica-se para cada um deles, encarando as quatro combinações possíveis do verdadeiro e do falso para duas proposições, aquelas dentre essas combinações que são válidas e as que o não são. Isso equivale, coisa de que Peirce estava perfeitamente consciente, a sistematizar, generalizando-a, a maneira como Filon de Mégara caracterizava a implicação. Uma grande vantagem desta apresentação é fornecer um processo de decisão, e é por esta utilização que Wittgenstein e Post são inovadores. Pode-se, com efeito, utilizar estas tabelas para reconhecer, de uma maneira directa que dispensa que se percorra uma cadeia demonstrativa mais ou menos longa, se uma dada forma de cálculo é ou não uma lei lógica. Vários métodos serão sucessivamente propostos, que têm como característica comum o serem processos quase-mecânicos, não exigindo nenhum esforço de invenção e que resultam com certeza. Vantagem que se paga, aliás, com um certo inconveniente, que é o de deixar desorganizadas entre si as leis que se podem assim estabelecer uma a uma. Um pouco mais tarde, as «formas normais» de Hilbert trarão também elas, de uma maneira diferente, um método directo e cego de decisão.

As tabelas de verdade permitiam dedicar-se ao cálculo das proposições sem ter necessidade de recorrer a axiomas. Por outras vias chegava-se assim também à construção de sistemas lógicos sem axiomas, que desta vez ultrapassavam o cálculo das proposições para se alargarem ao das funções. Os axiomas tinham primeiro parecido necessários para trazer a justificação teórica à prática do raciocínio dedutivo. No entanto, eles não bastavam para justificar essa prática, pois que era necessário, de facto, para poder utilizá-los, acrescentar-lhes certas regras, irredutíveis a axiomas, nomeadamente a regra da separação. Se se pudesse passar sem o seu emprego — por exemplo, o da regra de substituição propondo, em vez de axiomas, esquemas de axiomas, prática que se tornou corrente a partir de J. von Neumann — eram de qualquer maneira necessárias certas regras para apontar o uso que se podia fazer das proposições teóricas. Calcular é uma forma de actividade que, como tal, supõe alguns preceitos para a sua conduta. Nestas condições, porque é que seria indispensável colocar axiomas na base do cálculo, e porque não contentar-se com formular as suas regras? O apelo a axiomas explicava-se numa concepção absolutista da lógica: julgava-se que eles traziam aquelas primeiras verdades sobre as quais tudo ia assentar. Essa exigência deixará de parecer tão imperiosa quando tal absolutismo lógico for abandonado. Arbitrário por arbitrário, o melhor é colocar directamente as regras e ater-se a elas. Por exemplo, em vez de enunciar primeiro, na própria linguagem do cálculo, a lei $p \cdot p \supset q : \supset q$, e

depois acompanhá-la, na metalíngua, da regra de separação, que permite pôr a conclusão independentemente das suas premissas, escrever-se-á simplesmente, permanecendo na metalíngua, a regra

$$\frac{P, P \supset Q}{Q}$$

Gentzen¹ constrói assim — e outros ao mesmo tempo ou sucessivamente — um «cálculo das sequências» que, além da sua maior simplicidade e homogeneidade, tem sobre a apresentação axiomática a vantagem de ajustar mais de perto os trâmites do pensamento que raciocina, e de ser assim um método de «dedução natural». Tratada assim a lógica torna-se, ou antes volta a ser de novo, uma técnica da dedução. Por mais formal e rigorosa que uma tal técnica se tenha tornado, quando a comparamos com a da antiga lógica, nem por isso deixa de tratar ela a lógica, por intermédio do cálculo, como uma «arte de raciocinar».

4.º Por fim, a redução logicista, e com ela o absolutismo lógico sobre a qual ela assentava, deixam de estar ligados ao desenvolvimento da logística. Desde o início, a redução da matemática à lógica chocara com vigorosas resistências da parte dos matemáticos. Mas, na maioria das vezes, esses adversários eram então ao mesmo tempo opositores da nova lógica; pelo menos permaneciam-lhe estranhos. Recordem-se, no início do século, as controvérsias entre Russell e Poincaré. Na Holanda, nascia e ia rapidamente crescer e difundir-se o intuicionismo brouweriano: nele recusa-se pôr a actividade matemática sob uma dependência estranha, declara-se que o matemático não tem de submeter-se cegamente a regras lógicas gerais estabelecidas previamente e uma vez por todas, mas que, em cada caso concreto, é a intuição que deve julgar em última análise, uma intuição original e especificamente adaptada ao problema. Sem serem tão resolutamente hostis à lógica, outros, como Zermelo, tentavam resolver a crise do fundamento fazendo assentar a matemática axiomatizada na evidência de axiomas propriamente matemáticos. Mas à medida que se avança, vê-se, como dissemos, esses opositores ao logicismo serem levados pouco a pouco, para defenderem a sua própria posição, a adoptar o método dos seus adversários, e a participar assim no movimento logístico. Hilbert² tenta assegurar o fundamento de uma matemática axiomatizada por uma via puramente lógica,

¹ «Untersuchungen über das logische Schliessen», *Math. Zeitschrift*, 1934; trad. Feys e Ladrrière, Paris, P.U.F., 1955. Cf. R. Feys, «Les méthodes récentes de déduction naturelle», *Rev. philos. de Louvain*, 1946, p. 74-103 e 237-270; e J. Dopp, *Logiques construites par une méthode de déduction naturelle*, Lovaina-Paris, Nauwelaerts, 1962. Para uma exposição mais elementar M. -L. Roure, *Éléments de logique contemporaine*, Paris, P.U.F., 1967, p. 55-71.

² Qualifica-se muitas vezes de *formalista* a escola de Hilbert, para distingui-la ao mesmo tempo do *logicismo* de Frege-Russell e do *intuicionismo* de Brouwer-Heyting. Há que não confundir este sentido restrito da palavra com o sentido amplo em que ela é também entendida para designar a formalização da lógica: nessa acepção mais geral, toda a lógica matemática é formalista.

demonstrando a não-contradição do seu sistema de axiomas, considerado exclusivamente, abstraindo de tudo o que ele pode significar para o matemático, sob a forma gráfica que ele ganha no papel quando o exprimimos na linguagem da lógica simbólica. Heyting, para realçar o desafio daqueles que acusam o intuicionista de se furtar à discussão invocando uma intuição incontrollável, acaba por explicitar, para assinalar em que é que ela se distingue da logística clássica, a lógica à qual se adequam implicitamente os raciocínios da matemática intuicionista. Portanto, a logística acaba por libertar-se da sua associação inicial com a tese logicista; mais em geral, ela torna-se neutra em relação às diferentes posições doutrinárias sobre o fundamento das matemáticas.

Outros factos contribuíam para desatar o nó que tinha ligado a logística nascente ao absolutismo lógico e ao realismo das essências. Wittgenstein, no seu *Tractatus logico-philosophicus*¹, desferia já um primeiro golpe no logicismo tomando, de algum modo, o sentido oposto. Em vez de trazer remédio ao vazio da matemática axiomatizada, insuflando-lhe um conteúdo lógico, ele esvaziava pelo contrário a lógica de toda a substância, para reduzi-la ela própria a uma pura forma. As proposições da lógica são «tautologias», não por certo destituídas de sentido, mas privadas de todo o conteúdo. Já não há «constantes lógicas» tais como Russell as entendia. «Todas as proposições da lógica dizem a mesma coisa, à saber: nada².» Contudo, Wittgenstein continuava a considerar essas tautologias como válidas no absoluto: o carácter tautológico ou não de um enunciado pertencia-lhe como coisa própria, imutavelmente. Ora, exactamente na altura em que era publicado o *Tractatus*, surgiam as primeiras lógicas trivalentes, às quais em breve se sucedia um grande número de lógicas novas que, comparadas com a logística que iria agora designar-se como «clássica», não diferiam dela apenas por uma outra distribuição das suas proposições entre axiomas e teoremas, mas pela rejeição desta ou daquela das suas proposições. A proliferação dessas lógicas «não-clássicas» tinha como efeito operar, no domínio lógico, uma revolução epistemológica comparável à que um século antes determinara, no domínio matemático, o aparecimento das primeiras geometrias não-euclidianas, marcando todas as suas proposições com a relatividade. Tal como a propriedade para uma proposição geométrica de ser demonstrável como teorema depende do sistema de axiomas que se escolheu, assim o mesmo sucede para uma proposição de lógica: tautológica num dado sistema, pode deixar de sê-lo num outro. E a escolha do sistema é livre, só com a única reserva de que ele não seja contraditório, isto é, não permita nunca demonstrar ao mesmo tempo uma proposição e a mesma proposição afectada da negação. Carnap porá assim o *princípio de tolerância da sintaxe*: «A nossa tarefa não é promulgar proibições, mas chegar a convenções... Em lógica, não

¹ Publicado primeiro nos *Annalen der Naturphilosophie*, Leipzig, 1921, depois em Londres (Kegan Paul) sob forma bilingue com uma introdução de Russell, em 1922; Trad. francesa de P. Klossowski, Paris, Gallimard, 1961.

² *Tractatus*, pr. 5.43.

há moral. Cada qual é livre de construir à sua maneira a sua própria lógica, isto é, a sua própria forma de linguagem¹.» Donde uma mudança profunda na concepção da lógica, que o mesmo Carnap exprimirá dizendo que um sistema de lógica «não é uma *teoria*, isto é, um sistema de afirmações sobre objectos determinados, mas uma *língua*, ou seja, um sistema de signos com as regras do seu emprego²».

Assim o absolutismo e o seu fundamento realista deixam de impor-se ao lógico como dogmas. A lógica adapta-se a uma filosofia nominalista e relativista³. Esta apresenta-se aliás como um resultado bastante normal da substituição do raciocínio mais ou menos intuitivo por um cálculo cego sobre signos. O convite a fazer abstracção do sentido dos signos era inicialmente apenas temporário. Mas em breve se será tentado a torná-lo definitivo e, uma vez avançados o vocabulário de base e as regras de sintaxe que comandam a composição e a manipulação dos símbolos, a esquecer tudo o resto, remetendo as interpretações eventuais para as aplicações da ciência à ciência pura. A concepção quase lúdica das matemáticas, servindo-se da comparação com o jogo do xadrez, concepção que Frege pensava poder destruir precisamente pela tese logicista sustentada pelos recursos da nova lógica, eis que reaparece agora ao nível da própria lógica. É verdade que ela está longe de ser partilhada pelo conjunto dos lógicos. Pelo menos, a associação da logística às diversas teses logicistas está quebrada. O leque abriu-se e, sem falar das posições intermédias, o lógico tem agora a escolha entre o «platonismo» e o nominalismo. Em meados do século, os dois nomes de Church e de Quine podem servir para simbolizar essa amplitude que, doravante, lhe é proporcionada.

¹ *Logische Syntax der Sprache*, Viena, 1934, § 17; trad. ingl., Londres, Kegan Paul, 1937.

² *Einführung in die symbolische Logik*, Viena, Springer, 1954, p. 1.

³ Cf. L. Rougier, «La relativité de la logique», *Rev. de métaph.*, Julho de 1940, p. 305-330.



Capítulo XII

A LÓGICA DEPOIS DE RUSSELL [Jacques Dubucs]

Os trabalhos levados a cabo por Frege, depois difundidos e aprofundados por Russell e Whitehead, foram de tal modo importantes para a lógica que constituíram um verdadeiro renascimento para esta disciplina, e, para designá-la, foi preciso procurar um novo nome. O termo «logística», proposto, em 1904, por Couturat, Lalande e Itelson no Congresso Internacional de Filosofia de Genebra (1) e adoptado nos capítulos anteriores deste livro, já há muito que caiu em desuso. Prefere-se actualmente a expressão «lógica matemática», que traduz bem uma das características distintas da lógica contemporânea, a saber, a aplicação constante dos métodos e dos raciocínios usados nas matemáticas: embora o significado de muitos dos resultados alcançados pelos lógicos constitua um assunto privilegiado de discussão para os filósofos, e apesar de os métodos empregados na lógica serem também, como veremos, utilizados por alguns deles para clarificar e precisar os seus próprios conceitos, esta disciplina deixou indiscutivelmente de ser uma parte da filosofia, e acabou por constituir antes um sector, hoje cada vez menos marginal, das próprias matemáticas. A lógica tornou-se, ao mesmo tempo, uma disciplina altamente especializada e diversificada, cuja totalidade é difícil de apreender. Com o risco de cairmos em algumas simplificações inevitáveis, podemos, porém, agrupar estas especialidades em quatro rubricas principais: a semântica, que tem como objecto as relações entre os enunciados e os modelos que os verificam; a teoria da demonstração, que se dedica ao estudo sintáctico das provas; a teoria da calculabilidade, orientada para a análise dos métodos efectivos de cálculo; e, finalmente, a lógica «filosófica», que aplica os métodos lógicos ao exame de noções como necessidade, condicional, ou crença.

(1) *Revue de métaphysique et de morale*, vol. 12 (1904), p. 1042. Pode encontrar-se em Alonzo Church, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton U.P., 1956, n° 125, pp. 56-57, uma recensão pormenorizada das outras designações propostas.

Do ponto de vista histórico, que é aqui o nosso, o início dos anos 30 impõe-se indiscutivelmente como um período charneira. A disciplina que, em 1936, se dota do seu primeiro jornal «oficial», o *Journal of Symbolic Logic*, fundado e dirigido por Church, é muito diferente da lógica do final dos anos 20. Entretanto, os apontamentos do lógico polaco Tarski lançaram as bases científicas da semântica moderna; a teoria da demonstração conheceu uma nova orientação fundamental, conseqüente simultaneamente aos teoremas de incompletude de Gödel e a contribuição original de Gentzen; por fim, a teoria da calculabilidade, graças à qual o ano de 1930 representa verdadeiramente o *annus mirabilis*, constituiu-se inteiramente devido aos esforços conjuntos de Church, Kleene e Turing (quanto à lógica filosófica, esta nada progrediu desde os escritos de C. I. Lewis relativos à implicação «estrita», e deverá esperar pelos anos 60 e pela «semântica dos mundos possíveis» para alcançar a sua própria maturidade). Por conseguinte, estas considerações sugerem a seguinte periodização: a infância da lógica matemática (dos *Principia Mathematica* de Russell e Whitehead até ao final dos anos 20), depois a viragem dos anos 30, e, finalmente, a época contemporânea. Tendo em conta a tecnicidade inerente à maioria das investigações levadas a cabo neste último período, decidimos limitar a exposição de conjunto ao desenvolvimento da lógica até aos anos 40, contentando-nos, para o resto, em seguir o devir dos problemas principais que se encontravam já *colocados* nesta data.

1 - A infância da lógica matemática (1914-1930)

Até aos anos 30, a lógica, e esta é uma das suas características distintas, ocupou-se de forma privilegiada e quase exclusiva com as questões relativas aos fundamentos das matemáticas. Isto não é uma novidade para os leitores de Frege e de Russell quando abordam os apontamentos desta época: a lógica com que se lida é, novamente, não só uma lógica matemática, mas também uma *lógica das matemáticas*, ou seja, um instrumento concebido para fornecer uma base segura às matemáticas, uma base em que já não há lugar para dúvidas racionais. Dois elementos, em contrapartida, vêm modificar esta paisagem intelectual sempre marcada pelo «fundacionalismo». Por um lado, assiste-se ao nascimento e desenvolvimento de um empreendimento que vai concorrer com o projecto «logicista» de Frege e de Russell (que foi analisado no capítulo anterior deste livro), a saber, o «Programa de Hilbert», que representa a primeira forma histórica da teoria da demonstração. Por outro, vemos nascer, sempre sob a pressão de questões em suspenso no domínio dos fundamentos, uma nova tradição semântica, muito diferente da perspectiva adoptada pelo próprio Frege, e muito mais conforme à da teoria contemporânea dos modelos. É por este ponto, cuja importância filosófica não podia ser sobrestimada, que iremos começar.

Semântica: do absolutismo ao relativismo. Tal como observa van Heijenoort (?), o desenvolvimento da lógica moderna assenta em duas tradições

(?) Jan van Heijenoort, «Logic as Calculus and Logic as Language» (1967), in *Selected Essays*, Nápoles, Bibliopolis, 1985, pp. 11-16, e *Absolutism and Relativism in Logic* (1979), *loc. cit.*, pp. 75-83.

distintas, que se separam essencialmente pela forma diferente como consideram aquilo que é o «universo do discurso» (*Denkbereich*). Segundo a primeira tradição, a da «lógica como linguagem», o universo a que se referem os enunciados, e por referência ao qual podem ser chamados verdadeiros ou falsos, é único, e não pode senão ser o mundo «real», a totalidade daquilo que é (esta totalidade inclui, certamente, as entidades lógico-matemáticas). Como declara Russell^(?), que é, a este respeito, um representante perfeitamente típico desta tradição «absolutista», «a lógica está tão em relação com o mundo real como está a zoologia», e só difere dela pelo seu carácter «mais abstracto e mais geral». Uma primeira consequência desta tese é a exclusão de qualquer consideração metalinguística ou metateórica na lógica. Considerações deste género são simultaneamente *impossíveis*, pois não podemos «sair» da linguagem universal que constitui a lógica para reflectir ou exprimir as suas propriedades numa outra linguagem, e *inúteis*, já que o objectivo da lógica é o «Verdadeiro», e que já alcançamos o fundamento último de um enunciado quando damos uma prova dele a partir dos primeiros princípios «no» próprio sistema (apenas a asserção do enunciado é dotada de sentido, e não a proposição metalinguística segundo a qual o enunciado em questão é um teorema do sistema). O ponto de vista «absolutista» tem outras consequências bastante visíveis, como a crença na *unidade* e na *unicidade* da lógica. Relativamente ao primeiro ponto, sublinhou-se muitas vezes^(*), por exemplo, que Frege considera o seu sistema como uma totalidade orgânica, e que não recorre a nenhuma espécie particular de lógica quantificativa de «primeira ordem», na qual apenas se quantifica sobre indivíduos: ele apenas tem a sensação visível de transpor uma etapa significativa quando chega, na sua *Begriffsschrift*, a quantificar também sobre «funções» ou «conceitos». Por outro lado, o absolutista afirma evidentemente que existe apenas uma lógica, «a» lógica, aquela que descreve a estrutura do mundo, e que não pode haver lugar para outros sistemas rivais ou concorrentes desta *logica magna*.

Ora, temos de admitir que o século XX levou pouco em conta esta perspectiva absolutista, e que se ligou totalmente a uma tradição oposta, a da «lógica como cálculo». Esta tradição, que podemos qualificar de «relativista», começou a afirmar-se na primeira década do século XX e vai culminar com a «teoria dos modelos» contemporânea^(?). De acordo com ela, a particularidade de qualquer linguagem, incluindo a da lógica, é poder ser *interpretada de maneira variada* em vários universos de discurso, e é simultaneamente possível e crucialmente importante fazer, «do exterior» da linguagem, a teoria dessas mudanças de interpretação. Para um enunciado «atómico» como $\phi(a_1, \dots, a_n)$, por exemplo, uma interpretação num qualquer universo não vazio D consiste na indicação, para cada uma das constantes de indivíduos a_i , do objecto $\bar{a}_i$ de D que ela vai designar, e no elemento do conjunto $\bar{\phi}$ de n -uplos extraídos de D que será associado ao símbolo de predicado n -ário ϕ (para fixar as coisas, a

(?) Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, Londres, Allen & Unwin, 1919, p. 169.

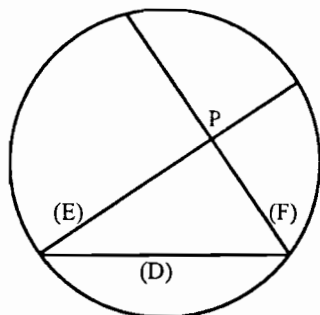
(*) Jan van Heijenoort, *Set-Theoretic Semantics* (1976), *loc. cit.*, p. 45.

(?) Cf. Jaakko Hintikka, «On the Development of the Model-Theoretic Viewpoint in Logical Theory», *Synthese*, vol. 77 (1988), pp. 1-36; trad. francesa em *Fondements d'une théorie du langage*, Paris, PUF, 1994, pp. 209-251.

interpretação «standard» da língua francesa associa ao predicado unitário «humano» o conjunto dos homens...). O enunciado será então avaliado verdadeiro *na interpretação considerada* (a qual será, então, um «modelo» do enunciado em questão) se o n -uplo $(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n)$ fizer justamente parte do conjunto $\bar{\phi}$, e esta atribuição de um valor de verdade na interpretação retida propaga-se gradualmente aos enunciados mais complexos em virtude das regras habituais. O enunciado $A \ \& \ B$, por exemplo, é verdadeiro na interpretação I só e somente se A e B forem aí ambos verdadeiros, e, de uma maneira mais geral, o valor semântico de um enunciado complexo $*\langle x_1, \dots, x_n \rangle$ numa interpretação dada é uma função determinada f_* do valor semântico dos seus constituintes $x_1, \dots, x_n$ nessa interpretação (*princípio de composicionalidade*).

Esta forma, actualmente tão conhecida, de conceber a semântica ligando a linguagem a universos de discurso variáveis, não era a de Frege e de Russell. Se ela suplantou a pouco e pouco a perspectiva destes, foi porque se apoiou noutra corrente de pensamento, na verdade menos explícita e prolixa, a saber, a tradição dos próprios matemáticos, principalmente nos seus trabalhos relativos aos fundamentos da geometria. Com efeito, o principal problema que tinham acabado por resolver neste domínio, no início do século XIX, a saber, o da independência do quinto postulado de Euclides, era um problema de natureza tipicamente *metasistemática*: tratava-se, não de saber se aquele postulado era absolutamente «verdadeiro», mas de determinar se ele podia ou não ser demonstrado com o auxílio dos outros axiomas da geometria. Para obter a resposta negativa a que finalmente chegaram, tiveram de abandonar o ponto de vista «interno» da dedução a partir dos axiomas (pois nada, certamente, pode ser concluído de reveses repetidos para demonstrar um enunciado), e adoptar uma perspectiva «externa», tomando como objecto a própria linguagem geométrica. Aprendeu-se progressivamente a dissociar radicalmente os movimentos inferenciais lícitos das representações privadas tacitamente associadas à utilização dos termos geométricos. Se o postulado de Euclides podia ser deduzido dos axiomas da geometria G , este facto não devia de forma alguma depender da interpretação associada *de outra maneira* ao vocabulário primitivo da geometria: o postulado devia ser correcto em *todos* os modelos de G . Por contraposição, para demonstrar a *independência* do postulado de Euclides, bastava encontrar *uma* única interpretação desse vocabulário na qual os axiomas de G fossem verdadeiros mas que desse ao postulado o valor «Falso». Por exemplo, no modelo projectivo desenvolvido por Beltrami e Klein, por volta de 1870, o universo do discurso já não é constituído pelos pontos do plano euclidiano, mas pelos pontos de um disco aberto extraído desse plano, com o termo «recta» designando então as cordas abertas desse disco⁽⁶⁾. Tínhamos aí uma interpretação que validava todos os axiomas de G , mas na qual o postulado é tomado por defeito: por P , exterior à «recta» (D) , passam vários paralelos distintos a (D) , a saber, nomeadamente as «rectas» (E) e (F) , que não têm, *no universo considera-*

(6) Cf. Karol Borsuk & Wanda Szmielew, *Foundations of Geometry*, Amsterdão, North-Holland Publ., 1960, p. 245 ss.



Os matemáticos fizeram, pois, da *variação* sistemática das interpretações da linguagem um instrumento de investigação essencial. Nada devia ser retido, na determinação da referência dos termos geométricos, que não estivesse *explicitamente* estipulado nos axiomas: a equidistância dos paralelos, noção métrica que não é mencionada nos axiomas de G, é apenas uma característica accidental da representação habitualmente associada ao uso da palavra «paralelo», e ela pode ser, então, legitimamente posta de lado para construir *outra* interpretação da linguagem da geometria.

Na perspectiva tradicional, que era a de Euclides, e que continua a ser ainda, de certa forma, a de Frege, as coisas não se passam inteiramente assim. Visa-se uma interpretação *única* – única a tal ponto, se podemos dizer, que não temos a sensação de que se trate aqui de interpretar seja o que for –, e procura-se assegurar a sua identidade e a sua fixidez por um conjunto de definições preliminares, sendo os axiomas simplesmente, entre os enunciados verdadeiros nesta interpretação «absoluta», aqueles cuja formulação é a mais simples e a «evidência» mais plena. Estas definições iniciais visam garantir o que, para Frege, devia ser sempre respeitado, a saber, o requisito de «estrita delimitação» (*scharfe Begrenztheit*): um conceito deve ser definido de tal maneira que seja sempre possível, sendo dado um objecto qualquer, determinar se se adequa ou não ao conceito considerado⁽⁷⁾. Mas, para alcançar este objectivo, essas definições deviam, se assim podemos dizer, ser enunciadas a partir *do exterior* da própria linguagem, ou seja, considerá-la ela própria como objecto, dizendo dela, *noutra* linguagem, a que é que os seus termos se referem. Frege, que estava evidentemente bem consciente da dificuldade, também admitia que a compreensão das expressões primitivas da linguagem da geometria não era geralmente «verbalizável», ou seja, podia produzir-se sem ser acompanhada da aptidão em atribuir sentido à expressão com o auxílio de outras palavras, e propunha ver as «definições preliminares» encarregadas de suscitar esta compreensão não como autênticas definições, mas como simples «explicações» (*Erläuterungen*), capazes de encaminhar o melhor possível o leitor fazendo irredutivelmente apelo à sua «boa vontade»⁽⁸⁾.

⁽⁷⁾ Gottlob Frege, *Grundgesetze der Arithmetik*, vol. II (1903), reimpressão Hildesheim, Georg Olms Verlag, 1966, § 56, p. 69.

⁽⁸⁾ A concepção de Frege acerca deste ponto é principalmente explicada na sua correspondência do início do século com Hilbert (Gottlob Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hamburgo, Felix Meiner Verlag, 1976, pp. 55-80; trad. francesa em Fr. Rivenc e Ph. de Rouilhac, org., *Logique et fondements des mathématiques. Anthologie [1850-1914]*, Paris, Payot, 1992 [doravante, *LFM*], pp. 215-235).

É esta tensão interior ao «absolutismo» semântico (como afirmar a referência absoluta dos termos da linguagem, o que se *devia* fazer, sem, contudo, «sair» da própria linguagem, o que *não* se pode fazer?) que seria resolvida ou, melhor dizendo, ignorada, pelos matemáticos géometras. Os elementos da linguagem (exceptuando evidentemente os próprios símbolos «lógicos») terão agora uma referência variável, a liturgia das definições preliminares («o ponto é aquilo que não tem partes», etc.), que nunca teve qualquer conteúdo operativo, será pura e simplesmente abandonada, e considerar-se-ão os próprios axiomas como espécies de definições «implícitas» (*), que fixam, de alguma forma, os limites nos quais os termos primitivos podem ser interpretados de forma variada. A este respeito, renuncia-se completamente em definir os conceitos fundamentais da forma exigida por Frege, ou seja, indicando aquilo que designam «no» mundo. A questão que este colocava a Hilbert na correspondência entre ambos (¹⁰), de saber, afinal de contas, se o seu relógio devia ou não ser considerado como um ponto em virtude da «definição hilbertiana», tornava-se vazia de sentido: termos como «ponto» ou «recta» designam simplesmente objectos diferentes nas diversas interpretações que podemos dar da linguagem da geometria.

Por outro lado, e esta é uma das origens essenciais daquilo que se tornaria, na filosofia da linguagem, a doutrina do «holismo semântico», o significado de cada um daqueles termos não pode ser caracterizado de forma isolada, e depende, pelo contrário, do significado que é atribuído aos outros termos da teoria, de forma que é a sua totalidade que é «definida» com um único gesto. Considere-se, com um exemplo simples, $G[P, D, S]$ a teoria que axiomatiza a geometria plana de incidência, cujas noções primitivas são as de «ponto» e de «recta», tal como a relação de incidência «estar sobre» entre pontos e rectas. «Ser um ponto» é um predicado que não pode ser objecto de uma definição isolada, por meio de uma equivalência do tipo $\forall x (P(x) \equiv \phi(x))$, em que $\phi(x)$ seria uma frase que não implica nem P , nem D , nem S : é toda a teoria que «define» *simultaneamente* os termos primitivos que figuram nos seus axiomas. De resto, o próprio Frege, em desacordo com esta forma de proceder, forneceria a caracterização lógica apropriada deste estado de coisas: numa situação deste género, os símbolos P , D e S devem ser compreendidos como *variáveis* e não como *constantes* de predicado. $G[P, D, S]$, identificada por comodidade à conjunção dos seus axiomas, é, de facto, uma *relação de segunda ordem*, susceptível de ser ou não satisfeita pelos predicados Π e Δ , e por uma relação binária Σ (nesta ordem) definidos sobre um qualquer domínio. Se a teoria determina uma condição necessária e suficiente, não é, então, certamente aquela que deve substituir um qualquer objecto do «mundo real» para ser considerado como um ponto, mas antes a que devia substituir uma «multi-relação» $\langle \Pi, \Delta, \Sigma \rangle$ constituída de predicados de aridade apropriada definidos sobre um domínio qualquer para que os seus constituintes mereçam ser respectivamente nomeados *ser um ponto*, *ser uma recta* e *estar sobre*. Em que consiste, então, se tomamos o facto por um objecto, ser um ponto? Rigorosamente falando, a resposta só pode ser esta: consiste na existência de uma certa

(*) A expressão é de David Hilbert e de Paul Bernays, *Grundlagen der Mathematik*, vol. I (1934), Berlin, Springer Verlag, 1968 (2ª ed.), p. 7.

(¹⁰) Gottlob Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, p. 73, LFM, p. 232.

interpretação (ou «estrutura») $\langle D, \Pi, \Delta, \Sigma \rangle$ tal que a multi-relação $\langle \Pi, \Delta, \Sigma \rangle$ satisfaça a relação G (ou, formulada de outro modo, tal que a relação $G(\Pi, \Delta, \Sigma)$ seja verdadeira) e, nestas condições, consiste na propriedade que o objecto em questão tem de ser precisamente um dos elementos de D que satisfazem o predicado. Em suma, ser um ponto é ser, entre os elementos (do domínio) de uma estrutura que satisfaz (diz-se ainda, que *realiza*) os axiomas da geometria G , um dos que fazem parte do subconjunto particular pelo qual é interpretado o predicado *ser um ponto*:

$$\forall x [P(x) \equiv \exists \Pi \exists \Delta \exists \Sigma (G(\Pi, \Delta, \Sigma) \& \Pi(x))]$$

(pode notar-se que os quantificadores existenciais são aqui de «segunda ordem», ou seja, agem sobre predicados e não sobre indivíduos).

A clarificação lógica desta situação teria uma importância essencial para diversos domínios da filosofia. Está, desde logo, nas origens do «estruturalismo matemático» defendido, sob várias formas, por matemáticos como Bourbaki⁽¹⁾ ou por filósofos como Benacerraf⁽²⁾, e segundo o qual as matemáticas dizem respeito não a conjuntos de «objectos» particulares dotados de propriedades «intrínsecas», mas a estruturas abstractas cujos elementos só podem ser identificados de maneira puramente relacional (talvez considerar como «o» número 3, por exemplo, qualquer objecto que ocupe um certo espaço determinado numa lista infinita contendo um item inicial e dotado de uma relação de sucessão). Mas esta elucidação iria igualmente ter um significado considerável para a filosofia das ciências empíricas e para a filosofia do espírito. Em 1929, Ramsey (1903-1930), jovem filósofo e matemático britânico do círculo de Russell, Wittgenstein e Keynes, autor de grandes contribuições para a lógica e para a teoria das probabilidades⁽³⁾, propõe efectivamente estender as análises precedentes aos termos «teóricos» das ciências da natureza, como «potencial», «intensidade» ou «resistência»⁽⁴⁾. Para estes termos, afirma ele, também não é possível fixar uma referência «absoluta» que consistiria em defini-los directa e isoladamente com o auxílio de termos puramente «observacionais» como «quente», «vermelho» ou «caule robusto». E, pelo contrário, o *conjunto* dos postulados da teoria que constitui a sua definição *simultânea*, de modo que, por exemplo, se $\psi_1, \dots, \psi_n$ são os termos teóricos que figuram na teoria T , a única caracterização possível de i é do tipo:

$$\forall x [\psi_i(x) \equiv \exists \xi_1 \dots \exists \xi_n T(\xi_1, \dots, \xi_n) \& \xi_i(x)].$$

(1) Nicolas Bourbaki, «L'architecture des mathématiques», em François Le Lionnais, org., *Les Grands Courants de la pensée mathématique*, Paris, Blanchard, 1971 (2ª ed.), pp. 35-47.

(2) Paul Benacerraf, «What Numbers Could Not Be», em Paul Benacerraf & Hilary Putnam, org., *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Cambridge U.P., 1983 (2ª ed.), pp. 272-294.

(3) O papel de Ramsey na história da teoria dos tipos lógicos foi já mencionado na secção 4 do cap. XI da presente obra. Para uma visão geral da sua obra, podemos fazer referência a Nils-Eric Sahlin, *The Philosophy of F. P. Ramsey*, Cambridge U.P., 1990.

(4) Frank Plumpton Ramsey, «Theories» (1929), em *Philosophical Papers*, Cambridge U.P., 1990, pp. 112-139. Cf. também Rudolf Carnap, *Philosophical Foundations of Physics*, Basic Books, 1966, cap. 26; trad. francesa Paris, Armand Colin, 1973, pp. 240-248.

Dizer de um objecto que ele satisfaz o predicado ψ_i não equivale, portanto, a referenciá-lo no mundo «real» indicando as características observáveis pelas quais poderíamos com toda a certeza reconhecê-lo, mas em afirmar 1º) que existe uma «estrutura» que realiza a teoria T, ou seja, um sistema de entidades que se encontram ligadas entre si e às entidades observáveis da maneira como a teoria T indica (esta primeira parte da caracterização é o «enunciado de Ramsey» da teoria); 2º) que o objecto em questão pertence a esta parte do domínio da estrutura considerada que realiza precisamente quanto a ela o predicado ψ_i . O mesmo género de semântica «flutuante» será utilizado muito mais tarde pelo filósofo americano D. Lewis (15) para construir uma definição «funcional» do vocabulário da psicologia, na qual os estados psíquicos se verão caracterizados de forma puramente relacional, apenas pela indicação das suas relações recíprocas e das suas relações com os estímulos sensoriais e com os comportamentos observáveis.

Mas o progresso do relativismo semântico está, antes de tudo, ligado, no período que nos ocupa, aos resultados de primeiro plano obtidos por Löwenheim e Skolem, e nos quais se pode ver as primeiras conquistas da teoria dos modelos propriamente dita. Estes trabalhos vão sancionar a designação da lógica (dos predicados) de primeira ordem como fragmento privilegiado «da» lógica, e como quadro canónico no qual se deve efectuar a formalização das matemáticas. Com efeito, o lógico alemão Löwenheim (1878-1940) foi o primeiro, num célebre artigo de 1915(16), a estudar a lógica de primeira ordem enquanto tal, e a ter estabelecido um resultado fundamental que apenas se aplica a ela. Este apontamento, de leitura bastante árida, está escrito no estilo da tradição «algébrica» surgida com Schröder(17), e é marcado pela ausência total de qualquer noção propriamente sintáctica. Löwenheim interessa-se aí, não pelos enunciados «absolutamente» verdadeiros ou pelos meios de prová-los, mas apenas pela questão de saber quais são ou não satisfeitos numa estrutura dada. O resultado a que chega no termo de uma demonstração um pouco lacónica pode ser expresso na seguinte forma: se um enunciado é satisfazível, então ele é-o numa estrutura enumerável (ou seja, possuindo o mesmo «número» de elementos do que o conjunto dos inteiros naturais). A prova de Löwenheim é simplificada e corrigida cinco anos mais tarde pelo norueguês Skolem (1887-1963)(18), que generaliza o resultado

(15) David Lewis, «Psychophysical and Theoretical Identifications», em Ned Block, org., *Readings in Philosophy of Psychology*, Cambridge, Harvard U.P., 1980, vol. I, pp. 207-215.

(16) Leopold Löwenheim, «Über Möglichkeiten im Relativkalkül», *Mathematische Annalen*, vol. 76, 1915, pp. 447-470; trad. francesa em Jean Largeault, *Logique mathématique. Textes*, Paris, Armand Colin, 1972 (doravante, *LMT*), pp. 111-138. Sobre Löwenheim, pode consultar-se Christian Thiel, «Leopold Löwenheim: Life, Work, and Early Influence», em R. Gandy & M. Hyland, org., *Logic Colloquium 76*, Amsterdão, North-Holland Publ., 1977, pp. 235-252.

(17) Esta tradição foi estudada mais acima na presente obra (capítulo X).

(18) Thoralf A. Skolem, «Logisch-kombinatorische Untersuchungen über die Erfüllbarkeit oder Beweisbarkeit mathematischer Sätze nebst einem Theoreme über dichte Mengen», *Skrifter utgit av Videnskapsselskapet i Kristiania, I. Matematisk-naturvidenskabelig klasse*, vol. 4, 1920, trad. inglesa em Jan van Heijenoort, org., *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Cambridge, Harvard U.P., 1971, second edition (doravante, *FFTG*), pp. 252-263. As obras maiores de Skolem foram reunidas por Jens Erik Fensstad com o título *Selected Works in Logic*, Oslo-Bergen-Tromsø, Universitetsforlaget, 1970.

aos conjuntos enumeráveis de enunciados. Aplicado aos axiomas da teoria «Zermelo-Fraenkel» dos conjuntos, este último resultado possui uma consequência perturbante, «o paradoxo de Skolem»: se esta teoria é coerente, ela possui um modelo enumerável, mesmo que possamos *provar* aí a existência de conjuntos infinitos *não* enumeráveis. Skolem afirmará⁽¹⁹⁾ que este fenómeno atesta o «relativismo» das próprias noções conjuntistas: compreendendo isto, não podemos simplesmente dizer que um domínio **D** é não enumerável *simpliciter*, no mundo «real», se quisermos, mas apenas por referência a um certo modelo (contendo **D**) da teoria dos conjuntos. Dito de outra forma, o próprio sentido das noções matemáticas varia de um modelo para outro, o que significa que não é possível definir estas noções de maneira *absoluta*: os sistemas de axiomas redigidos para isso não podem em nenhum caso chegar a caracterizá-las de maneira «categórica», ou seja, chegar a quase um isomorfismo⁽²⁰⁾. Em suma, o relativismo semântico, nesta data, estendera-se até às próprias matemáticas.

O programa de Hilbert. Na perspectiva «fundacionalista» que predomina no início do século XX, interessava basear as teorias matemáticas numa prova de *coerência*: tratava-se de provar que a utilização regular das inferências lógicas não podia conduzir, a partir dos axiomas, à demonstração simultânea de um enunciado e da sua negação. Tratando-se de geometrias não-euclidianas, aquelas provas podiam ser conduzidas no plano *semântico*, construindo um modelo das teorias estudadas. Mas essas provas continuam a ser provas de coerência *relativa*, que estabelecem, por exemplo, que *se* a geometria euclidiana é coerente, *então* as geometrias hiperbólica e elíptica também o são. Gradualmente, a coerência das teorias matemáticas usuais é assim reduzida à da aritmética e da análise, a qual não pode, quanto a ela, ser resumida à coerência de qualquer teoria mais «fundamental». Somos então conduzidos a uma situação que não deixa de lembrar alguns aspectos do «pitagorismo» antigo, e na qual todo o edifício matemático assenta na aritmética dos inteiros naturais: nos termos, muitas vezes citados, de Kronecker, «Deus fez os números inteiros, e tudo o resto é obra do homem». Foi contra esta concepção «teológica» que o matemático alemão Hilbert (1862-1943) construiu o seu «programa», que visa precisamente fornecer uma prova, desta vez «absoluta», da coerência da aritmética.

O objectivo é anunciado pela primeira vez em 1900, no Congresso Internacional das Matemáticas de Paris, onde figura em segundo lugar na lista de problemas abertos apresentada por Hilbert⁽²¹⁾. Quatro anos mais tarde, no Congresso de Heidelberg, Hilbert esboça uma solução⁽²²⁾ que será bastante

(19) Thoralf A. Skolem, «Einige Bemerkungen zur axiomatische Begründung der Mengenlehre», *Mathematikkongressen i Helsingfors den 4-7 Juli 1922*, Helsingfors, Akademiska Bokhandeln, 1923, pp. 217-232 (FFTG, pp. 291-301).

(20) Convém assinalar que este fenómeno apenas diz respeito aos sistemas de axiomas escritos na linguagem da lógica de *primeira* ordem. Mas esta lógica havia adquirido, na época, precisamente o estatuto de lógica *por excelência*...

(21) David Hilbert, «Mathematische Probleme», *Archiv für Mathematik und Physik*, 3ª série, vol. I, 1901, pp. 44-63 e 213-237; retomado em *Gesammelte Abhandlungen*, vol. III, 1935, reimpressão Nova Iorque, Chelsea Publ., 1965 (doravante, GA), pp. 290-329.

(22) David Hilbert, «Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik», *Verhandlungen der 3. Internationalen Mathematiker-Kongress in Heidelberg*, Leipzig, Teubner, 1905, pp. 174-185; LFM, pp. 245-270.

discutida e criticada pelos seus contemporâneos. Trata-se de uma prova *sin-táctica*, na qual não se procura mostrar que os axiomas aritméticos são simultaneamente satisfazíveis numa certa interpretação, mas provar «directamente» que é impossível deduzir desses axiomas ao mesmo tempo um enunciado e a sua negação. Com este fim, faz-se abstracção de toda a «significação» atribuível às fórmulas da aritmética, e consideramo-las como concatenações de símbolos dos quais apenas interessam as características *morfológicas*. O sistema examinado por Hilbert está precisamente redigido de tal forma que uma das suas características, a saber, a «homogeneidade», é simultaneamente verificada pelos axiomas e conservada pelas regras de inferência (qualquer conclusão retirada das premissas homogêneas é ainda homogênea), daí pode concluir-se, *por recorrência*, que todos os teoremas do sistema são homogêneos. Ora, a negação de uma fórmula homogênea não é em si mesma, neste sistema, uma fórmula homogênea, e a negação de um teorema não é em si mesma demonstrável, que é aquilo que se pretendia provar. Mas, como observa Poincaré, que, na *Revue de Métaphysique et de Morale*⁽²³⁾, faz uma crítica impiedosa ao trabalho de Hilbert, esta prova dificilmente escapa à acusação de circularidade: ela aplica à teoria dos inteiros naturais e portanto, nomeadamente, ao princípio do raciocínio por indução, um argumento que assenta essencialmente no próprio princípio de indução. Hilbert, que não se resigna a «fundar» a aritmética recorrendo à «intuição» do número inteiro, esperará quase vinte anos para encontrar uma resposta para a objecção, e elaborar uma distinção operacional entre o princípio *matemático* de recorrência (axioma de «indução completa») e o método «intuitivo» de raciocínio por recorrência⁽²⁴⁾. Encontramos já aqui uma variação significativa de um mito com o qual Hilbert nunca deixou de ter relações ambíguas: o mito de uma vasta *mecanização* do próprio empreendimento matemático, de um método geral de *decisão* que permitiria, uma vez redigidas as matemáticas num formalismo adequado, determinar seguramente num número finito de etapas se uma fórmula dada é ou não um teorema. Tal como nota, com efeito, von Neumann⁽²⁵⁾, se estivéssemos verdadeiramente de posse de uma condição morfológica necessária de demonstrabilidade do tipo que Hilbert tinha em vista, estaríamos sempre em situação, *na simples inspecção* de uma fórmula, de resolver a alternativa entre a sua indemonstrabilidade (no caso em que ela não possui a propriedade considerada) e a sua irrefutabilidade (no caso em que a possui).

De facto, a extrema atenção deposta no problema da *decisão* (*Entscheidungsproblem*), ou seja, a questão de determinar *mecanicamente* se uma fórmula é ou não um teorema de um dado sistema formal, é uma característica fundamental da «teoria da demonstração» (*Beweistheorie*) que Hilbert irá de-

(23) Henri Poincaré, «Les mathématiques et la logique», *Revue de Métaphysique et de Morale*, vol. 14, 1906, pp. 17-34.

(24) David Hilbert, «Die logischen Grundlagen der Mathematik», *Mathematische Annalen*, vol. 88, 1923, pp. 151-165; GA, pp. 178-191; trad. francesa em Jean Largeault, *Intuitionnisme et théorie de la démonstration*, Paris, Vrin, 1992 (doravante, *ITD*), pp. 131-144.

(25) John von Neumann, «Zur Hilbertschen Beweistheorie», *Mathematische Zeitschrift*, vol. 26, 1927, pp. 1-46, retomado em *Collected Works*, vol. I, Nova Iorque, Pergamon Press, 1961, pp. 256-300 (a nota citada figura na p. 276 desta última edição).

envolver nos anos 20. Por um lado, esta preocupação inspira, directa ou indirectamente, um conjunto de trabalhos que conduzirão a resultados positivos para algumas teorias «parciais». Depois de o teorema de decidibilidade, estabelecido por Löwenheim (1915), para o cálculo de predicados monádicos, os lógicos que trabalhavam na dependência de Hilbert chegaram a conclusões do mesmo tipo para alguns fragmentos da lógica de primeira ordem ou da aritmética: por um lado, Ackermann, Bernays e Schönfinkel⁽²⁶⁾ mostram assim a «decidibilidade» de algumas classes particulares de fórmulas quantificativas, por outro, Presburger⁽²⁷⁾ obtém o mesmo resultado com a aritmética dos inteiros naturais considerados como monóide aditiva (sem a multiplicação), tal como Skolem⁽²⁸⁾ com a aritmética *multiplicativa* dos inteiros (desta vez, portanto, sem a adição). Mas, por outro lado, as esperanças suscitadas pelas primeiras conquistas são de curta duração, pois os trabalhos relativos ao *Entscheidungsproblem* irão também conduzir a resultados *negativos*, a renúncias e desilusões: em virtude de um resultado muito conhecido de Church e de Turing (1936), não podia existir procedimento mecânico de decisão nem para a plena lógica de primeira ordem, nem para toda a aritmética (com adição e multiplicação). Estes resultados negativos, que pertencem ao período seguinte da história da lógica matemática e que colocam, de certa forma, um ponto final no «optimismo» de Hilbert, têm origem no seu próprio programa de «teoria da demonstração».

Independentemente da importância que Hilbert atribuía às questões da decidibilidade, o centro do seu programa de investigações encontra-se, porém, noutro lado. Em parte estimulado pelas objecções de Poincaré que mencionámos acima, nos anos 20⁽²⁹⁾, acaba por reconhecer que a prova de coerência que procura não podia ser «absoluta» no sentido estrito, e que ela deve, pelo contrário, basear-se num conjunto de métodos «elementares» que serão admitidos sem mais justificação. Estes procedimentos «intuitivamente

(26) Wilhelm Ackermann («Über die Erfüllbarkeit gewisser Zahlenausdrücke», *Mathematische Annalen*, vol. 100, 1928, pp. 638-649) estabelece a decidibilidade da classe das fórmulas cujo prefixo é do tipo $\exists \dots \exists \forall \exists \dots \exists$. Paul Bernays e Moses Schönfinkel («Zum Entscheidungsproblem der mathematischen Logik», *Mathematische Annalen*, vol. 99, 1928, pp. 342-372) obtêm semelhante resultado para a classe $\exists \dots \exists \forall \dots \forall$.

(27) Mojzesz Presburger, «Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchen die Addition als einzige Operation hervortritt», *Sprawozdanie z I Kongresu matematyków krajów słowiańskich*, Warszawa 1929, Varsóvia, 1930, pp. 92-101.

(28) Thoralf Skolem, «Über einige Satzfunktionen in der Arithmetik», *Skrifter utgitt a Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo, I. Matematisk-naturvidenskapelig klasse*, vol. 7, 1931, pp. 1-28; retomado em *Selected Works in Logic*, pp. 281-306.

(29) Os apontamentos fundamentais, além do de 1923 já citado, são os seguintes: «Axiomatisches Denken», *Mathematische Annalen*, vol. 78, 1918, pp. 405-415 (GA, pp. 146-156); «Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung», *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität*, vol. 1, 1922 (GA, pp. 157-177; ITD, pp. 107-130); «Über das Unendliche», *Mathematische Annalen*, vol. 95, 1926, pp. 161-190 (LMT, p. 215-245); «Die Grundlagen der Mathematik», *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität*, vol. 6, 1928, pp. 65-85 (ITD, pp. 145-163); «Probleme der Grundlegung der Mathematik», *Mathematische Annalen*, vol. 102, 1930, pp. 1-9 (ITD, pp. 175-185); «Die Grundlegung der elementaren Zahlenreihe», *Mathematische Annalen*, vol. 104, 1931, pp. 485-494 (ITD, pp. 187-196).

correctos» deverão ser de uma natureza tal que qualquer objecção contra eles devia recorrer a eles, nem que fosse apenas para ser enunciada e sustentada por uma qualquer argumentação (recordemos aqui a observação de Bourbaki⁽²⁰⁾, segundo a qual não se tratava de ensinar os princípios das matemáticas «a seres cujo desenvolvimento intelectual não chega à leitura, escrita e cálculo»). Hilbert qualifica como elementar qualquer enunciado (e qualquer método) que se refira a uma classe C de objectos «concretos» (séries de algarismos, conjuntos de símbolos) munida de relações decidíveis por simples verificação, como a relação «ser mais longa que» entre séries de varas. A quantificação universal sobre uma tal classe é ela própria considerada como elementar, se a interpretarmos da seguinte forma: « $\forall x \phi(x)$ » significa que se nos for proposto concretamente um objecto «prototípico» da classe C, poderíamos verificar que este objecto é um ϕ . O conjunto R dos enunciados elementares (Hilbert diz ainda: «reais», ou «finitistas» (*finitist*)) contém então todas as proposições do tipo $\forall x_1 \dots \forall x_n \phi(x_1, \dots, x_n)$, em que ϕ é uma relação decidível (muitos enunciados matemáticos importantes são desse tipo (Π_1^0), por exemplo, o «último teorema» de Fermat, o teorema das quatro cores, e mesmo, de forma um pouco dissimulada, a famosa «hipótese de Riemann»⁽²¹⁾). Estes enunciados reais consideram-se reconhecer um sentido, e o predicado «verdadeiro» é-lhes aplicável. Eles constituem a parte indiscutível das matemáticas. Mas não nos podemos limitar a eles, por razões evidentes de comodidade lógica: R é pouco estável (a negação de um enunciado real *não é*, em geral, um enunciado real). Os enunciados «ideais» (I) vêm então prolongar os enunciados reais, um pouco como os «pontos até ao infinito» vêm acrescentar-se aos pontos ordinários para estenderem ao caso das duas paralelas a validade da proposição «Duas rectas distintas encontram-se num único ponto». Nestas condições, o «programa de Hilbert» pode formular-se de *duas* maneiras equivalentes (a beleza do empreendimento reside, em parte, nesta simetria). Por um lado, e esta é a versão mais conhecida, trata-se de fornecer, no seio de uma «metamatemática» elementar, não contendo então senão enunciados do tipo R, uma prova de coerência para *toda* a aritmética (enunciados do tipo R e enunciados do tipo I confundidos). Por outro, numa versão mais subtil e, em certo sentido, mais profunda, trata-se de estabelecer um resultado de «conservatividade», demonstrando que os enunciados ideais são puras e simples «maneiras de falar», simples «desvios» (*Umwege*), como dirá Gentzen, certamente cómodos *na prática*, mas *em princípio* elimináveis, na prova dos teoremas reais, os únicos dotados de uma autêntica significação: deve-se, por outras palavras, estabelecer que a prova de um enunciado elementar pode ser sempre expurgada de qualquer elemento abstracto (é o ideal hilbertiano da «pureza dos métodos» (*Methodenreinheit*)). Se o programa é realizável na sua primeira forma, então deve sê-lo igualmente na sua segunda versão. Suponha-se, com efeito, que existe uma prova *qualquer* do enunciado elementar $\forall x \phi(x)$.

(20) Nicolas Bourbaki, *Éléments de mathématique. Théorie des ensembles*, Paris, Hermann, 1970, p. E.I.10.

(21) Cf. Martin Davis, Yuri Matijasevic & Julia Robinson, «Hilbert's Tenth Problem. Diophantine Equations», em Felix E. Browder (org.), *Mathematical Developments arising from Hilbert Problems. Proceedings of Symposia in Pure Mathematics I*, vol. 28-2, 1976, p. 335.

Este enunciado não pode ser falso, porque se o fosse, $\phi(a)$ seria falso para um certo indivíduo a , e esta falsidade poderia ser «verificada», ou seja, provada em R e, *a fortiori*, em $R \cup I$, que seria então incoerente. Mas este, por hipótese, não é o caso, e $\forall x \phi(x)$ é, portanto, verdadeiro. Esta prova, que assenta inteiramente na hipótese de uma demonstração elementar da coerência de $R \cup I$, é verdadeiramente *elementar*. Reciprocamente, se as provas dos enunciados elementares podem ser sempre purificadas, então a coerência da aritmética possui uma prova elementar. Pois esta coerência, cujo enunciado é ele mesmo elementar («toda a série de escritos que é uma demonstração aritmética termina por outra coisa que não " $0 = 1$ "»), possui já uma prova «abstrata», na verdade, trivial e pouco instrutiva. A saber, precisamente, a prova *semântica* que consiste em assinalar que os axiomas da aritmética são evidentemente «verdadeiros», que as inferências utilizadas na aritmética nunca podem conduzir a conclusões «falsas» a partir de premissas «verdadeiras», e portanto, por *recorrência*, que todos os teoremas da aritmética são «verdadeiros», o que não é o caso de « $0 = 1$ ».

Este grandioso programa conheceu um sucesso pelo menos mitigado. Os anos 20 viram algumas das suas realizações parciais, que deram até ao último momento, ou seja, até aos resultados de Gödel, a viva ilusão de que o sucesso final estava ao alcance da mão⁽³²⁾. Entre os trabalhos que manifestam este entusiasmo, convém citar em primeiro lugar os de Ackermann (1896-1962), estudante de Hilbert e co-autor, com ele, daquilo que pode ser considerado como o primeiro manual de lógica matemática⁽³³⁾. Num apontamento de 1924⁽³⁴⁾, laboriosa e imperfeitamente corrigido na altura da revisão das provas, obteve, para um certo fragmento da aritmética, uma primeira versão daquilo que agora é conhecido como o «teorema de eliminação de épsilon»⁽³⁵⁾, e que afirma substancialmente que se pode sempre eliminar os enunciados ideais da prova dos enunciados aritméticos elementares, substituindo progressivamente por termos numéricos as variáveis que neles figuram (a demonstração de Ackermann será aperfeiçoada em 1928 por von Neumann⁽³⁶⁾). Mas o trabalho mais significativo neste domínio continua a ser, sem dúvida, o do lógico francês Herbrand (1908-1931), cuja obra⁽³⁷⁾, profunda mas enigmática em muitos aspectos, só foi verdadeiramente decifrada e compreendida nos anos 60. O quinto capítulo da sua tese, embora de leitura difícil e maculado por alguns

(32) Cf. sobre este ponto Paul Bernays, «Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Arithmetik», em *GA*, p. 211. A única nota falsa neste concerto de optimismo foi sem dúvida emitida por Hermann Weyl, «Consistency in Mathematics» (1929), em *Gesammelte Abhandlungen*, Berlim, Springer Verlag, 1968, vol. 3, p. 70.

(33) David Hilbert e Wilhelm Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlim, 1928 (trad. inglesa *Principles of Mathematical Logic*, Nova Iorque, Chelsea Publ., 1950).

(34) Wilhelm Ackermann, «Begründung des "tertium non datur" mittels der Hilbertschen Theorie der Widerspruchsfreiheit», *Mathematische Annalen*, vol. 93, 1924, pp. 1-36.

(35) Cf. David Hilbert e Paul Bernays, *Grundlagen der Mathematik II*, Berlim, Springer Verlag, 1939, 1970, pp. 48 ss.

(36) John von Neumann, *op. cit.*

(37) Jacques Herbrand, *Écrits logiques*, Paris, PUF, 1968. Acerca de Herbrand, o estudo de referência continua a ser o de Jan van Heijenoort, «L'œuvre logique de Jacques Herbrand et son contexte historique», em J. Stern, org., *Proceedings of the Herbrand Symposium, Logic Colloquium '81*, Amsterdão, North-Holland Publ., 1982, pp. 57-85.

erros⁽³⁸⁾, aplica com efeito, para provar a coerência de um certo fragmento da aritmética (no qual, em resumo, o esquema de indução restringe-se às fórmulas sem quantificadores), um teorema «fundamental» descoberto pelo autor e que, de facto, constitui um resultado absolutamente central no que respeita ao cálculo de predicados. Em substância, este teorema enuncia que qualquer fórmula A deste cálculo pode associar-se a uma série infinita $A_1^H, A_2^H, \dots$ de fórmulas *sem quantificadores* possuindo a seguinte propriedade: no caso em que A é um teorema (e apenas neste caso), uma das fórmulas desta série, digamos A_p^H , é uma tautologia do cálculo proposicional. A série em questão pode ser progressivamente engendrada de forma *mecânica*, substituindo de maneira determinada as variáveis que figuram em A por termos numéricos. Quanto ao inteiro p , este não pode evidentemente ser obtido pela simples consideração da fórmula A , a não ser que o «teorema fundamental» de Herbrand fornecesse um processo de decisão para o cálculo de predicados: 1º) encontrar o inteiro p a partir de A ; 2º) aplicar qualquer um dos testes que permitem saber se A_p^H é ou não uma tautologia; 3º) concluir que A é provável, se estivermos no primeiro caso, e não provável, se estivermos no segundo. Este processo não pode existir, segundo o teorema de indecidibilidade de Church-Turing ao qual aludimos mais acima. Em contrapartida, aquele inteiro pode ser calculado considerando uma *prova* dada de p e, reciprocamente, se conhecermos o inteiro p , podemos redigir para A uma certa prova «canónica», na qual a fórmula A_p^H desempenha um papel absolutamente central. Em suma, o «teorema fundamental», que está, aliás, na base do método actualmente conhecido pelo nome de «algoritmo de unificação» na inteligência artificial⁽³⁹⁾, pode ser interpretado de duas maneiras. Por um lado, em virtude da sua aplicação imediata às questões de coerência, ele está directamente no programa original de Hilbert: pode ser utilizado para demonstrar que algumas fórmulas *não têm* prova num sistema dado, e podemos, de resto, *liberalizando* os métodos de raciocínio estritamente finitistas aos quais Herbrand se limitava, extrair dele uma demonstração muito significativa da coerência de toda a aritmética⁽⁴⁰⁾. Mas pode igualmente ser visto, por outro lado, como uma contribuição de primeiro plano para a própria *análise* da estrutura das demonstrações («que *gênero de prova* pode ter uma fórmula provável dada?»), o que é uma variedade da teoria da demonstração na qual a perspectiva «fundacionalista» propriamente dita se esfuma completamente, e à qual Gentzen, alguns anos mais tarde, daria o seu pleno brilho.

(38) Cf. Burton Dreben, Peter Andrews e Stal Aanderaa, «False Lemmas in Herbrand», *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 69, 1963, pp. 699-706.

(39) Para uma resenha histórica do desenvolvimento deste método, cf. Martin Davis, «The Prehistory and Early History of Automated Deduction», em Jörg Siekmann e Graham Wrightson, org., *Automation of Reasoning. I. Classical Papers on Computational Logic (1957-1966)*, Berlim, Springer Verlag, 1983, pp. 1-28.

(40) Burton Dreben e John Denton, «Herbrand-style Consistency Proofs», em John Myhill, Akiko Kino e Richard Vesley, org., *Intuitionism and Proof Theory: Proceedings of the Conference on Intuitionism and Proof Theory, Buffalo, New York, August 1968*, Amsterdão, North-Holland Publ., 1970, pp. 419-433. Por seu lado, o método de Ackermann pode ser entendido de forma semelhante, como o demonstrou o próprio autor num apontamento de 1940, «Zur Widerspruchsfreiheit der Zahlentheorie», *Mathematische Annalen*, vol. 117, pp. 162-194 (cf. David Hilbert e Paul Bernays, *Grundlagen der Mathematik*, II, pp. 535 ss).

2. A viragem dos anos 30

O período que se inicia em 1930 representa, como dissemos, um momento absolutamente crucial no desenvolvimento da lógica contemporânea: o nascimento da teoria dos modelos como disciplina científica, a reorientação metodológica da teoria da demonstração, a emergência da teoria da calculabilidade, a obtenção, em todos estes domínios, de resultados técnicos profundos, estes são os elementos que explicam que nesta época a lógica matemática tende a impor-se à comunidade científica como uma disciplina completa, caracterizada simultaneamente pela audácia e pelo rigor intelectual. Outro traço que merece ser assinalado é, na mesma altura, o deslocamento maciço do centro de gravidade geográfica da disciplina. Göttingen, que era até então a Meca da lógica, e onde Hilbert tinha juntado à sua volta, em alturas e a títulos diversos, investigadores como Ackermann, Bernays (1888-1977), Weyl, Curry, Herbrand e tantos outros, perdeu a sua aura, e vê-se suplantada por Princeton e pelo seu *Institute for Advanced Study*: fugindo da ascensão do nazismo na Europa central, lógicos de primeiro plano, como o polaco Tarski, o húngaro von Neumann (1903-1957) ou o austríaco Carnap (1891-1970), emigram para os Estados Unidos da América. No exacto momento em que ascende ao estatuto de disciplina matemática reconhecida, a lógica muda de língua: abandonando o alemão de rigor dos *Mathematische Annalen* generalistas dirigidos por Hilbert, será doravante em inglês, e no novo periódico criado pelo americano Alonzo Church para a sua comunidade, que os lógicos publicarão os seus trabalhos essenciais. A este respeito, ninguém é mais representativo deste êxodo maciço do que o austríaco Gödel (1906-1978) que, convidado pelo I. A. S. em 1933 para apresentar os seus famosos resultados, acaba por se estabelecer aí em 1939, abandonando daí em diante (com uma excepção) o alemão como língua de comunicação científica.

Os teoremas de completude e de incompletude de Gödel. A carreira matemática de Gödel começa com a tese de doutoramento⁽⁴¹⁾ que redige sob a direcção de Hans Hahn, eminente membro do famoso «Círculo de Viena» que reunia os militantes do «positivismo lógico». Gödel, que nunca foi um verdadeiro membro deste cenáculo, embora o tenha frequentado assiduamente nesta altura, nunca deixou de exprimir um desacordo crescente com as ideias que aí eram defendidas⁽⁴²⁾. Tanto quanto se entende⁽⁴³⁾, o teorema a que

(41) «Über die Vollständigkeit des Logikkalküls» (1929), em *Collected Works* (doravante, *GÖD*), vol. 1, Oxford U.P., 1986, pp. 60-101, publicado no ano seguinte pelos *Monatshefte für Mathematik und Physik* de Viena numa versão significativamente diferente com o título «Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls» (CW, vol. 1, pp. 102-123).

(42) A expressão mais sistemática deste desacordo está, sem dúvida, contida no manuscrito inacabado «Is Mathematics Syntax of Language?», que ele começara a redigir nos anos 50, e cujas versões II e VI se podem encontrar em: Kurt Gödel, *Unpublished Philosophical Essays*, Bâle, Birkhäuser Verlag, 1995, pp. 171-222.

(43) Cf. Hao Wang, *From Mathematics to Philosophy*, Londres, Routledge & Kegan Paul, 1974, p. 8.

chegou na sua tese não foi o resultado de uma qualquer inovação técnica, mas simples fruto de uma perspectiva filosófica apropriada, e já podia ter sido obtido há muito tempo se alguns preconceitos intelectuais não tivessem provocado, neste domínio, uma estranha forma de cegueira. O teorema de «completude», que estabelece que qualquer fórmula de primeira ordem universalmente válida pode ser provada num certo sistema formal Q , não podia, com efeito, de certa maneira, ser «percebido» pelos antecessores de Gödel. Esta ablepsia afectava evidentemente os lógicos «universalistas» do tipo de Frege que, como vimos, não deixavam qualquer espaço para resultados *metasistemáticos* desta ordem. Mas atingia igualmente os lógicos de tendência hilbertiana, que procuravam obter resultados desse género, mas que queriam, nesse domínio, ater-se às noções e métodos «elementares». Pois o conceito *semântico* de completude, a que se refere o teorema de Gödel, coloca em jogo a noção «abstracta» de validade em todas as interpretações, e não é, de todo, do mesmo tipo que o conceito hilbertiano de coerência, que, pela sua parte, apenas diz respeito a uma propriedade «visualizável» (*übersehbar*) dos escritos simbólicos. Os lógicos da escola de Hilbert não deixavam de reformular as noções semânticas, que consideravam «pouco rigorosas», em termos combinatórios ou, como diziam, «metamatemáticos»⁽⁴⁴⁾, e esforçavam-se, com mais ou menos sucesso, por encontrar-lhes contrapartidas elementares. Exigir que uma teoria T seja coerente, é exigir que não tenha *demasiados* teoremas; exigir que seja completa, seria, por exemplo, exigir que ela os possuísse *em número suficiente*, ou seja, sendo entendido que apenas nos interessamos pelas teorias coerentes, exigir que T possa provar o máximo de fórmulas compatíveis com a sua coerência. Isto sugere a definição, inspirada em Post⁽⁴⁵⁾, que Hilbert adopta para si mesmo: T é completa se a junção aos axiomas de T de uma única fórmula não provável bastar para tornar T incoerente. Na maioria dos casos, esta completude «no sentido de Post» equivale a afirmar que qualquer fórmula fechada da linguagem de T é ou bem provável ou bem refutável em T , e então que a teoria é *decidível*: o algoritmo de decisão para uma dada fórmula A consiste em examinar uma após outra todas as demonstrações em T (podemos enumerá-las) até que apareça uma demonstração que termine em A ou uma demonstração que termine em $\neg A$. Ainda aí, a mitologia mecanicista que Hilbert acaba por sacrificar é enganadora: o cálculo de predicados *não* é precisamente completo neste sentido sintáctico, ao passo que o é noutra sentido, semântico, que Gödel, por seu lado, não se coíbe de considerar⁽⁴⁶⁾.

Portanto, Gödel é o primeiro a *demonstrar* uma conjectura essencial, a propósito da qual não tínhamos, antes dele, senão uma *convicção* por assim

(44) Cf., por exemplo, Jacques Herbrand, *Écrits logiques*, pp. 143-144.

(45) Emil L. Post, «Introduction to a General Theory of Elementary Propositions», *American Journal of Mathematics*, vol. 43, 1921, pp. 163-185 (FFTG, pp. 264-283; LMT, pp. 29-53).

(46) Num texto contemporâneo ao artigo de Gödel, Hilbert persiste em definir sintacticamente a completude: um sistema de axiomas para a lógica de primeira ordem é completo se cada fórmula que não é nele provável pode ser associada a uma fórmula numérica que seja refutável (*widerlegbar*) numa certa teoria aritmética («Probleme der Grundlegung der Mathematik», *loc. cit.*). É claro que a completude neste sentido, novamente, implica a decidibilidade.

dizer «experimental»⁽⁴⁷⁾, ou seja, que os sistemas formais como aquele construído por Frege permitem enumerar sem excepção todos os enunciados «logicamente verdadeiros» de primeira ordem. E demonstra mais, a saber, que qualquer enunciado que não pode ser *refutado* no sistema Q que ele estuda possui um modelo enumerável, o que inclui, portanto, o teorema de Löwenheim-Skolem⁽⁴⁸⁾. Na sua tese, Herbrand tinha mostrado *quase* isso, pois tinha estabelecido que para um enunciado A deste género, todas as fórmulas proposicionais $(\neg A)_1^H, (\neg A)_2^H, \dots$ são falsas (A é, dizia ele, «falso num campo infinito»), e que podemos ver os termos numéricos que figuram nestas fórmulas sucessivas como uma série crescente de *aproximações finitas* do modelo enumerável de A mencionado por Gödel. Para passar do resultado de Herbrand ao de Gödel, basta – mas é *necessário* – aplicar um argumento «não construtivo», por exemplo, o argumento conhecido na literatura com o nome de «lema de König» (*Unendlichkeitslemma*): uma árvore finitária em que figuram ramos de um qualquer comprimento (aqui, os modelos finitos de tamanho crescente sistematicamente engendrados pelo procedimento de Herbrand) possui uma ramificação infinita. Na falta disso, ou seja, se os únicos objectos cuja existência podemos afirmar são aqueles que sabemos construir explicitamente passo a passo, todas as variedades de completude que podemos demonstrar implicam a decidibilidade, que precisamente *não* é verificada pela lógica de primeira ordem. Gödel não se embaraçava com tais escrúpulos, e utilizou naturalmente todas as possibilidades ao seu alcance. Esta é, essencialmente, a razão do seu primeiro e importante resultado.

Aquilo que era inesperado, no teorema de completude, não era o facto de ele estar correcto (todos duvidavam disso), mas que se conseguisse demonstrá-lo. A situação altera-se *toto caelo* com os resultados de incompletude, que ninguém previra. No início do mês de Setembro de 1930, seis meses após ter recebido o seu diploma de doutoramento, Gödel é convidado para um colóquio organizado em Königsberg pela *Gesellschaft für empirische Philosophie*, colóquio que devia ser seguido de uma cerimónia que faria de Hilbert um cidadão de honra da cidade, e na qual tinham concedido a Gödel, então quase desconhecido, alguns minutos para falar do seu teorema de completude, do qual nada havia sido ainda publicado. Ora, o que Gödel expôs não foi isso, mas antes um resultado inteiramente inaudito – o único que, uns dias antes, sabia disso era Carnap, que na altura não compreendia absolutamente nada («*schwer verständlich*», tinha ele observado) –, um resultado que mostrava sem equívocos a impossibilidade de levar a bom termo o «programa» concebido por Hilbert. Trata-se do «primeiro» teorema de incompletude, que exhibe um enunciado elementar verdadeiro mas não provável na aritmética de Peano considerada coerente. Como este último sistema «contém», ao que pare-

(47) Será preciso esperar por 1928, e pelo tratado de lógica de Hilbert e Ackermann (*Grundzüge der theoretischen Logik*, p. 68) só para ver *enunciado* o teorema de completude; lê-se aí que se trata de um problema aberto, cuja solução positiva não é conhecida «por experiência» (*durch Probieren*).

(48) O teorema X do artigo de Gödel (*GÖD*, I, p. 118) propõe uma generalização que contém também um resultado fundamental da teoria dos modelos, a *compacidade*: um conjunto enumerável de fórmulas de primeira ordem é satisfatório exactamente se o for também em cada uma das suas partes finitas.

ce, todos os métodos elementares de prova, existem então verdades aritméticas elementares que não possuem prova elementar, o que refuta a versão do «programa» formulada em termos de «conservatividade». O «segundo» teorema de incompletude só foi pressentido em Königsberg, e apenas foi formalmente demonstrado no mês seguinte. Estabelece que podemos tomar, a título de enunciado verdadeiro, mas não provável mencionado no primeiro teorema, o próprio enunciado da coerência da aritmética, a qual não podia então possuir qualquer prova elementar (à excepção, evidentemente, do caso trivial em que a aritmética não fosse coerente!), o que arruina a outra versão do programa de Hilbert.

Estes teoremas contam-se, a justo título, entre os resultados mais célebres de toda a história da lógica, e foram e serão sempre objecto de inesgotáveis comentários. Mas muitos dos que falam deles, ainda hoje, só tem uma ideia aproximada daquilo que estava verdadeiramente em causa no apontamento de Gödel⁽⁴⁹⁾, e somos tentados a fazer-lhes a sugestão que este dirigiu a Zermelo⁽⁵⁰⁾: o estudo paciente da integralidade da demonstração é ainda o melhor meio de acesso ao conteúdo dos teoremas. Existem dois ingredientes nesta demonstração. O primeiro é o lema de «diagonalização» que preside à construção de uma fórmula auto-referencial, e que Gödel apenas enunciaria, na sua generalidade, nas suas lições de 1934 em Princeton⁽⁵¹⁾, atribuindo a sua paternidade a Carnap⁽⁵²⁾: «para cada propriedade metamatemática em que f pode ser expresso no sistema, é possível construir uma proposição que diga que ela possui esta propriedade». Por outras palavras, todo o predicado f da linguagem da aritmética possui um «ponto fixo», ou seja, pode associar-se a uma fórmula A que seja precisamente equivalente a $f(A)$ ⁽⁵³⁾ (notamos « A » o inteiro natural associado à fórmula A , o seu «número de Gödel»). Deste lema, obtém-se imediatamente um resultado que Gödel, porém, nunca deixou de atribuir a Tarski, a saber, que não pode, sob pena de incoerência, existir definição do predicado de verdade numa linguagem dada que se possa exprimir nessa mesma linguagem. Este corolário, de resto, é apenas uma versão formalizada do famoso «paradoxo do Mentiroso»: um tal predicado de ver-

⁽⁴⁹⁾ Kurt Gödel, «Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systems I», *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 38, 1931, pp. 173-198 (GÖD, vol. 1, pp. 144-195).

⁽⁵⁰⁾ Cf. Ivor Grattan-Guinness, «In Memoriam Kurt Gödel: His 1931 Correspondence with Zermelo on his Incompleteness Theorem», *Historia Mathematica*, vol. 6, 1979, pp. 294-304.

⁽⁵¹⁾ Kurt Gödel, «On Undecidable Propositions of Formal Mathematical Systems» (notas tomadas por Stephen C. Kleene e J. Barkley Rosser), GÖD, I, pp. 362-363.

⁽⁵²⁾ Rudolf Carnap, *Logische Syntax der Sprache*, Viena, Springer Verlag, 1934; trad. inglesa *Logical Syntax of Language*, Londres, Routledge & Kegan, 1937, 7ª ed., 1971, p. 129.

⁽⁵³⁾ A primeira formulação tecnicamente satisfatória do lema de diagonalização é a de Barkley J. Rosser, «An Informal Exposition of Proofs of Gödel's Theorems and Church's Theorem», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 4, 1939, pp. 53-60, retomado em Martin Davis, org., *The Undecidable. Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvability Problems, and Computable Functions*, Hewlett, Nova Iorque, Raven Press, 1965 (doravante, DAV), pp. 223-230.

dade V verificaria, para qualquer fórmula A da linguagem da aritmética, a equivalência $V(A) \equiv A$ («A» é verdadeira só e somente se A»), ao passo que o lema de diagonalização, aplicado ao predicado «falso», mostra precisamente a existência de uma fórmula B tal que $B \equiv \neg V(B)$ (B diz, dela mesma, que é falsa). Ora, a ideia seminal de Gödel, e este é o segundo ingrediente da sua demonstração, prende-se com uma diferença essencial entre *verdade* e *probabilidade* (duas noções que Hilbert pensava, ou pelo menos esperava mostrar, que fossem co-extensivas). Se, no raciocínio anterior, substituímos o predicado V pelo predicado de probabilidade Th_T («ser um teorema de T») relativo à teoria aritmética T que Gödel tinha em vista, chega-se a uma situação muito diferente, que está longe de ser *paradoxal* no sentido estrito, ou seja, contraditória. Gödel prova, com efeito, e esta é a questão essencial do seu apontamento, que a teoria T, tal como qualquer teoria análoga, ou seja, qualquer teoria que contenha, num sentido inteiramente determinado, «suficiente» aritmética, é suficientemente «rica» para que se possa exprimir e definir nela a propriedade «ser provável em T». Isto era tomar Hilbert à letra, quando este, muito lucidamente, enunciava que as manipulações sintáticas a que davam lugar a actividades de prova eram estritamente análogas a operações elementares sobre inteiros naturais: as noções «metamatemáticas» que descrevem o resultado dessas manipulações, tal como «ser uma fórmula bem formada da linguagem de T», «ser uma prova em T», podem ser identificadas, por meio de codificação, a noções relativas aos próprios inteiros naturais, tal como «ser par» ou «ser a soma de três cubos». Gödel avança mais um passo, e mostra que os raciocínios que dizem respeito a tais noções podem ser efectuados na própria aritmética, em suma, que a metamatemática pode ser, segundo a expressão consagrada, «arimetizada». Assim, Gödel mostra, por um lado, que a relação binária Pr_T , satisfeita por dois inteiros m e n quando m é o número de uma prova da fórmula número n, é uma relação (primitiva) «recursiva» (Pr_T é o último elemento de uma lista de 45 funções e predicados cuja recursividade ele verifica minuciosamente!), e, por outro, que a teoria T é capaz de estatuir sobre todas as relações desse género (aquelas a que Hilbert chamava «decidíveis por simples verificação»). Mais precisamente, se R é uma relação recursiva, então é «definida no sentido da decisão»^(*) (*entscheidungsdefinit*), o que significa que pode ser «representada» por uma fórmula $A(x_1, \dots, x_n)$ da linguagem L(T) de T, de tal forma que em T possamos provar a fórmula $A(\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_n)$ ^(**) se $R(m_1, \dots, m_n)$ é verdadeira, e inversamente, refutá-la se $R(m_1, \dots, m_n)$ é falsa: na medida em que apenas diga respeito aos enunciados aritméticos sem quantificadores, verdade e probabilidade coincidem portanto. O primeiro teorema de incompletude (ou, mais exactamente, uma metade desse teorema) é então imediato. Porque o predicado Th_T , definido por $Th_T(x) \equiv \exists y Pr_T(x, y)$, é um predicado de L(T), o lema de diagonalização pode ser aplicado a $\neg Th_T$ para construir uma fórmula G_T (a «fórmula de Gödel para T»), que afirma a sua própria *improbabilidade* em T: $\lceil G_T \rceil \equiv \neg Th_T(\lceil G_T \rceil)$. Se G_T fosse provável, por um lado $Th_T(\lceil G_T \rceil)$ seria verda-

(*) GÖD, vol. 1, p. 176.

(**) «p» designa o termo da linguagem T que representa o inteiro p. Este termo resulta da aplicação, p vezes iterado, da função «sucessor» à constante «zero». Por exemplo, $\bar{3}$ é o termo $S(S(S(0)))$.

deira (por construção de Th_T), e portanto ela mesma provável (pois é uma fórmula do tipo $\exists x\phi x$, ϕ recursivo, e as fórmulas verdadeiras desse tipo (Σ_1^0) são sempre prováveis)⁽⁴⁶⁾, mas, por outro, $\neg\text{Th}_T$ (G_T) seria igualmente provável, em virtude mesmo da definição de G_T . No total, T seria então incoerente. Consequentemente, se T é coerente, G_T é improvável. E portanto verdadeira, pois afirma a sua própria improbabilidade em T . Como G_T é, por outro lado, elementar ($G_T = \text{«nenhuma série de fórmulas é uma prova de } G_T \text{ em } T\text{»}$), isto refuta o programa de Hilbert na sua versão «conservativista».

De facto, todo o primeiro teorema de incompletude afirma não só que a fórmula G_T não tem prova em T (o que, tendo em conta a verdade de G_T na interpretação «esperada» da linguagem da aritmética, estabelece já a incompletude *semântica* de T), como também que ela não possui igualmente aí refutação (no total, T é então *sintacticamente* incompleto). Para provar a outra metade, ou seja, a irrefutabilidade de G_T , Gödel recorreu⁽⁴⁷⁾ à hipótese da « ω -coerência» de T , segundo a qual não se pode provar simultaneamente $\neg\phi$, $\neg\phi$, ... e $\exists x\phi x$ por nenhum predicado ϕ de $L(T)$ (ω -coerência implica evidentemente a coerência, mas não reciprocamente). É uma hipótese inutilmente forte, à qual se prefere actualmente⁽⁴⁸⁾ a suposição da «1-coerência» de T , segundo a qual todas as fórmulas Σ_1^0 prováveis são verdadeiras (a 1-coerência é a restrição da ω -coerência às fórmulas Σ_1^0). Nestas condições, a prova da irrefutabilidade de G_T é imediata: se $\neg G_T$, ou seja, $\text{Th}_T(\ulcorner G_T \urcorner)$, fosse provável, esta última fórmula seria verdadeira (1-coerência), e G_T seria portanto provável: T seria então incoerente. Em 1936, Rosser⁽⁴⁹⁾ aperfeiçoaria sensivelmente neste ponto o resultado de Gödel, mostrando que se podia construir uma fórmula verdadeira mas indecidível em T apenas pela hipótese da *coerência* de T : a fórmula indecidível de Rosser, mais complexa do que a de Gödel, afirma não a sua própria improbabilidade, mas a sua improbabilidade* (uma prova* de A é uma prova π de A tal que não há refutação de A cujo número de Gödel seja inferior ou igual ao de π)⁽⁵⁰⁾.

Tal como observa Gödel⁽⁵¹⁾, as noções (respectivamente, os métodos de prova) utilizadas na demonstração do primeiro teorema são todas definíveis (respectivamente, admissíveis) na teoria aritmética T . Particularmente, a fórmula $\text{Coh}(T)$, que enuncia a coerência de T , pode ser expressa na linguagem de T , e a demonstração do facto que se T é coerente G_T não é provável em T pode ela mesmo ser formalizada em T . Por outras palavras, $\text{Coh}(T) \supset \neg\text{Th}_T(\ulcorner G_T \urcorner)$ é um teorema de T . Nestas condições, se $\text{Coh}(T)$ fosse um teorema de

(46) Este último traço tem uma consequência notável: o «dual» do programa de Hilbert, obtido tomando como enunciados elementares as fórmulas Σ_1^0 em vez das fórmulas Π_1^0 , é realizável. Naturalmente, este programa dual já não tem a beleza arquitectónica do programa original: o enunciado da coerência não é Σ_1^0 .

(47) *GÖD*, vol. 1, p. 176.

(48) Cf. Craig Smorynski, «The Incompleteness Theorems», em Jon Barwise, org., *Handbook of Mathematical Logic*, Amsterdão, North-Holland Publ., 1977, pp. 821-865.

(49) J. Barkley Rosser, «Extensions of some Theorems of Gödel and Church», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 1, 1936, pp. 87-91 (DAV, pp. 231-235).

(50) Cf. sobre este ponto Jean-Yves Girard, *Proof Theory and Logical Complexity I*, Nápoles, Bibliopolis, 1987, pp. 65-63.

(51) *GÖD*, vol. 1, p. 192.

T, $\neg \text{Th}_T$ ($\vdash G_T$), ou seja, G_T , também o seria. Como não é o caso, $\text{Coh}(T)$ é improvável em T (se T é coerente). Este é o *segundo* teorema de incompletude, que refuta o programa de Hilbert na versão que diz respeito às provas de coerência. Convém ainda observar que o próprio Gödel⁽⁵²⁾ tem o cuidado de não falar de «refutação» a este propósito, já que considera a possibilidade de provar a coerência de T por meios que, continuando elementares (*finitist*), não seriam admissíveis em T. Esta sugestão seria explorada nomeadamente por Gentzen, que descobre, em 1936, que os obstáculos às provas de coerência para a aritmética podiam ser superados na condição de se autorizar, em vez da indução ordinária, uma indução «transfinita» até a um ordinal suficientemente grande (o ordinal que ele retém, baptizado ϵ_0 por Cantor, é o limite da série ω , ω^* , ω^{**} , ..., no qual ω é o ordinal característico do conjunto dos inteiros naturais)⁽⁵³⁾.

Numa perspectiva comparável, o primeiro teorema de incompletude suscitou, desde os anos 30, um certo número de proposições mais ou menos expressamente destinadas a remediar as «limitações» descobertas por Gödel nos sistemas formais. Uma reacção bastante característica a este respeito foi a de Zermelo, que considerava que a própria noção de «sistema formal» estava fundamentalmente pervertida pelo «preconceito finitista», e que devia ser abandonada em proveito de lógicas «infinitárias» de um novo tipo⁽⁵⁴⁾, nas quais qualquer enunciado verdadeiro seria igualmente provável. A primeira tentativa rigorosa neste sentido visa promover a regra chamada de «indução finita» (ou «regra ω »), que permite derivar $\forall x \phi x$ a partir de $\phi 0$, $\phi 1$, ... («considere-se como provada para qualquer elemento uma propriedade que se possa estabelecer para cada inteiro»). A adunção desta regra, estudada simultaneamente por Carnap⁽⁵⁵⁾ e por Tarski⁽⁵⁶⁾ nos anos 30, chega evidentemente para provar G_T , e torna a teoria T semanticamente completa. Mas, como observa Tarski⁽⁵⁷⁾, para quem o resultado de Gödel se aplica sem remédio a tudo aquilo que poderíamos designar racionalmente com o nome de sistema dedutivo, a junção desta regra altera radicalmente os dados da questão: a teoria que resulta daí não é «axiomatizável», as provas ficam aí com uma dimensão infinita, e esta situação não satisfaz, portanto, as exigências de «efectividade» que, desde Frege, motivaram a construção de sistemas formais. Embora o próprio Gödel tenha sempre respeitado estas exigências, e a legitimidade

(52) *GÖD*, vol. 1, p. 195.

(53) Gerhard Gentzen, «Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie», *Mathematische Annalen*, vol. 112, 1936, pp. 493-565, trad. inglesa por M.E. Szabo em *Collected Papers*, Amsterdão, Noth-Holland Publ., 1969, pp. 132-213.

(54) Ernst Zermelo, «Über Stufen der Quantifikation und die Logik des Unendlichen», *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, vol. 41, 1932, pp. 85-88.

(55) Rudolf Carnap, *Logical Syntax of Language*, § 34a.

(56) Alfred Tarski, «Über den Begriff der logischen Folgerung», *Actes du Congrès international de philosophie scientifique*, vol. 7, Paris, Actualités Scientifiques et Industrielles, 1936, pp. 1-11, trad. francesa em *Logique, sémantique, métamathématique*, Paris, Armand Colin, 1974 (doravante, *TAR*), vol. 2, pp. 143-152.

(57) Alfred Tarski, «Einige Betrachtungen über die Begriffe der ω -Widerspruchsfreiheit und der ω -Vollständigkeit», *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 40, 1933, pp. 97-112 (*TAR*, vol. 2, pp. 7-21).

e o interesse dos sistemas formais tenham sido largamente justificados, na sua opinião, pela possibilidade de substituir o raciocínio informal por um conjunto de regras mecânicas num impressionante número de casos, ocorreu-lhe⁽⁶⁴⁾ muitas vezes mencionar a possibilidade de um processo *transfinito* de adjunção de axiomas, cujas etapas poderiam ser descritas de maneira não efectiva, e cujo resultado já não diria respeito ao fenómeno de incompletude. Esta segunda tentativa, rigorosamente definida num apontamento fundamental de Turing dedicado às «lógicas ordinais»⁽⁶⁵⁾, conheceria um desenvolvimento notável no período recente com os trabalhos de Feferman⁽⁷⁰⁾.

Tratando-se agora do alcance exacto dos resultados de incompletude, existe algum desacordo a seu respeito, desacordo que tem a ver não só com o estatuto desses resultados *na lógica* (domínio em que constituem, notavelmente, um resultado absolutamente maior), mas também com a sua incidência nas matemáticas e, subsidiariamente, o seu significado na filosofia. Considere-se para já a própria doutrina de Gödel sobre estes dois pontos. À primeira vista, a fórmula G_T obtida por diagonalização é, sem dúvida, uma fórmula aritmética *bona fide*, mas a propriedade pela qual esta fórmula afirma que é verificada para cada inteiro é tão complicada, para quem não dispõe da significação *metamatemática* que lhe pode ser conferida em virtude da codificação, que a probabilidade de um matemático «ordinário» se interessar por ela é quase negligenciável: parece que apenas um lógico que se interesse expressamente por questões metamatemáticas como a da coerência de T pode encontrar semelhantes fórmulas indecidíveis – das quais a mais típica, portanto, de acordo com o segundo teorema, é a própria fórmula $Coh(T)$. Ora, Gödel nunca deixou de se opor a esta maneira de ver, que faz, no fundo, depender a significação do primeiro teorema da do segundo. Na sua opinião, este último teorema era apenas uma simples «curiosidade» (*ein merkwürdiger Resultat*⁽⁷¹⁾), privada do alcance cataclísmico que lhe é muitas vezes conferido: afinal de contas, como observa Kreisel, só se procura provar a coerência de uma teoria porque alimentamos alguma dúvida a seu respeito, e, num tal caso, abstermo-nos de testar essa coerência utilizando para esse efeito meios de prova que são admissíveis na própria teoria! Muito pelo contrário, Gödel – e alguns dos seus sucessores – esforçou-se por mostrar que determinados enunciados pertencentes às «verdadeiras matemáticas» podiam encontrar-se em situação de indecidibilidade. Assim, desde a época das suas conferências de 1934 em Princeton⁽⁷²⁾, Gödel acabou por dar à sua fórmula verdadeira mas

(64) Cf., por exemplo, Kurt Gödel, «Remarks before the Princeton Bicentennial Conference on Problems in Mathematics» (1946) (DAV, pp. 84-88; GÖD, vol. 2, pp. 150-153).

(65) Alan M. Turing, «Systems of Logic Based on Ordinals», *Proceedings of the London Mathematical Society, Ser. II*, vol. 45, 1939, pp. 161-228 (DAV, pp. 155-222).

(70) O artigo seminal é o de Solomon Feferman, «Transfinite Recursive Progressions of Axiomatic Theories», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 27, 1962, pp. 259-316. Do mesmo autor, pode consultar-se «Turing in the Land of $O(z)$ », em Rolf Herken, org., *The Universal Turing Machine. A Half-Century Survey*, Oxford University Press, 1988, pp. 113-147.

(71) GÖD, vol. 1, p. 192.

(72) Kurt Gödel, «On Undecidable Propositions of Formal Mathematical Systems», § 8 (GÖD, vol. 1, pp. 363-367).

improvável uma volta mais «natural», escrevendo-a sob a forma $(P) \neg F(\vec{x}) = 0$, em que (P) é um prefixo qualquer, e F um polinómio com coeficientes inteiros (« $\vec{x}$ » abrevia « $x_1, \dots, x_n$ »), propondo assim o que é, entendendo-a⁽⁷³⁾, a «forma definitiva» da incompletude da aritmética. Este último resultado seria aperfeiçoado, em 1970, por uma descoberta espectacular de Matijasevic⁽⁷⁴⁾, que responde pela negativa ao «décimo problema» de Hilbert («será que existe um algoritmo que permita decidir se uma equação diofanteana qualquer possui ou não uma solução em números inteiros?»): a menos que seja incoerente, nenhum sistema formal permite demonstrar todos os enunciados verdadeiros do tipo $\forall \vec{x} F(\vec{x}) \neq 0$, pelos quais se afirma a insolubilidade de uma determinada equação diofanteana. No período mais contemporâneo, o resultado mais notável nesta direcção é, sem dúvida, representado pela descoberta, devida a Paris e a Harrington⁽⁷⁵⁾, de que um certo teorema «natural» de combinatória, que não tinha sido obtido por uma codificação *ad hoc* de noções metamatemáticas, era verdadeiramente decidível na aritmética de Peano: este enunciado (de facto, uma variante finita do «teorema de Ramsey») tem a forma $\forall x \exists y \phi(x, y)$, ϕ recursivo, e não existe prova neste sistema, embora todas as suas instâncias numéricas tenham uma. A situação a que chegam estes resultados é, *matematicamente* falando, bastante diferente daquela a que parecia limitar-se o teorema original de Gödel: é agora muito mais difícil defender que os sistemas usuais que formalizam a aritmética continuam, *grosso modo*, a ser suficientes para a «prática matemática». Tendo em conta esta situação, que poderia ser resumida dizendo que os indecidíveis possuem verdadeiramente um conteúdo matemático efectivo, Gödel considera que devemos sistematicamente, nos casos de indecidibilidade, procurar, apesar de tudo, estatuir sobre os enunciados indecididos, *reforçando* quanto necessário as teorias pela junção de axiomas *não arbitrários*, ou seja, dos quais deveríamos ter boas razões para crer que são verdadeiros. Esta procura de *novos* axiomas, que Gödel considera uma parte essencial da própria actividade matemática, pode ser orientada por vários princípios «heurísticos» (não se tratava aqui, evidentemente, de procedimentos algorítmicos). O caso mais simples é o dos enunciados indecidíveis do tipo $\forall \vec{x} F(\vec{x}) \neq 0$, em que se trata simplesmente de escolher entre a extensão que se obtém por adjunção do próprio enunciado e a que resulta da adjunção da sua negação. Embora as duas extensões sejam tão coerentes como a teoria de origem, somos, por assim dizer, *racionalmente obrigados* a escolher a primeira, pois um enunciado indecidível desse tipo não poderia ser falso (se o fosse, a igualdade $F(\vec{a}) = 0$ seria verdadeira para um certo $\vec{a}$, e portanto provável na teoria de origem). A escolha *impõe-se*, então, aqui devido a uma assimetria essencial entre as duas extensões: a segunda é coerente, mas não, quanto a ela, ω -coerente (o programa de Hilbert, que apenas se preocupa com a coerência simples, é completamente incapaz de fazer justiça à racionalidade dessa escolha). Mas Gödel defende, por outro lado, que a obrigação de estatuir sobre os enunciados deve igual-

(73) «Post-scriptum» (1964) às conferências de Princeton, *GÖD*, vol. 1, p. 370.

(74) Cf. Martin Davis, Yuri Matijasevic & Julia Robinson, «Hilbert's Tenth Problem. Diophantine Equations», p. 335.

(75) Jeff Paris & Leo Harrington, «A Mathematical Incompleteness in Peano Arithmetic», em Jon Barwise, org., *Handbook of Mathematical Logic*, pp. 1133-1142.

mente fazer lei nos casos em que a indecidibilidade não se acompanha de argumentos metassistemáticos que permitam resolver também imediatamente num sentido ou noutro. De acordo com a sua filosofia *realista*, que admite a existência de um domínio estável e autónomo de *objectos matemáticos* por referência aos quais os enunciados podem ser considerados como verdadeiros ou falsos independentemente da nossa capacidade de saber o que são efectivamente, os resultados de indecidibilidade devem *em geral* ser interpretados como uma simples indicação do facto de os axiomas que utilizamos não constituírem uma «descrição completa» da «realidade matemática» bem determinada a que dizem respeito⁽⁷⁶⁾. Fazendo abstracção destas teses bem conhecidas acerca da possibilidade de uma espécie de *percepção* dos objectos matemáticos, inteiramente comparável, na sua opinião, à intuição sensorial dos objectos físicos⁽⁷⁷⁾, Gödel considera, nesta perspectiva geral, que o melhor argumento a favor de um axioma «transfinito» prende-se com a sua possibilidade de provar *novos* enunciados elementares. O resultado recente de Friedman⁽⁷⁸⁾, que estabelece que um certo axioma de existência de grandes cardinais («cardinais de Mahlo») é capaz de provar um enunciado de pura combinatória (de facto, uma variante finita do «teorema de Kruskal») veio, em certa medida, confirmar o fundamento desta doutrina de Gödel.

As implicações filosóficas anti-hilbertianas desta doutrina são manifestas. Onde Hilbert admitia sem hesitação os referentes «quase concretos» das matemáticas elementares, mas recusando-se a ver nas matemáticas abstractas ou «transcendentes» mais do que um dispositivo, precioso mas dispensável, que permite provar mais comodamente ou mais rapidamente as verdades elementares, Gödel considera, pelo contrário, que as teorias desta última categoria, incluindo, portanto, as que prosperam na atmosfera rarefeita da «alta» teoria dos conjuntos, possuem uma ontologia autêntica, e que os seus enunciados são verdadeiros ou falsos exactamente como os das aritmética elementar: existe aí, igualmente, uma realidade objectiva, à qual as proposições matemáticas podem ou não corresponder. Considerados do ponto de vista ontológico, os resultados de conservatividade têm um efeito «deflacionista» marcado: se T' é uma extensão conservativa de T , ou seja, se todos os enunciados formulados na linguagem de T que têm uma prova em T' possuem já uma prova em T , então pode admitir-se a ontologia de T sem se ser de forma alguma obrigado a aceitar a de T' . Nesta situação, a verdade ou a falsidade dos enunciados «abstractos» (aqueles que apenas se exprimem na linguagem de T') não tem qualquer incidência sobre os enunciados «elementares» (aqueles que se exprimem na linguagem de T); por outras palavras, o facto de se considerar os enunciados elementares como literalmente verdadeiros ou falsos não nos obriga a considerar os outros da mesma forma. A situação é completamente diferente quando T' é uma extensão *não conservativa* de T , ou seja,

(76) Kurt Gödel «What is Cantor's Continuum Problem», *American Mathematical Monthly*, vol. 54, 1947, pp. 515-525 (Paul Benacerraf & Hilary Putnam, org., *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, pp. 470-485; *GÖD*, vol. 2, pp. 176-187, e pp. 254-270 para o texto da versão revista em 1964).

(77) Gödel, vol. 1, p. 268.

(78) Harvey Friedman, «Necessary Uses of Abstract Set Theory in Mathematics», *Advances in Mathematics*, vol. 60, 1986, pp. 92-122.

quando T' é capaz de provar *novos* enunciados da linguagem de T: o abstracto, se ousamos dizer, conta então como elementar, e deve então ser tratado da mesma maneira que ele. Esta é precisamente a moral «inflacionista» que Gödel conclui dos seus resultados. A «verdadeira razão da incompletude», escreve ele, provém do facto de a «formação de tipos sempre mais elevados poder prosseguir-se no transfinito», pois podemos mostrar que «as proposições indecidíveis construídas aqui tornam-se sempre decidíveis pela adunção apropriada de tipos mais elevados»⁽⁷⁹⁾. Como a aritmética elementar é o primeiro elemento de uma série de extensões crescentes, em que cada uma das quais utiliza a quantificação sobre tipos mais elevados (indivíduos, depois conjuntos de indivíduos, depois conjuntos de conjuntos, etc.), e, nesta série, nenhuma teoria é uma extensão conservativa da que a precede, devemos, *in fine*, atribuir o mesmo estatuto ontológico a todas as teorias da série, e, portanto, considerar os tipos mais distantes com a mesma seriedade do que com os inteiros naturais.

A quem recusasse esta riquíssima ontologia, que Gödel, por seu lado, considerava simultaneamente inevitável e não problemática, ele incumbiria então de reduzir e, se podemos dizer, de *desdramatizar* o alcance *matemático* do primeiro teorema de incompletude, mostrando que os enunciados que se encontram na «prática científica efectiva» (enunciados que consideramos *muito evidentemente* como verdadeiros ou falsos) não são, por seu lado, susceptíveis de ser implicados por esse teorema. Ora, existem hoje muitos lógicos que pensam que um tal empreendimento, que constituiria uma forma de reabilitação parcial do «programa de Hilbert», está desde já em vias de ser alcançado com os trabalhos recentes de Friedman, Sieg e Simpson⁽⁸⁰⁾. Enquanto que os resultados de Gödel foram geralmente percebidos (por exemplo, por Gentzen, e pelo próprio Gödel) como um convite para modificar o programa de Hilbert, *alargando* o ponto de vista finitista para fundar as mesmas matemáticas que este, os lógicos que acabámos de mencionar sugerem, pelo contrário, alterá-lo, conservando estritamente esse ponto de vista, mas *restringindo* a extensão das matemáticas que se propõe fundar. Supondo que a humilde ontologia do finitismo seja efectivamente aquela que se deve adoptar, qual é então a parte das matemáticas clássicas que pode ser fundada numa base assim tão ténue? Levando em conta o argumento precedente relativo à significação dos resultados de conservatividade, a questão pode ser reformulada da seguinte forma: quais são as matemáticas que podem ser envolvidas numa extensão conservativa da aritmética primitiva recursiva APR, desde sempre considerada como a teoria canónica que contém os princípios finitistas e só eles? Os resultados de Friedman, Sieg e Simpson sugerem que «todas as matemáticas aplicáveis do século XX» podem ser elaboradas no seio de um determinado subsistema da aritmética de segunda ordem, que é uma extensão conservativa de APR relativamente a fórmulas Π^0_2 , portanto uma teoria que já não permite provar enunciados senão do tipo da própria APR. Com a reserva da possibilidade de traçar uma demarcação filosoficamente satisfatória entre as verdades aritméticas «propriamente ditas» e as

⁽⁷⁹⁾ GÖD, vol. 1, p. 180.

⁽⁸⁰⁾ Cf. Stephen G. Simpson, «Partial Realizations of Hilbert's Program», *Journal of Symbolical Logic*, vol. 53, 1988, pp. 349-363.

fórmulas indecidíveis de Gödel, que seriam, então, apenas verdades «expressáveis na linguagem da aritmética», este resultado parece dar crédito à ideia de que «o infinito actual não é exigido para as matemáticas do mundo físico», e que o platonismo, no qual Feferman vê uma «filosofia medievalesca das matemáticas»⁽¹⁾, não é de forma alguma uma consequência inevitável dos teoremas de incompletude de Gödel.

Das matemáticas às máquinas: o nascimento da teoria da calculabilidade. Até aos anos 30, o destino da lógica, como dissemos, esteve essencialmente ligado às diversas formas do projecto de fundamento das matemáticas. Mas, no programa de Hilbert, é verdade que se notava ainda uma ambição mais vasta, a de uma análise dos mecanismos efectivos do pensamento racional. Pois os raciocínios «elementares» aos quais se limitava a «metamatemática» podiam ser vistos, tal como observara o próprio Hilbert, como uma «descrição da actividade da nossa inteligência», e como «o inventário das regras segundo as quais o nosso pensamento procede efectivamente»⁽²⁾. Mas esta análise continuava a ser uma preocupação marginal, ou, melhor dizendo, os dados sumários a que ela conduzia então eram essencialmente utilizados para definir a base mínima sobre a qual se pensava assentar as matemáticas. A focalização no estudo abstracto da noção de «processo» (*Verfahren*) não veio nem da psicologia, nem mesmo das especulações a respeito directamente das «máquinas de calcular», que quase se mantinham no estado em que Babbage as havia deixado em meados do século anterior. Ela impôs-se, pelo contrário, por razões *internas* ao próprio desenvolvimento da lógica matemática, e mais precisamente porque o programa original de Hilbert era irrealizável, e era necessário, para prová-lo, fazer esse desvio. Enquanto se estava na fase das esperanças (e, portanto, das ilusões) a respeito, por exemplo, do *Entscheidungsproblem*, podíamos-nos contentar com uma compreensão intuitiva daquilo que convém entender por um «algoritmo» ou um «processo de decisão»: quando é apresentado um processo rotineiro que permite decidir a probabilidade das fórmulas nesta ou naquela teoria, já não há qualquer espécie de dificuldade em reconhecer que estamos em presença de um algoritmo. Em contrapartida, um teorema de indecidibilidade representa uma forma de quantificação *universal* sobre a totalidade dos processos possíveis, e não se pode chegar aí sem que o próprio conceito de processo tenha sido circunscrito com a mais exigente precisão (uma comparação familiar é a da quadratura do círculo, cuja prova de impossibilidade exigia, em primeiro lugar, que se caracterizasse algebricamente as coordenadas do conjunto dos pontos possíveis de construir com régua e compasso).

Tecnicamente, o resultado fundamental dos anos 30 foi o desenvolvimento de uma definição das funções (de $\mathbb{N}^p$ em $\mathbb{N}$) *calculáveis por algoritmo*. Sabendo que a classe C dessas funções devia, evidentemente, conter as funções «iniciais» elementares como as constantes, as projecções ou a função «sucessor», tratava-se de determinar o conjunto de processos de definição deixando estáveis a classe C, ou seja, os processos que, aplicados a funções calculáveis, reproduzem funções calculáveis. Há muito que conhecemos dois

⁽¹⁾ Solomon Feferman, «Infinity in Mathematics: Is Cantor Necessary?», em *Infinity in Science*, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, p. 207.

⁽²⁾ David Hilbert, «Die Grundlagen der Mathematik», *ITD*, p. 158.

desse processo: a substituição, que consiste em substituir uma variável por uma função ϕ na expressão de outra função ψ (no caso da mais simples, esta vem definir a função «composta» $\psi \circ \phi$); a recursão «primitiva», que consiste em definir uma função especificando os seus valores em termos de valores e funções já definidas (ex.: a definição da «potência» por $y^0 = 1$ e $y^{n+1} = y^n y$). A classe PR das funções «primitivas recursivas», obtidas a partir de funções iniciais por estes dois processos, é muito vasta (contém todas as funções usuais da aritmética elementar), e era tentador considerar que PR podia ser a classe C procurada. Foi a descoberta por Ackermann, em 1925, de uma função exponencial generalizada^(*), calculável (pelo menos em teoria...) mas crescendo mais depressa do que todas as funções de PR, que mostrou a simplicidade desta ideia: a recursão «cruzada» utilizada na definição de Ackermann é irreduzível à recursão primitiva. O problema aberto desde esta época era então a caracterização de processos de definições mais amplas do que aquelas que estavam em vigor em PR.

Ora, a determinação de uma classe C reagrupando todas as funções calculáveis podia parecer, aliás, um objectivo irrealizável (é por isso que Gödel devia retrospectivamente falar de «milagre» a propósito dos resultados alcançados neste domínio^(**)), devido a uma irritante dificuldade, que pode ser mostrada a respeito da hipótese $C = PR$ da seguinte maneira. Numa linguagem apropriada, é possível enumerar a totalidade dos programas possíveis de cálculo de uma função: podemos sempre nivelá-los por comprimento crescente, e classificar os programas de mesmo comprimento por ordem lexicográfica. Além disso, a verificação do facto de um programa calcular uma função primitiva recursiva é uma questão de pura rotina. Existe, então, uma forma mecânica de engendrar a lista de todos os programas P_x primitivos recursivos, e por isso mesmo a lista de todas as funções ϕ_x que eles calculam (por hipótese, esta lista é C). Se definirmos então ψ por $\psi(x) = \phi_x(x) + 1$, notamos que:

a) ψ é efectivamente calculável (o programa para calcular ψ no ponto x consiste em aplicar o programa P_x ao argumento x , e em acrescentar 1 ao resultado!)

b) ψ não figura certamente na lista C, porque difere de x_0 função desta lista pelo seu valor em x_0 .

As duas condições a) e b) consideradas juntas implicam que C não contém todas as funções calculáveis.

No espaço de alguns anos, os lógicos acabaram por definir uma classe de funções (i) que escapa a este género de «diagonalização», (ii) que contém todas as funções cuja calculabilidade havia sido reconhecida nessa altura e (iii) da qual temos sérias (embora evidentemente subdemonstrativas) razões em pensar que contém a totalidade das funções calculáveis por qualquer processo mecânico. Este trabalho efectua-se, ao mesmo tempo, em vários cenários.

(*) Trata-se de uma função de três variáveis, definida por uma «recursão cruzada», e verificando $\xi_0(y, z) = y + z$, $\xi_1(y, z) = y \cdot z$, $\xi_2(y, z) = z^y$, $\xi_3(y, z) = z^{y^y}$ (com expoentes), etc.

(**) Kurt Gödel, «Remarks before the Princeton Bicentennial Conference on Problems in Mathematics», DAV, p. 84; GÖD, vol. 2, p. 150.

rios. O primeiro é em Princeton, onde os americanos Church, Kleene e Rosser, informados por von Neumann dos resultados obtidos na Europa, se dedicam, desde 1932, ao estudo das funções « λ -definíveis». Estas funções tinham a sua origem nos trabalhos de Church que visavam representar as matemáticas num novo formalismo, o « λ -cálculo», no qual a noção de aplicação de uma função ao seu argumento desempenha um papel principal (os dois operadores desse cálculo são a «abstracção», que converte uma expressão compreendendo variáveis livres numa expressão que refere uma função (exemplo: « $\lambda x.x^3$ » designa a função «cubo»), e a «aplicação» (« $(\lambda x.x^3)(2)$ » designa o inteiro 8)). Os três autores, por seu lado, convencem-se progressivamente que as funções capazes de ser definidas no quadro desse cálculo formam uma classe que pode ser suficientemente rica para conter todas as funções efectivamente calculáveis (no sentido intuitivo do termo). O segundo cenário desenrola-se em Viena, onde Gödel leva a cabo, sempre na mesma perspectiva de uma caracterização rigorosa da noção de efectividade, uma definição que lhe fora sugerida por Herbrand numa carta de 1931. Herbrand propunha simplesmente que se considerasse as funções ϕ que são determinadas de forma única por um sistema E (ϕ) de equações de recursão colocando em jogo funções (já recursivas) $\phi_1, \dots, \phi_n$ ⁽⁸⁵⁾, sugestão que não mencionava qualquer processo de cálculo para as funções assim definidas (à excepção, evidentemente, de se entender num sentido construtivo a existência da função determina pelo sistema E (ϕ)). Gödel também exige, por outro lado, que se possa, para qualquer p-uplo $(n_1, \dots, n_p)$ de inteiros, derivar canonicamente do sistema E (ϕ) uma igualdade do tipo $(\bar{n}_1, \dots, \bar{n}_p) = \bar{m}$ ⁽⁸⁶⁾. As duas investigações confluem na altura da visita de Gödel a Princeton, de Fevereiro a Maio de 1934, em que se nota rapidamente que as duas classes de funções (λ -definíveis, e «recursivas gerais») são co-extensivas ⁽⁸⁷⁾, embora a sua definição tenha sido inspirada por dois pontos de vista muito diferentes sobre a noção intuitiva de calculabilidade: tudo se passa como se um mesmo conceito tivesse sido «visto» sob dois ângulos distintos. Esta coincidência bastante inesperada é um dos maiores argumentos a favor da famosa «tese» que Church propõe então, e segundo a qual as funções efectivamente calculáveis (no sentido intuitivo) devem ser identificadas às de qualquer uma destas duas classes. Com efeito, Kleene mostra, em 1936 ⁽⁸⁸⁾, que as funções recursivas gerais eram exactamente as funções « μ -recursivas», ou seja, aquelas que se podem obter juntando aos processos recursivos o seguinte modo de definição, chamado «minimaliza-

(⁸⁵) Pode encontrar-se no artigo de Jan van Heijenoort, dedicado à *Œuvre logique de Jacques Herbrand et son contexte historique*, uma análise brilhante das ideias de Herbrand sobre a recursividade.

(⁸⁶) A correcção de Gödel não é trivial: pode encontrar-se em Hartley Rogers Jr., *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*, Nova Iorque, McGraw-Hill, 1967, p. 218, um exemplo de função «Herbrand-recursiva» que não é «Herbrand-Gödel-recursiva».

(⁸⁷) No entanto, a publicação da *prova* desta equivalência não aparece antes do apontamento de Stephen C. Kleene, « λ -Definability and Recursiveness», *Duke Mathematical Journal*, vol. 2, 1936, pp. 340-353.

(⁸⁸) «General Recursive Functions of Natural Numbers», *Mathematische Annalen*, vol. 112, 1936, pp. 727-742 (DAV, pp. 237-252).

ção»: se χ é recursiva e «regular», ou seja, verifica $\forall \bar{x} \exists y \chi(\bar{x}, y)$, então pode ser definido pela equação $\phi(\bar{x}) = \mu y [\chi(\bar{x}, y) = 0]$ (« $\mu z Pz$ » designa aqui o mais pequeno inteiro tal que Pa). Ora, o argumento diagonal não é aplicável às funções μ -recursivas: não existe um meio mecânico que garanta que a função calculada por um programa P é μ -recursiva (se P contém uma cláusula de minimalização, o número de operações necessárias para verificar a regularidade da função χ que figura nesta cláusula não é limitado), portanto não há meio de engendrar mecanicamente a lista de todas as funções μ -recursivas, embora a condição a) do argumento diagonal não esteja realizada⁽⁸⁹⁾.

Os episódios franco-vienense e americano não são, porém, os únicos capítulos desta *success story*. Na mesma altura, no King's College de Cambridge, o inglês Alan Turing (1912-1954) ⁽⁹⁰⁾ aborda a questão por outra perspectiva, de certa forma mais concreta, mas que, em todo o caso, terá um grande futuro: um processo mecânico deve ser, num certo sentido a definir, um processo capaz de ser executado por uma *máquina*. Turing, que nesta época desconhecia todos os trabalhos citados anteriormente, começa por analisar a forma como um humano calcula, e retira daí, no termo de uma série de simplificações e de eliminações de pormenores sem consequências, o modelo hoje conhecido de um dispositivo dotado de um número finito de «estados internos» operando sobre uma fita potencialmente infinita constituída de casos que podem ser vazios ou cheios, a famosa «máquina de Turing». Apoiado por considerações intuitivas sem equivalente nos escritos dos lógicos profissionais, o seu apontamento de 1936⁽⁹¹⁾ prova directamente, ou seja, sem que para isso seja necessário provar qualquer teorema prévio, a tese a que muitas vezes se associa o seu nome, e segundo a qual qualquer algoritmo pode ser programado numa máquina de Turing. As funções calculáveis pela máquina de Turing iriam depressa revelar-se, também elas, idênticas às funções λ -definíveis⁽⁹²⁾, equivalência de natureza a reforçar a sensação que se tinha verdadeiramente obtido uma análise correcta, «absoluta», da noção de calculabilidade.

⁽⁸⁹⁾ Actualmente, prefere-se escapar à ameaça de uma diagonalização procurando caracterizar não a classe C das funções calculáveis, mas a classe C* das *semi-funções* (ou seja, das funções que, por oposição às funções totais, não são, talvez, definidas para cada inteiro) calculáveis (considera-se uma semi-função quando se lhe pode associar um programa que dá mecanicamente os valores associados aos argumentos pelos quais ela é definida, e que prossegue indefinidamente a sua execução para os outros argumentos). A operação que consiste em verificar que a semi-função calculada por um programa é recursiva geral torna-se mecanizável (contrariamente à operação similar que diz respeito às funções totais). RG* pode então ser enumerada por uma semi-função calculável; assim, a função ψ do argumento diagonal é, igualmente, uma semi-função calculável e figura na lista C* (a primeira premissa da diagonalização está satisfeita). Mas já não é, pois ψ pode figurar na lista RG*: pode ser idêntica à semi-função ϕ_{x_0} se ϕ_{x_0} não estiver definido em x_0 , eventualidade que não se deve excluir... Formula-se então uma versão da tese de Church que diz respeito ao conjunto C* das semi-funções calculáveis: C* = RG*.

⁽⁹⁰⁾ Acerca de Turing, pode consultar-se a excelente biografia de Andrew Hodges, *Alan Turing. The Enigma*, Nova Iorque, Simon & Schuster, 1983.

⁽⁹¹⁾ Alan Mathison Turing, «On Computable Numbers with an Application to the Entscheidungsproblem», *Proceedings of the Mathematical Society*, Ser. 2, vol. 42, 1936-7, pp. 230-265 (DAV, pp. 116-154).

⁽⁹²⁾ Cf. Alan Mathison Turing, «Computability and Definability», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 2, 1937, pp. 153-163.

A primeira utilização desta descoberta foi aquela para que estava expressamente destinada, a saber, a investigação relativa ao *Entscheidungsproblem* de Hilbert, cuja solução negativa está apresentada nos apontamentos fundamentais de Church e de Turing. Mas outros desenvolvimentos se seguiriam, nos quais a lógica matemática se liga, directa ou indirectamente, às investigações teóricas necessárias ao aperfeiçoamento de máquinas informáticas «reais»: limitamo-nos aqui a mencionar o progresso da teoria geral da recursividade, exemplificada principalmente pelos trabalhos de Kleene, e o prosseguimento das investigações relativamente ao λ -cálculo nas suas diversas formas, nos anos 60, e a sua importância para a concepção de linguagens de programação.

Intuicionismo e teoria da demonstração: a obra de Gentzen. O intuicionismo tem a sua origem na obra do holandês Brouwer (1881-1966), cuja maior parte dos trabalhos são indiscutivelmente anteriores ao período que nos ocupa agora. Também é considerado habitualmente como um elemento da trilogia dos grandes «esquemas fundacionais», rival simultaneamente do logicismo de Frege e de Russell, e do «formalismo» pelo qual se caracteriza, com maior ou menor correcção, a doutrina de Hilbert. Esta forma de ver parece-nos inadequada: o intuicionismo, que desmancha visivelmente a paisagem «fundacionalista» do início do século, está, em contrapartida, *em fase* com a reorientação da lógica que vimos produzir-se nos anos 30, e na qual as noções de efectividade e de cálculo passam para primeiro plano. As controvérsias, por vezes violentas, que opuseram Hilbert a Brouwer nos anos 20, não devem com efeito dissimular o facto de, *por outro lado*, serem considerados como pensadores da mesma família, pois ambos atribuíam grande importância aos raciocínios «construtivos»^(*): o diferendo essencial entre eles prendia-se «simplesmente» com o facto de Brouwer recusar a parte não construtiva das matemáticas clássicas, enquanto que Hilbert, que pensava que era absurdo privar-se do «Paradoxo de Cantor», se esforçava, pelo contrário, em justificar essas matemáticas na base de uma metamatemática muito estritamente construtiva.

Podemos caracterizar sumariamente o empreendimento intuicionista como o faz o holandês Arend Heyting (1898-1980), discípulo favorito de Brouwer, quando escreve: «O programa de Brouwer (...) consiste em explorar as construções matemáticas mentais enquanto tais, sem referência às questões sobre a natureza dos objectos construídos, tal como a de saber se os objectos existem independentemente do conhecimento que temos deles. (...) As matemáticas, do ponto de vista intuicionista, são o estudo de certas funções do espírito humano»^(*). Nesta perspectiva muito radicalmente «revisionista», a ideia segundo a qual um enunciado podia ser verdadeiro sem que pudessemos fazer a «experiência» mental dessa verdade perde todo o sentido. É assim, por exemplo, que a asserção do facto de existir, num conjunto E, um

(*) De resto, o finitismo e o intuicionismo eram normalmente confundidos nesta época (Herbrand era um caso muito típico desta confusão), e o traçado rigoroso de uma linha de demarcação entre os dois só será feito com o célebre artigo de Gödel de 1958, «Über eine bisher noch nicht benützte Erweiterung des finiten Standpunktes», *Dialectica*, vol. 12, pp. 280-287 (*GÖD*, II, pp. 240-251; *ITD*, pp. 501-507).

(*) Arend Heyting, *Intuitionism. An Introduction*, Amsterdão, North-Holland Publ. (1956), 3ª ed., 1976, pp. 1 e 10.

objecto que satisfaz uma certa propriedade, só deve ser considerada verdadeira no caso em que temos o meio de construir efectivamente esse objecto: para justificar esta asserção, basta apenas dispor de uma prova de que a hipótese segundo a qual ele não existiria conduz a uma absuridade. A este respeito, os princípios da lógica clássica são afectados por um grave defeito: tal como observava Brouwer desde 1908^(*), não são «fiáveis», porque nos dão, em muitos casos, a *ilusão* de possuir uma verdade, ao passo que não estamos em posição de «provar» essa verdade ou de «experimentá-la». Segundo Brouwer, devemos, pelo contrário, reter apenas os princípios lógicos que podemos, justamente, *dispensar*, ou seja, recusar qualquer princípio tal que possamos obter graças a ele, falaciosamente, resultados que dificilmente se poderiam conseguir sem ele.

Os anos 30 testemunham o aperfeiçoamento de sistemas lógicos que reflectem muito fielmente estes preceitos de Brouwer. Assim, Arend Heyting propõe, precisamente em 1930, uma axiomatização de referência para a lógica proposicional intuicionista^(*). Este trabalho, bastante influenciado por um apontamento anterior^(*) do russo Kolmogorov, apresenta o sistema conhecido pelo nome de IPC, no qual nem a lei do terceiro excluído ($A \vee \neg A$), nem a da dupla negação ($\neg\neg A \supset A$) são admissíveis, mas que restitui a lógica clássica se lhe acrescentarmos algum desses dois princípios. Esta apresentação canónica ajudou consideravelmente a difusão das ideias intuicionistas, as quais vieram interessar, num plano técnico, aos lógicos que, sem isso, se mantinham à parte, quer por indiferença, quer por hostilidade aos princípios filosóficos de Brouwer. O último caso de figura é magnificamente ilustrado pelo próprio Gödel, que oferece três contribuições não negligenciáveis para a questão. Por um lado, em 1932^(*), enuncia (sem a prova, que será conseguida por Gentzen) a «propriedade da disjunção»: na lógica intuicionista (mas, evidentemente, não na lógica clássica), se $A \vee B$ é um teorema, então A é um teorema, ou B é um. Por outro, em 1933^(*), estabelece a sua famosa «tradução negativa», dicionário que permite passar da lógica clássica para a lógica intuicionista, no sentido em que a tradução A' de um teorema clássico A é sempre um teorema intuicionista. Esta tradução mostra que a aritmética clássica é tão «segura» quanto a aritmética intuicionista (se a primeira fosse incoerente, a segunda também o seria), e que a escolha entre uma ou outra não se devia basear em argumentos «de segurança»: decididamente, estamos aqui já muito longe da focalização dos anos 20 em torno da pura questão da coerência. Por fim, no mesmo ano, Gödel^(**) adopta, se o podemos dizer, um ponto de vista dual do anterior, já que procura traduzir a lógica intuicionista

(*) Luitzen E. J. Brouwer, «De onbetrouwbaarheid der logische principes», *Tijdschrift voor wijsbegeerte*, vol. 2, 1908, pp. 152-158 (LFM, pp. 379-392).

(*) Arend Heyting, «Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik», *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaft, physikalisch-mathematische Klasse*, 1930, pp. 42-56.

(*) Andrei Nikolayevich Kolmogorov, «Sobre o princípio do terceiro excluído» (em russo), *Matematicheskii sbornik*, vol. 32, 1925, pp. 646-667 (FFTG, pp. 414-437).

(*) *GÖD*, vol. 1, p. 224.

(*) *GÖD*, vol. 1, pp. 286-295.

(**) *GÖD*, vol. 1, pp. 300-303.

na lógica clássica acrescentada de um operador de probabilidade. O sistema lógico assim obtido equivale ao sistema modal «S₄», equivalência que fornece a primeira interpretação do operador modal de necessidade em termos de probabilidade, um assunto que, ainda hoje, se desenvolve⁽¹⁰¹⁾.

Seja qual for a importância da axiomatização de Heyting para fazer sair o intuicionismo da marginalidade à qual o condenava mais ou menos, principalmente entre a comunidade matemática, a excentricidade do seu fundador, é verdade que o formato dos sistemas axiomáticos do tipo hilbertiano não é, longe disso, o mais apropriado para apreender a própria essência da doutrina. O intuicionismo, que é uma filosofia na qual os *actos* mentais de prova ou de justificação desempenham um papel principal, aparece aí sob uma forma baça, pouco distinta do classicismo rival, pelo menos pela elisão, por motivos pouco visíveis, de alguns dos axiomas usuais. Também estimulante, mas diferente, é a interpretação (no sentido técnico do termo) que acabou, com algumas variantes menores, por se estabelecer com a sigla BHK («Brouwer, Heyting, Kolmogorov»), e que consiste em definir o acto capaz de justificar a asserção de um enunciado em função de actos capazes de justificar a asserção dos seus constituintes imediatos. Em virtude desta definição⁽¹⁰²⁾, por exemplo, um acto que justifica $A \& B$ é o dado de um acto de justificação para cada um dos enunciados A e B , e um acto que justifica $A \supset B$ é o dado de uma construção capaz de transformar qualquer acto que justifique A num acto que justifique B . Ora, a noção recebida (hilbertiana, mas também fregeana) da demonstração, entendida como série finita de escritos que verificam certas propriedades combinatórias determinadas, apenas regista o *resultado* dos actos, e deixa ocultos os próprios actos. No máximo, podemos esperar conservar aí, na forma de *anotações marginais*, o vestígio das justificações em virtude das quais os enunciados foram sucessivamente inseridos na demonstração, por exemplo, escrevendo-a verticalmente, fazendo figurar em cada linha, à esquerda, o enunciado, o resultado do acto, e, à direita, a indicação da «regra» segundo a qual o acto foi efectuado (*modus ponens*, etc.). Mas o que se obtém então é uma mistura quimérica de linguagem-objecto e de metalinguagem que não pode receber qualquer estatuto lógico: tal como escreve Church⁽¹⁰³⁾, que assume sobre este ponto a posição tradicional nas suas consequências extremas, «enquanto uma parte da prova permanecer escrita numa metalinguagem não formalizada, a análise lógica deve ser considerada incompleta». Em suma, a exposição da lógica no estilo que prevalecia desde o início do século interdita que fosse dado um verdadeiro lugar às ideias intuicionistas.

A situação altera-se, *toto caelo*, com os trabalhos de Gentzen (1909-1945), de quem já encontramos mais acima a prova de coerência para a aritmética. Este lógico checo, cujo percurso apresenta um contraste total com os outros grandes nomes europeus da disciplina (permaneceu durante a guerra na cidade de Praga «nazificada», onde ocupou uma cátedra universitária, publicando apenas em alemão, e acabou por morrer de inanição em Maio de 1945, após o seu internamento num campo aliado), deixa com efeito uma obra de profunda ori-

⁽¹⁰¹⁾ Cf. Craig Smorynski, *Self-Reference and Modal Logic*, Berlim, Springer Verlag, 1985.

⁽¹⁰²⁾ Arend Heyting, *Intuitionism. An Introduction*, cap. 7.

⁽¹⁰³⁾ Alonzo Church, *Introduction to Mathematical Logic*, p. 53, n. 121.

ginalidade, na qual o intuicionismo desempenha um papel absolutamente central. A tese que redige em 1933, sob a direcção de Hermann Weyl⁽¹⁰⁴⁾, propõe um novo modo de exposição da lógica, no qual o conceito central é o de *dedução sob hipótese* (uma prova é um caso degenerado de dedução, no qual o conjunto das hipóteses é vazio). As «regras lógicas» do seu sistema, contrariamente às «regras de inferência» dos sistemas hilbertianos, podem então ser aplicadas a um estádio em que as suas premissas não estão ainda provadas, no caso em que as suas conclusões continuam a *depender* de certas hipóteses. A cada operador lógico são associadas *duas* regras desse género, uma, de «introdução», que estipula em que condições um enunciado, cujo operador considerado é o operador principal, pode ser obtido a título de conclusão, a outra, de «eliminação», que define o que pode ser inferido de um enunciado que contém este operador como operador principal. Compreende-se imediatamente que as regras de introdução de um tal sistema de «dedução natural» permitem reflectir melhor a interpretação **BHK** da lógica intuicionista⁽¹⁰⁵⁾. Assim, a regra de introdução de &

$$\frac{A \quad B}{A \& B}$$

estipula que o acto π que justifica $A \& B$ consiste num par de actos, em que o primeiro justifica A e o segundo justifica B . Nestas condições, não admira que a lógica que emerge, se podemos dizê-lo, *naturalmente* neste formato é a lógica intuicionista; a lógica clássica apenas se obtém pela adunção de um princípio de prova por absurdo⁽¹⁰⁶⁾.

Por outro lado, existe na dedução natural algumas regras características, qualificadas por Prawitz⁽¹⁰⁷⁾ de «impróprias», cujas condições de aplicação foram deixadas determinadas de forma incompleta pelo próprio Gentzen. A mais típica é a regra de introdução da implicação:

$$\frac{\begin{array}{c} [A] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B \end{array}}{A \supset B}$$

(104) «Untersuchungen über das logische Schliessen», *Mathematische Zeitschrift*, vol. 39, 1934-1935, pp. 176-210 e 405-431; trad. francesa *Recherches sur la déduction logique*, Paris, PUF, 1955.

(105) Convém assinalar aqui que Gentzen é também o autor de outro «formato» lógico, o «cálculo dos sequentes», a propósito do qual obteve resultados importantes cuja exposição supera o âmbito deste capítulo.

(106) Cf. Dag Prawitz, «Ideas and Results in Proof Theory», em Jens Fenstad, org. *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*, Amsterdão, North-Holland Publications, 1975, § 2.1.1., pp. 244-245.

(107) Cf. Dag Prawitz, *Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study*, Estocolmo, Acta Stockholmiensis, Stockholm Studies in Philosophy 3, Almqvist & Wiksell, 1965, pp. 22-23.

Esta regra estipula que se B foi deduzido da hipótese A, é possível construir uma nova dedução cuja conclusão é $A \supset B$, mas que já não depende da hipótese A, ou seja, na qual a hipótese A foi *demitida* ou desactivada. Em virtude da sua estrutura arbórea, as derivações podem conter mais de uma ocorrência de uma hipótese dada, e a questão coloca-se então nas *modalidades* segundo as quais essas ocorrências devem ser demitidas. Conforme restringimos esta demissão a respeitar esta ou aquela propriedade, obtém-se sistemas mais fracos do que a lógica intuicionista, sistemas que foram objecto de uma atenção considerável no período recente:

(i) Instituinto a demissão «obrigatória», interditamo-nos de provar $B \supset A$ a partir de A, inferência cuja incongruência o lógico e filósofo americano C. I. Lewis (1883-1964) tinha já, desde os anos 20, sublinhado, e na qual ele via um dos paradoxos da «pertinência» (*relevance*): não é normal que um enunciado, com o pretexto de ser verdadeiro, deva ser considerado dependente de um enunciado qualquer. O aperfeiçoamento das «lógicas de pertinência», capazes de levar em conta a necessidade de uma *conexão conceptual* entre o antecedente e o consequente de uma implicação, foi principalmente marcado pela contribuição, em 1956, de Wilhelm Ackermann⁽¹⁰⁹⁾ (de quem já se falou bastante mais acima neste capítulo), tal como, mais recentemente, pelos trabalhos de Anderson, de Belnap e dos seus colaboradores⁽¹⁰⁹⁾.

(ii) Instituinto a demissão «ordenada», que obriga a demitir as hipóteses na ordem em que foram introduzidas, interditamo-nos de provar $(B \& A) \supset C$ a partir de $(A \& B) \supset C$. Num artigo fundamental de 1958, Lambek⁽¹¹⁰⁾ utilizou esta restrição para construir uma «gramática categorial» das línguas naturais, cuja grande parte são sensíveis à ordem das palavras na frase.

(iii) Recomendando a demissão «única», que interdita demitir simultaneamente várias ocorrências de uma mesma hipótese, privamo-nos da possibilidade geral de provar $A \supset B$ a partir de $(A \& B) \supset B$. Esta restrição, que é muito compreensível na perspectiva da *executabilidade física* das regras lógicas, é uma das maiores características da «lógica linear» desenvolvida por Girard nos anos 80⁽¹¹¹⁾.

Por outro lado, as investigações de Gentzen sobre os sistemas de dedução natural foram prosseguidas pelo sueco Prawitz, e conduziram a teoremas importantes de «normalização», que dizem respeito à possibilidade de eliminar, numa prova, os desvios inúteis pelos quais uma fórmula dada é introduzida antes de ser eliminada pela sequência. Estes teoremas mostram que as provas podem ser tratadas como objectos sobre os quais é possível operar de

⁽¹⁰⁹⁾ Wilhelm Ackermann, «Begründung einer strengen Implikation», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 21, pp. 113-128.

⁽¹⁰⁹⁾ Alan Ross Anderson & Nuel D. Belnap, org., *Entailment. The Logic Relevance and Necessity. I*, Princeton U. P., 1975.

⁽¹¹⁰⁾ Joachim Lambek, «The Mathematics of Sentence Structure», *American Mathematical Monthly*, vol. 65, 1958, pp. 154-170.

⁽¹¹¹⁾ Jean-Yves Girard, «Linear Logic», *Theoretical Computer Science*, vol. 50, 1987, pp. 1-102.

forma algorítmica, por um cálculo cujas etapas consistem em eliminações sucessivas, e cujo resultado final é uma prova «normal». Existe aqui uma estreita analogia entre a dedução natural e o λ -cálculo evocado mais acima, as regras de introdução e de eliminação da primeira correspondem respectivamente às regras de «abstracção» e de «aplicação» do segundo. Rigorosamente formulada, esta analogia, conhecida como o «isomorfismo de Howard-Curry», mostrou-se muito rica de aplicações para a informática teórica.

Tarski e os princípios da semântica moderna. Embora os primeiros resultados sobre as relações entre as linguagens formais e as estruturas que lhes estão associadas sejam, como vimos, anteriores à obra do polaco Alfred Tarski (1902-1983), é a ele que se deve a constituição da semântica como disciplina científica a partir dos anos 30. Os seus primeiros apontamentos neste domínio são, portanto, redigidos na Europa, antes da sua emigração para a Califórnia em 1939. O seu primeiro estudo notório, que data de 1928, aborda os «conceitos fundamentais da metamatemática»⁽¹²⁾, termo que Tarski utilizará sempre, ao contrário de Hilbert, sem lhe associar a ideia de uma restrição metodológica a noções ou a raciocínios elementares. Aí caracteriza axiomáticamente o conjunto $Cn(X)$ das consequências de um conjunto X qualquer de fórmulas com o auxílio de cláusulas hoje conhecidas (por exemplo, $Cn(Cn(X)) = Cn(X)$), e serve-se delas para definir várias propriedades fundamentais desses conjuntos, como a consistência, a completude e a independência. Mas, a partir de 1930, afasta-se desta abordagem axiomática, e esforça-se por fundar a noção de consequência numa análise dos conceitos fundamentais da semântica (satisfação, verdade, modelo), chegando assim, em 1936, à noção moderna: uma fórmula A é consequência de um conjunto X de fórmulas se qualquer interpretação que é um modelo de cada fórmula de X for ainda um modelo de A ⁽¹³⁾. Entretanto, produzira aquilo que pode ser considerado como um dos textos maiores da lógica e da filosofia contemporâneas, o famoso «*Wahrheitsbegriff*»⁽¹⁴⁾, publicado em alemão, em 1936, mas cujo original polaco havia sido apresentado por Lukasiewicz na Sociedade das Letras e das Ciências de Varsóvia, em Março de 1931. Tinha como objectivo dar uma definição do conceito de enunciado verdadeiro que fosse não só «formalmente correcta», mas também «materialmente adequada», ou seja, que fizesse justiça, na medida do possível, à concepção «clássica» de verdade concebida como conformidade à realidade. Tarski resume o seu apontamento, que contém nomeadamente o «teorema de Tarski» relativo à indefinibilidade da verdade (teorema que mencionámos acima no § 2.1.) indicando que a definição procurada podia ser construída, em metalinguagem, para cada linguagem formalizada de ordem finita. Para além destas contribuições para os *fundamentos* da semântica, Tarski é também o autor de trabalhos técnicos essenciais, que lançam as bases da teoria moderna dos modelos: limitamo-nos aqui a citar o seu apontamento de 1939 acerca da completude da álgebra e da geometria elementar, que expõe e utiliza a técnica de «eliminação de quantificadores», e na qual se vêem caracterizados os conjuntos definíveis de números reais.

⁽¹²⁾ «Acerca de alguns conceitos fundamentais da metamatemática» (1928), *TAR*, vol. 1, pp. 37-49.

⁽¹³⁾ *TAR*, vol. 2, p. 150.

⁽¹⁴⁾ «O conceito de verdade nas linguagens formalizadas», *TAR*, vol. 1, pp. 159-269.

Tendo em conta a extrema generalidade com que Tarski definira os conceitos semânticos, interessava saber em que condições os teoremas que tinham sido obtidos a respeito das linguagens de primeira ordem podiam ser eventualmente estendidos a linguagens menos restritas. As linguagens de ordem superior, nas quais a quantificação não está limitada aos indivíduos, foram, certamente, a primeira extensão em que se pensou: afinal de contas, a lógica de Frege não se reduzia à primeira ordem, e as possibilidades expressivas da linguagem «elementar» pareciam muito reduzidas (por exemplo, pode exprimir-se aí que um conjunto está ordenado, mas não que está *bem* ordenado). A resposta havia de esperar pelo trabalho de Henkin em 1950⁽¹¹⁵⁾, e ela não consistia numa pura e simples generalização do teorema de completude obtido por Gödel para a primeira ordem. Apercebemo-nos, com efeito, que havia, para as linguagens de segunda ordem, vários tipos de semânticas. Numa delas, chamada «standard» por razões evidentes, atemo-nos aos modelos «plenos», ou seja, àqueles em que o domínio D^* , no qual as variáveis de segunda ordem são interpretadas, é justamente o conjunto de *todas* as partes do domínio D dos indivíduos. Noutra semântica, chamada «não standard», considera-se, pelo contrário, os modelos «gerais», nos quais o domínio D^* pode não conter todas as partes de D . Ora, o resultado de Henkin é apenas a completude para a semântica «não standard», e não a completude para a semântica que se esperava. De facto, nenhum sistema de lógica de segunda ordem pode ser completo relativamente à validade apenas nos modelos standard, o que significa que devemos contentarmo-nos com a seguinte situação: entre as fórmulas que são verdadeiras *em todos os modelos* que «visamos» (tendo em conta a significação que atribuímos, muito naturalmente, às expressões de ordem superior) e *só neles*, existem algumas que não têm prova. Isto esclarece, por meio de uma luz *semântica*, o primeiro teorema de incompletude de Gödel: sendo dado que a semântica não standard e a semântica de primeira ordem são essencialmente idênticas (a cada modelo de uma espécie, podemos associar um modelo equivalente da outra espécie, e reciprocamente), qualquer sistema de axiomas de primeira ordem para a aritmética, se for coerente, possui um modelo não standard (a primeira descrição exacta de um tal modelo deve-se a Skolem⁽¹¹⁶⁾), e incorpora elementos «não standard» situados para além do segmento inicial isomorfo a $\mathbb{N}$.

Mas esta situação ilustra também a dificuldade de cumprir, para além dos casos triviais, dois objectivos que os fundadores da lógica matemática tinham, mais ou menos implicitamente, atribuído à sua disciplina⁽¹¹⁷⁾. Na sua primeira função, a lógica tem como tarefa *descrever* exactamente certas estruturas, caracterizando-as por conjuntos de enunciados satisfeitos nessas estruturas e só nessas. Na segunda função, tem como tarefa «*comprimir*» todas as verdades relativas a essas estruturas num sistema formal capaz de enumerá-las

⁽¹¹⁵⁾ Leon Henkin, «Completeness in the Theory of Types», *Journal of Symbolical Logic*, vol. 15, 1950, pp. 81-91 (*LMT*, pp. 199-211).

⁽¹¹⁶⁾ «Über die Nicht-charakterisierbarkeit der Zahlenreihe mittels endlich oder abzählbar unendlich vieler Aussagen mit ausschliesslich Zahlenvariablen», *Fundamenta Mathematicae*, vol. 23, 1934, pp. 150-161.

⁽¹¹⁷⁾ Cf. sobre este ponto Jaakko Hintikka, *Language, Truth and Logic in Mathematics*, a publicar.

efectivamente. Os resultados a que acabámos de aludir mostram que estas duas tarefas não podem ser sempre simultaneamente cumpridas. Sabemos bem, por exemplo, que a aritmética de segunda ordem (na qual o axioma de indução é prefixado por um quantificador universal que age sobre as propriedades de indivíduos) é uma teoria «categórica», ou seja, possui essencialmente um único modelo, evidentemente «standard», o dos inteiros naturais. Mas, em contrapartida, é impossível conceber um conjunto finito ou recursivo de axiomas do qual se poderia derivar mecanicamente, com auxílio de regras de inferência finitárias, todos os enunciados universalmente válidos (no sentido standard) de segunda ordem. Inversamente, todas as verdades lógicas de primeira ordem podem ser assim derivadas, mas, em contrapartida, é impossível dar, numa tal linguagem, uma descrição que corresponda ao modelo standard dos inteiros naturais e só a ele. O equilíbrio que se deve encontrar, nesta tensão entre a vertente descritiva (semântica) e a vertente computacional (sintáctica) da lógica, é principalmente uma questão de oportunidade, e o único preceito verdadeiramente imperioso neste domínio é que o pior é, sem dúvida, a mistura de géneros...

Na mesma esteira, ou seja, no capítulo das extensões da semântica de primeira ordem a linguagens mais ricas, não poderíamos terminar este apanhado sem pelo menos mencionar a maneira como a lógica contemporânea soube colher e fazer frutificar algumas partes do legado pré-fregeano, e particularmente as ideias desenvolvidas por Aristóteles e, sobretudo, por Leibniz em relação à lógica modal. Contrariamente ao adágio «absolutista» de Russell que citámos no início, as verdades lógicas não eram, para Leibniz, verdadeiras relativas ao mundo «real», distinguindo-se simplesmente das outras pela generalidade de vias empregues para estabelecê-las, mas eram antes verdades *necessárias*, ou seja, como ele comentava, satisfeitas em todos os «mundos possíveis». Isto sugere que a semântica adequada a uma linguagem que possua operadores modais como a necessidade deve ser uma semântica «relativizada», na qual as expressões são avaliadas não «absolutamente», mas em cada ponto de um certo conjunto, podendo, por outro lado, o valor semântico atribuído a uma fórmula num ponto depender do valor dos seus constituintes imediatos além desse ponto. A execução desta ideia fecunda permaneceu durante muito tempo demasiado simples. Havia a tentação de tomar à letra Leibniz, estipulando que $\Box \phi$ era verdadeiro no ponto s se ϕ fosse verdadeiro em *cada* ponto do conjunto considerado. Uma tal semântica validava evidentemente fórmulas que se gostaria, em certas interpretações do «quadrado» modal (por exemplo: « $\Box \phi$ » lido – e por que não? – como « ϕ é considerado verdadeiro (por tal ou tal)»), poder ao menos considerar como falsas, como $\Box \phi \supset \Box \Box \phi$. Nesta perspectiva – a qual se pode notar até que ponto é típica do «relativismo semântico», pois o próprio sentido do operador modal varia livremente, conforme as necessidades descritivas do seu utilizador –, o passo essencial foi dado por Kripke e outros no início dos anos 60. Estes lógicos propõem substituir o conjunto não estruturado de pontos relativamente aos quais se efectuam as avaliações semânticas por uma estrutura mais rica. Na versão de Kripke, este conjunto é assim equipado de uma relação de «acessibilidade» entre pontos (ou «mundos possíveis»), e a cláusula semântica torna-se então a seguinte: $\Box \phi$ é verdadeiro em s exactamente se ϕ é verdadeiro em cada um dos pontos acessíveis a partir de s . Modificando as propriedades características da relação de acessibilidade (que pode, por exemplo, ser ou não simétri-

ca, transitiva, euclidiana, etc.), obtém-se uma família de semânticas, em que cada uma corresponde (simultaneamente no sentido da «correção» e no sentido da «completude») a uma dada caracterização axiomática das propriedades do quadrado modal. Esta inovação, que tinha como natureza dar um novo alento aos sistemas formais de lógica modal elaborados no início do século pelo americano C. I. Lewis, conheceu, desde 1960, desenvolvimentos demasiado variados para que possam ser aqui evocados.

O leitor ficará, sem dúvida, com este último exemplo, com a impressão justificada de que a lógica contemporânea, apesar da sua grande tecnicidade, traz ainda consigo projectos filosóficos que marcaram a sua pré-história. Talvez perceba também, deste mesmo ponto de vista, a importância de tudo aquilo que, mesmo alusivamente, não foi aqui apresentado.

ÍNDICE

Nota prévia	9
Introdução	11
Capítulo I – OS PRECURSOS	
1. Do implícito ao explícito	15
2. Os dialécticos	18
3. Platão	22
Capítulo II – ARISTÓTELES	
1. As obras lógicas de Aristóteles	27
2. A proposição	31
3. A oposição e a conversão	41
4. O silogismo	46
5. Sobre a interpretação da silogística aristotélica	60
6. A lógica modal	68
7. A indução e a demonstração	79
Capítulo III – TEOFRASTO	85
Capítulo IV – MEGÁRIOS E ESTÓICOS	93
1. A sorte da lógica estóica	93
2. De megários	99
3. Os estóicos	108
Capítulo V – O FIM DA ANTIGUIDADE	123
Capítulo VI – A LÓGICA MEDIEVAL	133
1. Características gerais do período	133
2. Súmula histórica	142
3. Os arranjos da lógica antiga	150
4. Novos contributos	158
5. Raimundo Lúlio	167
Capítulo VII – O RENASCIMENTO E O INÍCIO DOS TEMPOS MODERNOS	171
1. O adormecimento da lógica	171
2. «A Lógica» de Port-Royal	182
Capítulo VIII – LEIBNIZ	191
1. Situação de Leibniz	191
2. Lógica clássica	194
3. <i>Lingua Characteristica universalis</i>	204
4. <i>Calculus ratiocinator</i>	210
Capítulo IX – EVOLUÇÕES	223
1. Contributos de matemáticos	223
2. Do lado dos filósofos	249
Capítulo X – O DESPERTAR DA LÓGICA	271
1. Boole e a álgebra da lógica	271
2. De Morgan, Peirce e os inícios da lógica das relações	293
Capítulo XI – O ADVENTO DA LOGÍSTICA	303
1. Da álgebra da lógica à logística	303
2. Frege	310
3. Peano	325
4. Russel	328
5. À margem ou na sequência dos <i>Principia mathematica</i>	344
6. Desenvolvimento ulteriores	348
Capítulo XII – A LÓGICA DEPOIS DE RUSSEL	357
1. A infância da lógica matemática	358
2. A viragem dos anos 30	371

TAMBÉM NAS EDIÇÕES 70:

Philippe Thiry

NOÇÕES DE LÓGICA

edições 70

Para além dos fundamentos da lógica antiga contém também os da lógica moderna das proposições e dos predicados de primeira ordem. A sua grande originalidade está na abordagem pedagógica do tema.

Philippe Thiry é doutor em Filosofia e Bacharel em Teologia, e director de cursos na Universidade de Notre-Dame de la Paix, em Namur, na Bélgica, e na Universidade Católica de Lovaina.

Código 020-064 - ISBN 972-44-0969-4
184 págs. - formato 155 x 235 mm.

Paginação, impressão e acabamento

Papelmunde - SMG, Lda.

para

EDIÇÕES 70, Lda.

Março 2001

HISTÓRIA DA LÓGICA

Com grande clareza,
os autores expõem os avanços desta ciência,
traçam a sua história,
e definem as sucessivas contribuições
dos filósofos e dos matemáticos.

O estudo dos sistemas
está orientado até aos nossos dias
e comporta a apresentação das teorias
de Frege, Russel, Carnap, Quine e Tarski,
bem como Gödel, Brouwer e Gentzen.



O SABER DA FILOSOFIA
edições 70

Robert Blanché
Jacques Dubuc

HISTÓRIA DA LÓGICA

13